Solución al TALLER No. 2

Noviembre 26 de 2021-3

1. [redacted] ■ Multiplique las expresiones algebraicas usando una fórmula de producto notable y simplifique.

a) $(2x + 3y)^2$ b) $(\sqrt{y} + \sqrt{2})(\sqrt{y} - \sqrt{2})$

Rta a) $4x^2 + 12xy + 9y^2$ | Rta b) y - 2

2. ■ Ejecute las operaciones indicadas y simplifique.

a) $y^{1/3}(y^{2/3} + y^{5/3})$ b) $((x - 1) + x^2)((x - 1) - x^2)$

Rta a) $y^2 + y$ | Rta b) $-x^4 + x^2 - 2x + 1$

3. ■ Factorice el trinomio.

a) $(3x + 2)^2 + 8(3x + 2) + 12$; b) $2(a + b)^2 + 5(a + b) - 3$

Rta a) $(3x + 4)(3x + 8)$ | Rta b) [2(a+b)-1] [a+b+3]

4. [redacted] ■ Factorice por completo la expresión. Empiece por factorizar la potencia más baja de cada factor común.

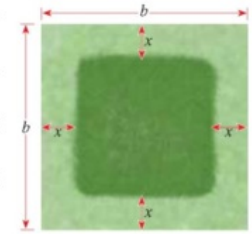
a) $(x^2 + 1)^{1/2} + 2(x^2 + 1)^{-1/2}$; b) $(x - 1)^{7/2} - (x - 1)^{3/2}$

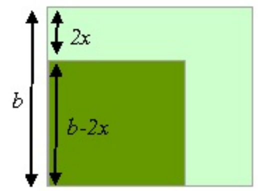
Rta a) $(x^2 + 1)^{-1/2}(x^2 + 3)$ | Rta b) $(x-1)^{3/2}\left[(x-1)^2 - 1\right]$

$= (x-1)^{3/2}\, x\,(x-2)$

5.

● **Podar un campo:** Cada semana, un campo cuadrado de cierto parque estatal es podado alrededor de los bordes. El resto del campo se mantiene sin podar para que sirva como hábitat para aves y animales pequeños (vea figura). El campo mide b pies, y la franja podada es de x pies de ancho.





a) Explique por qué el área de la parte podada es $b^2 - (b - 2x)^2$.

Por qué, b^2 es el área total del campo y $(b - 2x)^2$ es el área del campo sin podar, para encontrar el área podada debemos restar al total el área sin podar.

b) Factorice la expresión de la parte (a) para demostrar que el área de la parte podada también es $4x(b-x)$.

$b^2 - (b - 2x)^2$

$b^2 - (b^2 - 4bx + 4x^2)$

$b^2 - b^2 + 4bx - 4x^2$

$\cancel{b^2} - \cancel{b^2} + 4bx - 4x^2$

$4bx - 4x^2$

$4x(b - x)$

3.b) sea x=(a+b)

$\rightarrow 2x^2 + 5x - 3 = 0$

$(2x - 1)(x + 3) = 0$

luego se hace x= a+b:

$\rightarrow$ [2(a+b)-1] [a+b+3]

6.

[redacted] ■ Encuentre el dominio de la expresión.

a) $\dfrac{x^2+1}{x^2-x-2}$

b) $\dfrac{\sqrt{2x}}{x+1}$

Rta a) **11.** $\{x \mid x \neq -1, 2\}$

Rta b) $\{x \mid x \geq 0 \text{ y } x \neq -1\}$

7.

■ Ejecute la multiplicación o división y simplifique.

a) $\dfrac{x^2+7x+12}{x^2+3x+2} \cdot \dfrac{x^2+5x+6}{x^2+6x+9}$

;b) $\dfrac{x+3}{4x^2-9} \div \dfrac{x^2+7x+12}{2x^2+7x-15}$

Rta a) $\dfrac{x+4}{x+1}$

Rta b) $\dfrac{x+5}{(2x+3)(x+4)}$

8.

■ Ejecute la adición o sustracción y simplifique.

a) $u+1+\dfrac{u}{u+1}$

b) $\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x-1}-\dfrac{4}{x^2-x}$

Rta a) $\dfrac{u^2+3u+1}{u+1}$

Rta b) $\dfrac{5x-6}{x(x-1)}$

9. ■ Simplifique la expresión fraccionaria compuesta.

a) $\dfrac{\dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}}{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{y^2}}$

b) $1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}$

Rta a) $-xy$

Rta b) $\dfrac{1}{1-x}$

10.

[redacted] ■ Simplifique la expresión. (Este tipo de expresión aparece en cálculo cuando se usa la "regla del cociente".)

a) $\dfrac{2(1+x)^{1/2}-x(1+x)^{-1/2}}{x+1}$

b) $\dfrac{3(1+x)^{1/3}-x(1+x)^{-2/3}}{(1+x)^{2/3}}$

[redacted].Rta a) $\dfrac{x+2}{(x+1)^{3/2}}$

[redacted].Rta b) $\dfrac{2x+3}{(x+1)^{4/3}}$

9. ■ Simplifique la expresión fraccionaria compuesta.

a) $\dfrac{\dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}}{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{y^2}}$ b) $1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}$

a) $$\dfrac{\dfrac{x}{y}-\dfrac{y}{x}}{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{y^2}} = \dfrac{\dfrac{x^2-y^2}{xy}}{\dfrac{y^2-x^2}{x^2y^2}} = \dfrac{x^2-y^2}{\cancel{xy}} \cdot \dfrac{x^{\cancel{2}}y^{\cancel{2}}}{y^2-x^2} = \dfrac{-\cancel{(y^2-x^2)}xy}{\cancel{y^2-x^2}} = \boxed{-xy}$$

b) $$1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}} = 1-\dfrac{1}{\dfrac{x-1}{x}} = 1-\dfrac{1\cdot x}{x-1} = \dfrac{x-1-x}{x-1} = \boxed{\dfrac{-1}{x-1} \text{ ó } \dfrac{1}{1-x}}$$

11.

a) $\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$; despeje R_1

$$\frac{1}{R_1}=\frac{1}{R}-\frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_1}=\frac{R_2-R}{R\cdot R_2}$$

$$R_1=\frac{R\cdot R_2}{R_2-R}$$

b) $A=P\left(1+\frac{i}{100}\right)^2$; despeje i

$$\frac{A}{P}=\left(1+\frac{i}{100}\right)^2$$

$$\sqrt{\frac{A}{P}}=\left(1+\frac{i}{100}\right)$$

$$i=100\left(\sqrt{\frac{A}{P}}-1\right)$$

12.

a) $4x^2-4x-15=0$ $\boxed{-\frac{3}{2},\frac{5}{2}}$

$$4\left(x^2-x-\frac{15}{4}\right)=0$$

$$x^2-x-\frac{15}{4}=0$$

$$\left(x+\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{5}{2}\right)=0$$

$$x=-\frac{3}{2}\ ;\ x=\frac{5}{2}$$

b) Usando la fórmula cuadrática:

13.

$$\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+2}=\frac{5}{4}$$

$$\frac{(x+2)+(x-1)}{(x+2)(x-1)}=\frac{5}{4}$$

$$4(2x+1)=5(x+2)(x-1)$$

$$8x+4=5x^2+5x-10$$

$$5x^2-3x-14=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4(5)(-14)}}{2(5)}$$

$$x=\frac{3\pm\sqrt{289}}{10}\ ; \quad x_1=2, \quad x_2=-\frac{7}{5}$$

14.

a) $4(x+1)^{1/2}-5(x+1)^{3/2}+(x+1)^{5/2}=0$

$$(x+1)^{1/2}\left[4-5(x+1)^{3/2-1/2}+(x+1)^{5/2-1/2}\right]=0$$

$(x+1)=a$

$$\Rightarrow a^{1/2}\left[4-5a+a^2\right]=0$$

$$\boxed{a^{1/2}(a-1)(a-4)=0}$$

$a^{1/2}=0 \longrightarrow (x+1)^{1/2}=0$, $x+1=0$, $\boxed{x=-1}$

$(a-1)=0$, $(x+1)-1=0$, $\boxed{x=0}$

$(a-4)=0$, $(x+1)-4=0$, $\boxed{x=3}$

b) $|3x+5|=1$

$3x+5=1$, $\boxed{x=-\frac{4}{3}}$

$3x+5=-1$, $\boxed{x=-2}$

15.

Población de peces La población de peces de cierto lago sube y baja de acuerdo con la fórmula

$$F = 1000(30 + 17t - t^2)$$

Aquí F es el número de peces en el tiempo t, donde t se mide en años desde el 1 de enero de 2002, cuando la población de peces se estimó por primera vez.

(a) ¿En qué fecha la población de peces será otra vez la misma de como era el 1 de enero de 2002?

(b) ¿Antes de qué fecha habrán muerto todos los peces del lago?

solución a)

$t = 0 \rightarrow F = 30.000 \Rightarrow 30.\cancel{000} = 1\cancel{000}(30 + 17t - t^2)$

$t = 1 \rightarrow F = 46.000$

$\cancel{30} = \cancel{30} + 17t - t^2$

$t^2 - 17t = 0$

$t(t - 17) = 0$

$t = 0 \qquad t = 17$

solución b)

$F = 0 \Rightarrow 0 = 30 + 17t - t^2$

$t^2 - 17t - 30 = 0$

$t_{1,2} = \dfrac{17 \pm 20{,}22}{2}$

$t_1 = 18{,}612$ años

$t_2 = -1{,}61$ años X

(b) Después de 18.612 años, el 12 de agosto de 2020