Desplazamiento vertical

Sumar una constante a una función desplaza verticalmente su gráfica; hacia arriba si la constante es positiva y hacia abajo si es negativa.

En general, suponga que conocemos la gráfica de $y = f(x)$. ¿Cómo obtenemos de ella las gráficas de lo siguiente?

$$y = f(x) + c \qquad \text{y} \qquad y = f(x) - c \qquad \underline{(c > 0)}$$

Recuerde que la gráfica de la función f es igual que la gráfica de la ecuación $y = f(x)$.

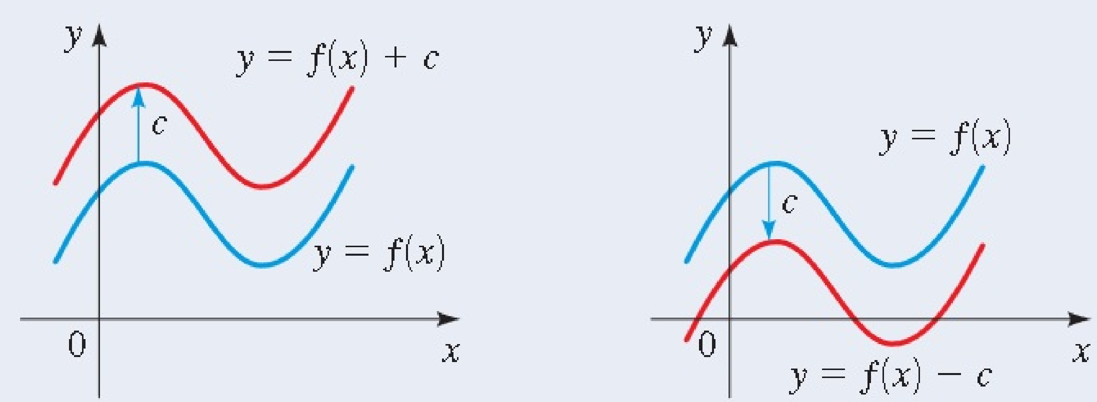
$$\left.\begin{aligned} y &= f(x) + c \\ y &= f(x) - c \end{aligned}\right\} ; \ (c > 0)$$

DESPLAZAMIENTOS VERTICALES DE GRÁFICAS

Suponga $c > 0$.

Para graficar $y = f(x) + c$, desplace la gráfica de $y = f(x)$ c unidades hacia arriba.

Para graficar $y = f(x) - c$, desplace la gráfica de $y = f(x)$ c unidades hacia abajo.



EJEMPLO 1 | Desplazamientos verticales de gráficas

Use la gráfica de $f(x) = x^2$ para trazar la gráfica de cada función.

(a) $g(x) = x^2 + 3$ **(b)** $h(x) = x^2 - 2$

SOLUCIÓN La función $f(x) = x^2$ se graficó en el Ejemplo 1(a), Sección 2.2. Está trazada otra vez en la Figura 1.

(a) Observe que

$$g(x) = x^2 + 3 = f(x) + 3$$

Entonces la coordenada y de cada punto sobre la gráfica de g está 3 unidades arriba del punto correspondiente en la gráfica de f. Esto significa que para graficar g desplazamos 3 unidades hacia arriba la gráfica de f, como en la Figura 1.

(b) Análogamente, para graficar h, desplazamos 2 unidades hacia abajo la gráfica de f, como en la Figura 1.

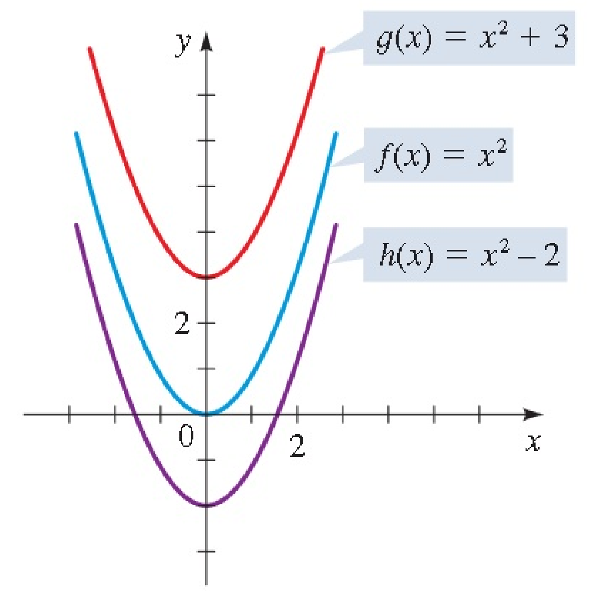


FIGURA 1

AHORA INTENTE HACER LOS EJERCICIOS **21** Y **23**

Desplazamiento horizontal

Suponga que conocemos la gráfica de $y = f(x)$. ¿Cómo la usamos para obtener las gráficas de lo siguiente?

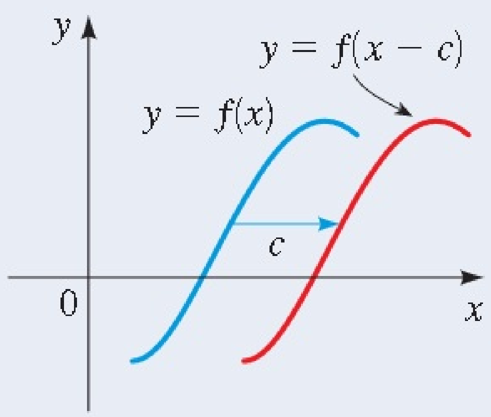
$$y = f(x + c) \qquad \text{y} \qquad y = f(x - c) \qquad (c > 0)$$

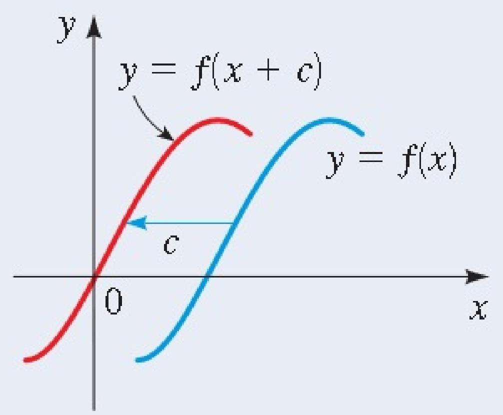
DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES DE GRÁFICAS

Suponga $c > 0$.

Para graficar $y = f(x - c)$, desplace la gráfica de $y = f(x)$ c unidades a la derecha.

Para graficar $y = f(x + c)$, desplace la gráfica de $y = f(x)$ c unidades a la izquierda.





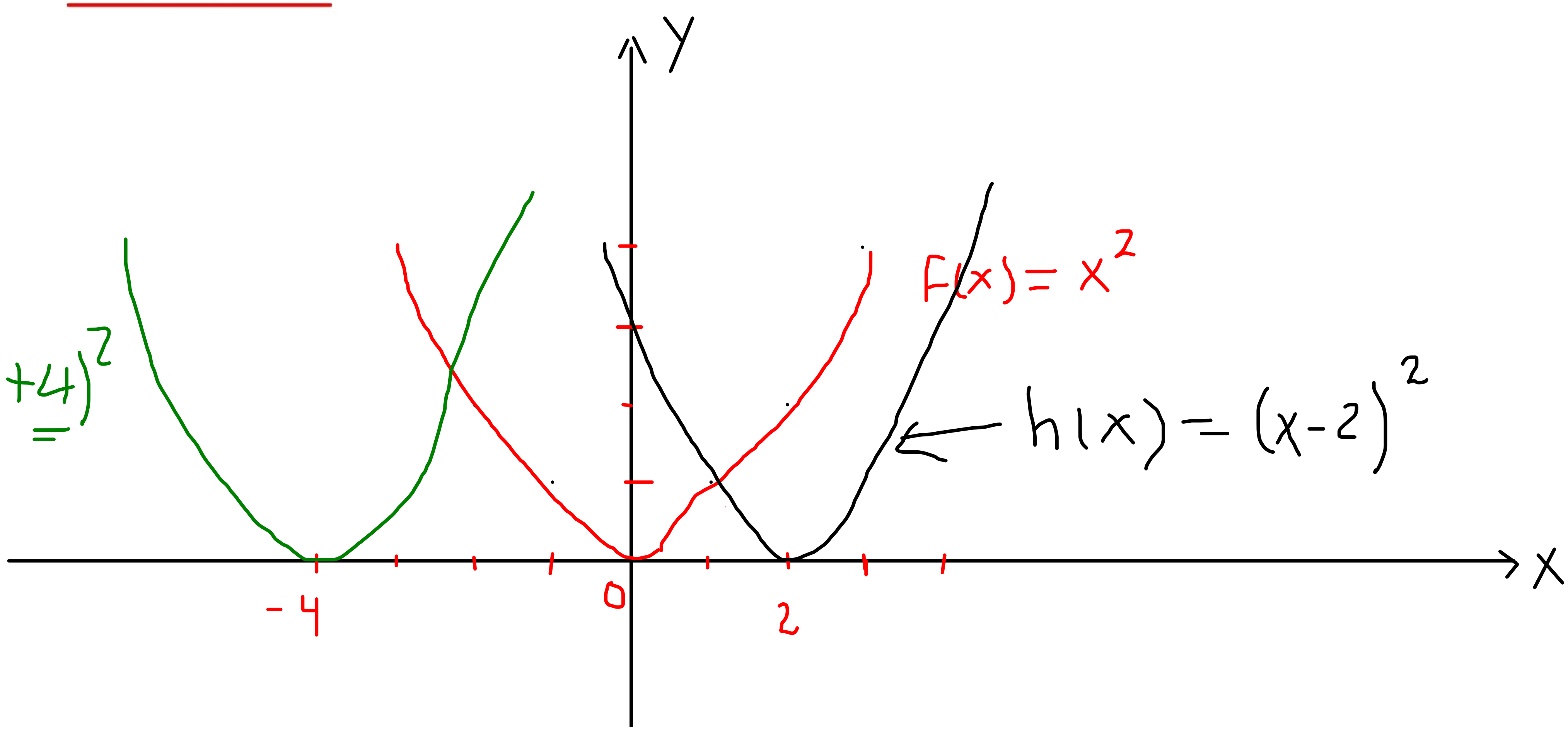
EJEMPLO 2 | Desplazamientos horizontales de gráficas

Use la gráfica de $f(x) = x^2$ para trazar la gráfica de cada función.

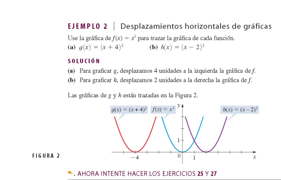
(a) $g(x) = (x + 4)^2$ **(b)** $h(x) = (x - 2)^2$

a)

$g(x) = (x+4)^2$



AHORA INTENTE HACER LOS EJERCICIOS **25** Y **27**



EJEMPLO 3 | Combinación de desplazamientos horizontal y vertical

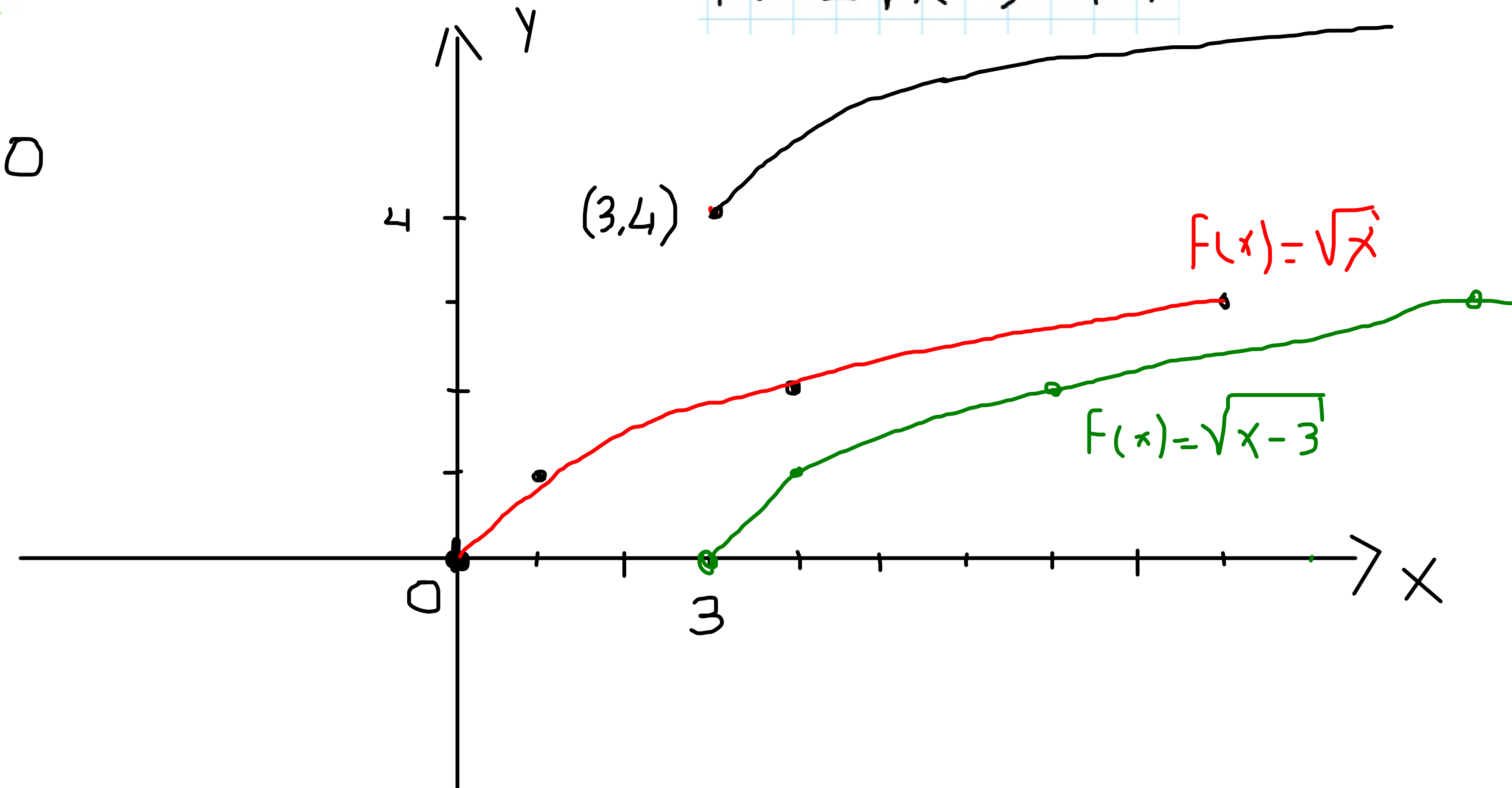
(Fuer die Studenten)

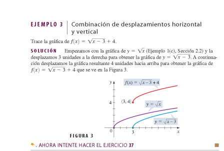
Trace la gráfica de $f(x) = \sqrt{x-3} + 4$.

$$f(x) = \sqrt{x-3} + 4$$

$$f(x) = \sqrt{x} \quad ; \ x \geq 0$$

x	$y = f(x)$
0	0
1	1
4	2
9	3





AHORA INTENTE HACER EL EJERCICIO **37**

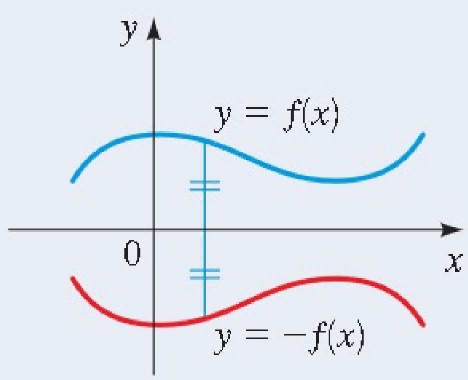
Gráficas que se reflejan

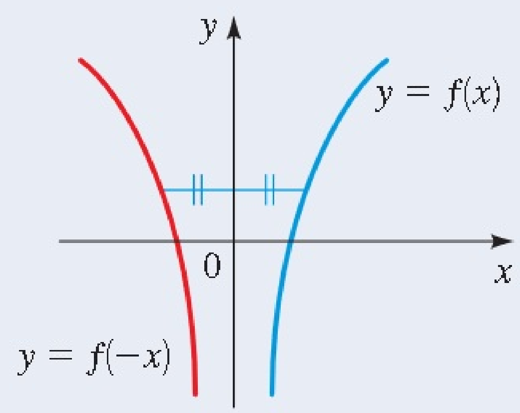
Suponga que conocemos la gráfica de $y = f(x)$. ¿Cómo la usamos para obtener las gráficas de $y = -f(x)$ y $y = f(-x)$?

GRÁFICAS QUE SE REFLEJAN

Para graficar $y = -f(x)$, refleje la gráfica de $y = f(x)$ en el eje x.

Para graficar $y = f(-x)$, refleje la gráfica de $y = f(x)$ en el eje y.





EJEMPLO 4 | Gráficas que se reflejan

Trace la gráfica de cada función.

(a) $f(x) = -x^2$ **(b)** $g(x) = \sqrt{-x}$

SOLUCIÓN

(a) Empezamos con la gráfica de $y = x^2$. La gráfica de $f(x) = -x^2$ es la gráfica de $y = x^2$ reflejada en el eje x (vea Figura 4).

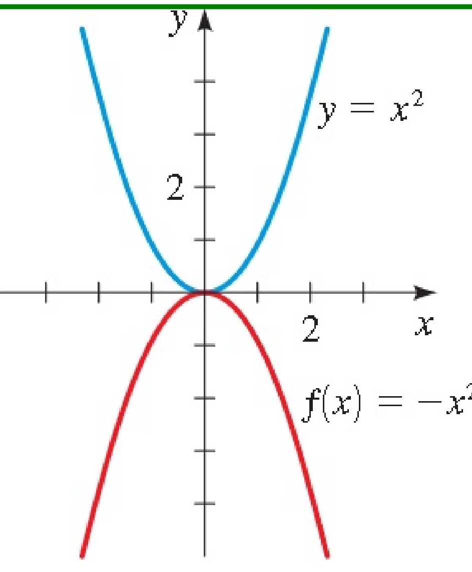


FIGURA 4

(b) Empezamos con la gráfica de $y = \sqrt{x}$ (Ejemplo 1(c) en la Sección 2.2.) La gráfica de $g(x) = \sqrt{-x}$ es la gráfica de $y = \sqrt{x}$ reflejada en el eje y (vea Figura 5). Observe que el dominio de la función $g(x) = \sqrt{-x}$ es $\{x \mid x \leq 0\}$..

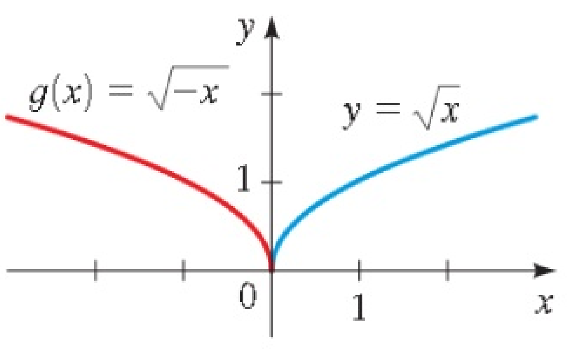


FIGURA 5

AHORA INTENTE HACER LOS EJERCICIOS **29** Y **31**

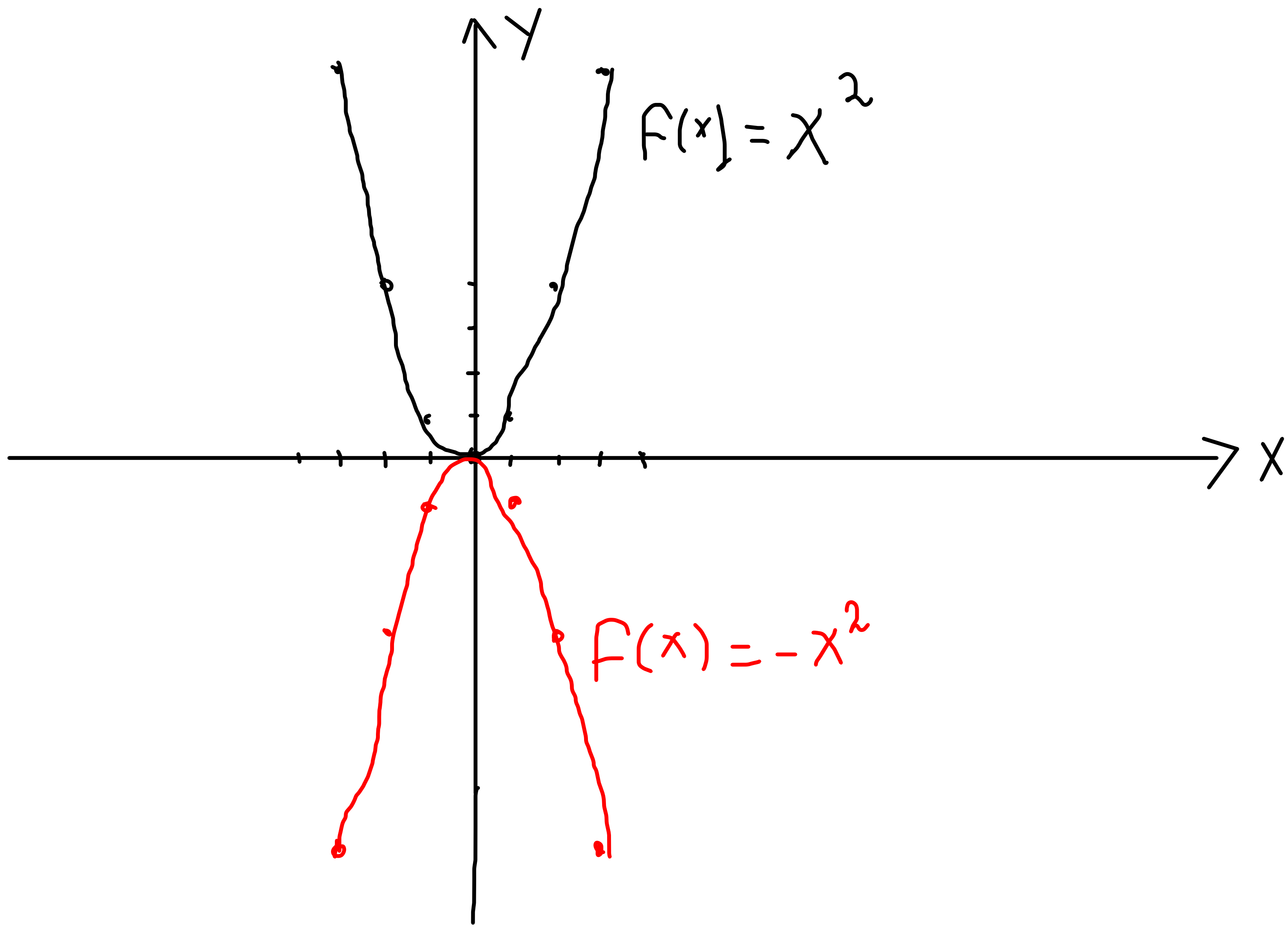
EJEMPLO 4 | Gráficas que se reflejan

Trace la gráfica de cada función.

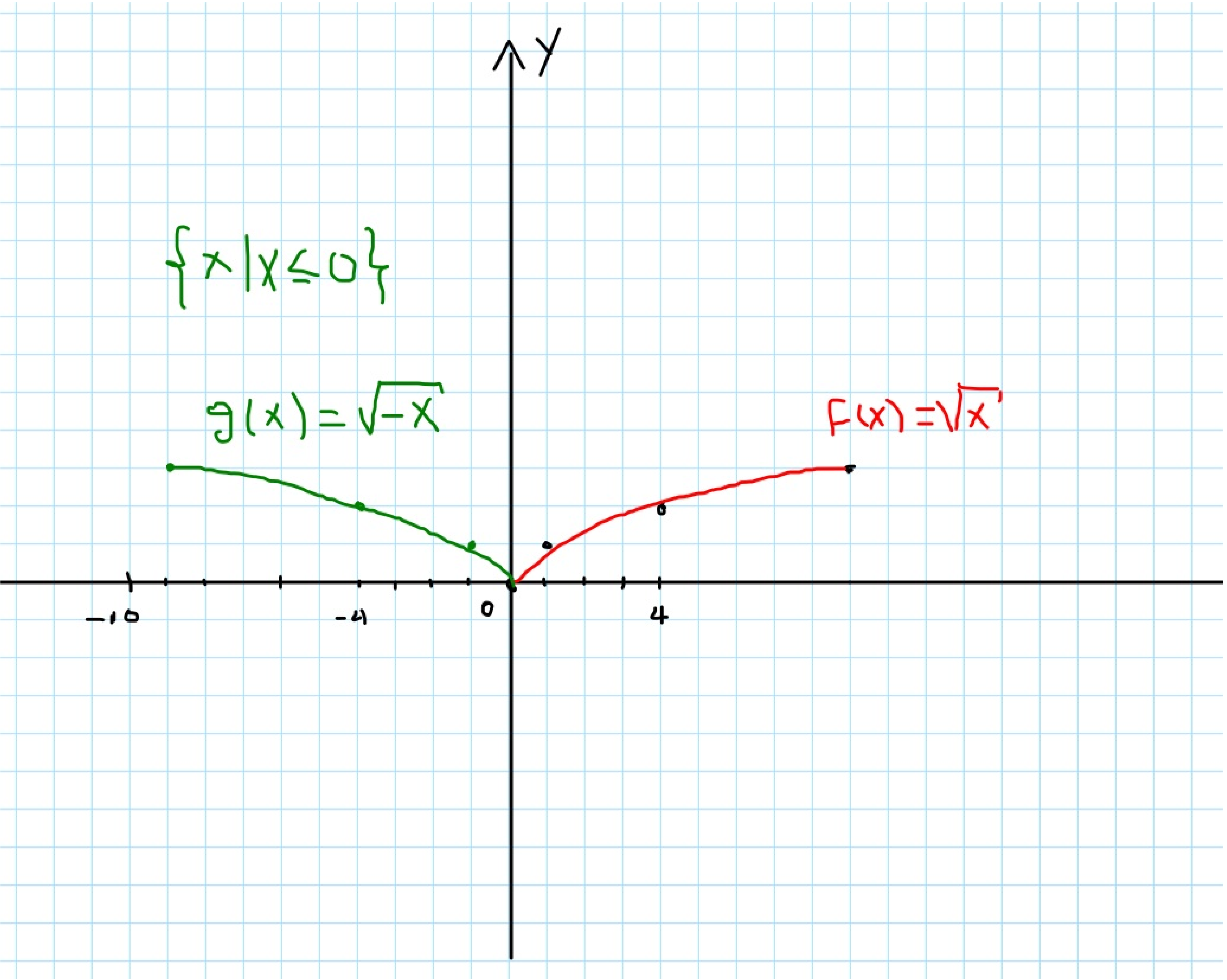
(a) $f(x) = -x^2$ **(b)** $g(x) = \sqrt{-x}$

$\{x \mid x \leq 0\}$

a)



(b) $g(x) = \sqrt{-x}$

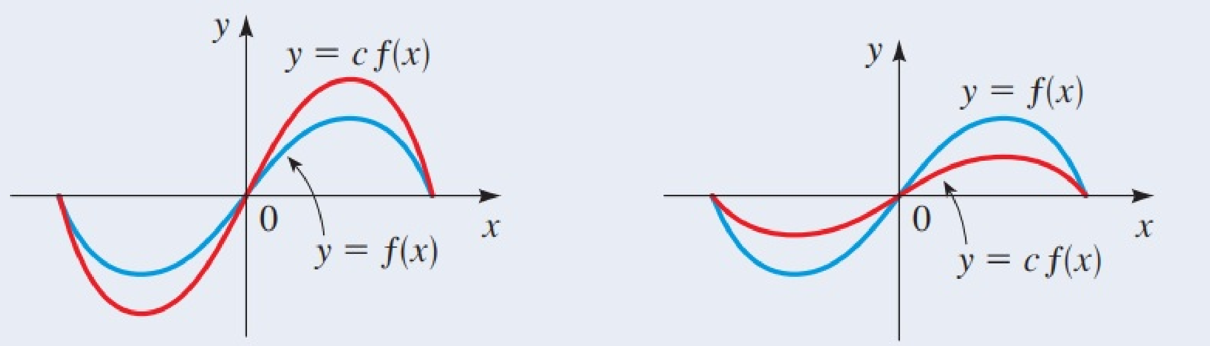


ALARGAMIENTO Y CONTRACCIÓN VERTICALES DE GRÁFICAS

Para graficar $y = cf(x)$:

Si $c > 1$, alargue la gráfica de $y = f(x)$ verticalmente en un factor de c.

Si $0 < c < 1$, contraiga la gráfica de $y = f(x)$ verticalmente en un factor de c.



$c > 1$ $\qquad$ $0 < c < 1$

EJEMPLO 5 | Alargamiento y contracción verticales de gráficas

Use la gráfica de $f(x) = x^2$ para trazar la gráfica de cada función.

(a) $g(x) = 3x^2$	**(b)** $h(x) = \frac{1}{3}x^2$

SOLUCIÓN

(a) La gráfica de g se obtiene al multiplicar por 3 la coordenada y de cada punto de la gráfica. Esto es, para obtener la gráfica de g, alargamos la gráfica de f verticalmente en un factor de 3. El resultado es la parábola más angosta de la Figura 6.

(b) La gráfica de h se obtiene al multiplicar por 1/3 la coordenada y de cada punto de la gráfica de f. Esto es, para obtener la gráfica de h, contraemos la gráfica de f verticalmente en un factor de 1/3. El resultado es la parábola más ancha de la Figura 6.

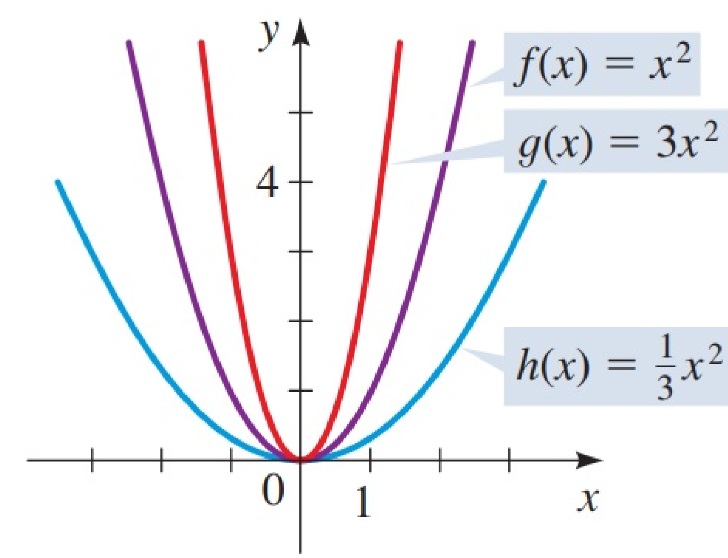


FIGURA 6

Funciones pares e impares

Si una función f satisface $f(-x) = f(x)$ para todo número x en su dominio, entonces f recibe el nombre de **función par**. Por ejemplo, la función $f(x) = x^2$ es función par porque

$$f(-x) = (-x)^2 = (-1)^2x^2 = x^2 = f(x)$$

La gráfica de una función par es simétrica con respecto al eje y (vea Figura 11). Esto significa que si hemos trazado la gráfica de f para $x \geq 0$, entonces podemos obtener toda la gráfica simplemente al reflejar esta parte en el eje y.

Si f satisface $f(-x) = -f(x)$ para todo número x en su dominio, entonces f se denomina **función impar**. Por ejemplo, la función $f(x) = x^3$ es impar porque

$$f(-x) = (-x)^3 = (-1)^3x^3 = -x^3 = -f(x)$$

La gráfica de una función impar es simétrica alrededor del origen (vea Figura 12). Si hemos trazado la gráfica de f para $x \geq 0$, entonces podemos obtener toda la gráfica al girar esta parte 180° alrededor del origen. (Esto es equivalente a reflejar primero en el eje x y luego en el eje y.)

si $f(-x) = f(x) \rightarrow$ par

si $f(-x) = -f(x) \rightarrow$ impar

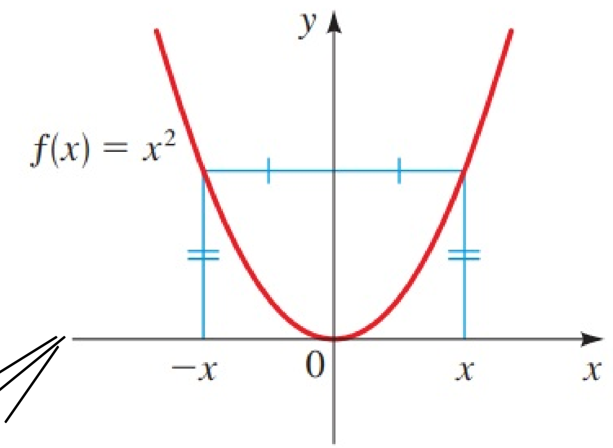


FIGURA 11 $f(x) = x^2$ es una función par.

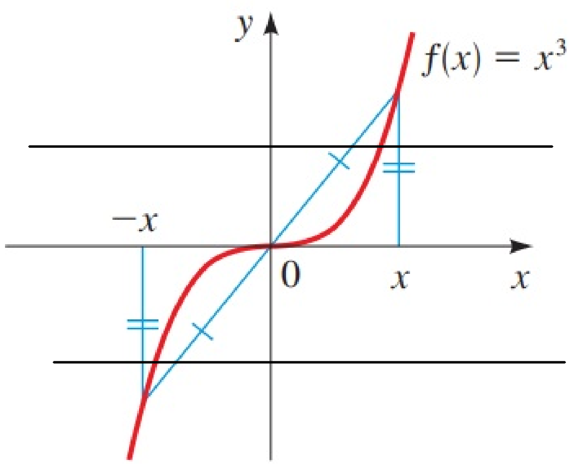


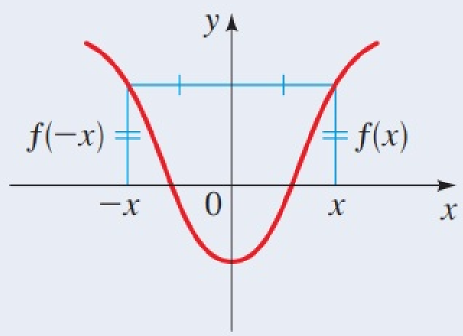
FIGURA 12 $f(x) = x^3$ es una función impar.

FUNCIONES PARES E IMPARES

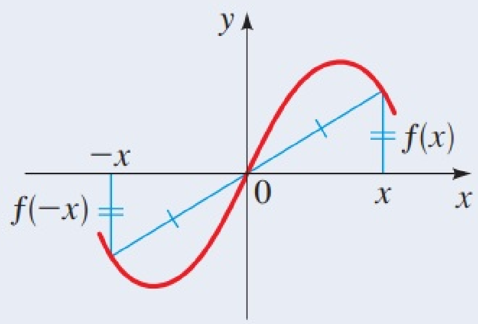
Sea f una función.

f es **par** si $f(-x) = f(x)$ para toda x en el dominio de f.

f es **impar** si $f(-x) = -f(x)$ para toda x en el dominio de f.



La gráfica de una función par es simétrica con respecto al eje y.



La gráfica de una función impar es simétrica con respecto al origen.

EJEMPLO 8 | Funciones par e impar

Determine si las funciones son par, impar, o ninguna de éstas.

(a) $f(x) = x^5 + x$

(b) $g(x) = 1 - x^4$

(c) $h(x) = 2x - x^2$

$-j(x) = -(1 - x^5) = -1 + x^5$

d) $j(x) = 1 - x^5 \Rightarrow j(-x) = 1 - (-x)^5 = 1 + x^5$

SOLUCIÓN

(a) $f(-x) = (-x)^5 + (-x)$

$= -x^5 - x = -(x^5 + x)$

$= -f(x)$

Por tanto, f es una función impar.

(b) $g(-x) = 1 - (-x)^4 = 1 - x^4 = g(x)$

Por tanto, g es par.

(c) $h(-x) = 2(-x) - (-x)^2 = -2x - x^2$

Como $h(-x) \neq h(x)$ y $h(-x) \neq -h(x)$, concluimos que h no es ni par ni impar.

AHORA INTENTE HACER LOS EJERCICIOS **75, 77** Y **79**

Solución:

(a) $f(x) = x^5 + x$

$f(-x) = (-x)^5 + (-x)$

$= -x^5 - x$

$= -(x^5 + x)$

$= -f(x)$

Por lo tanto f(x) es impar

(b) $g(x) = 1 - x^4$

$g(-x) = 1 - (-x)^4 = 1 - x^4 = g(x)$

Por lo tanto g(x) es par

$j(-x) \neq j(x) \quad || \quad j(x) \neq -j(x)$

(c) $h(x) = 2x - x^2$

$$h(-x) = 2(-x) - (-x)^2 = -2x - x^2$$

$$-h(x) = -(2x - x^2)$$

$$\boxed{\begin{gathered} h(-x) \neq h(x) \\ h(-x) \neq -h(x) \end{gathered}}$$ y

Por lo tanto h(x) no es impar ni impar !!

Valores máximo y mínimo locales de una función

Hallar los valores máximo y mínimo de una función es importante en numerosas aplicaciones. Por ejemplo, si una función representa ingreso o utilidad, entonces estamos interesados en su valor máximo. Para una función que representa costo, desearíamos hallar su valor mínimo. Fácilmente podemos hallar estos valores a partir de la gráfica de una función. Primero definimos qué queremos decir con un máximo o mínimo locales.

MÁXIMOS Y MÍNIMOS LOCALES DE UNA FUNCIÓN

1. El valor de una función $f(a)$ es un **valor máximo local** de f si

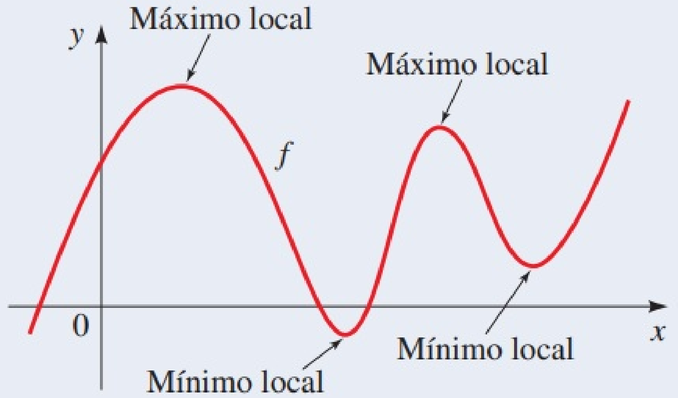
$$f(a) \geq f(x) \quad \text{cuando } x \text{ es cercana a } a$$

(Esto significa que $f(a) \geq f(x)$ para toda x en algún intervalo abierto que contenga a a.)
En este caso decimos que f tiene un **máximo local** en $x = a$.

2. El valor de la función $f(a)$ es un **mínimo local** de f si

$$f(a) \leq f(x) \quad \text{cuando } x \text{ es cercana a } a$$

(Esto significa que $f(a) \leq f(x)$ para toda x en algún intervalo abierto que contenga a a.)
En este caso decimos que f tiene un **mínimo local** en $x = a$.



2.4 RAPIDEZ DE CAMBIO PROMEDIO DE UNA FUNCIÓN

▼ Rapidez de cambio promedio

Todos estamos familiarizados con el concepto de rapidez: si una persona viaja en auto una distancia de 120 millas en 2 horas, entonces el promedio de rapidez, o rapidez de viaje, es 120 mi/2 h = 60 mi/h.

Ahora supongamos que usted hace un viaje en auto y registra la distancia recorrida a cada pocos minutos. La distancia s que ha recorrido es una función del tiempo t:

$s(t)$ distancia total recorrida en el tiempo t.

Graficamos la función s como se ve en la Figura 1. La gráfica muestra que la persona ha recorrido un total de 50 millas después de 1 hora, 75 millas después de 2 horas, 140 millas después de 3 horas, y así sucesivamente. Para hallar su promedio de rapidez entre cualesquier dos puntos en el viaje, dividimos la distancia recorrida entre el tiempo transcurrido.

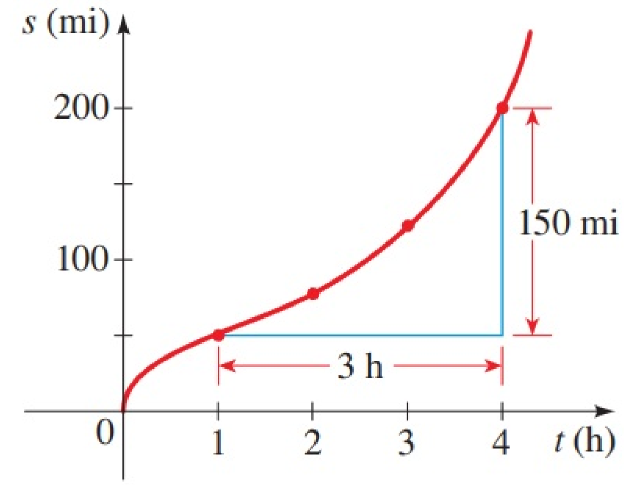


FIGURA 1
Promedio de rapidez

Calculemos su promedio de rapidez entre la 1:00 p.m. y las 4:00 p.m. El tiempo transcurrido es 4-1=3 horas. Para hallar la distancia recorrida, restamos la distancia a la 1:00 p.m. de la distancia a las 4:00 p.m., es decir, 200 - 50 = 150 millas. Entonces, el promedio de su rapidez es:

$$\boxed{\text{promedio de rapidez} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo transcurrido}} = \frac{150 \text{ mi}}{3 \text{ h}} = 50 \text{ mi/h}}$$

El promedio de rapidez que acabamos de calcular se puede expresar usando notación de funciones:

$$\text{promedio de rapidez} = \frac{s(4) - s(1)}{4 - 1} = \frac{200 - 50}{3} = 50 \text{ mi/h}$$

Observe que el promedio de rapidez es diferente en diferentes intervalos. Por ejemplo, entre las 2:00 p.m. y las 3:00 p.m. encontramos que

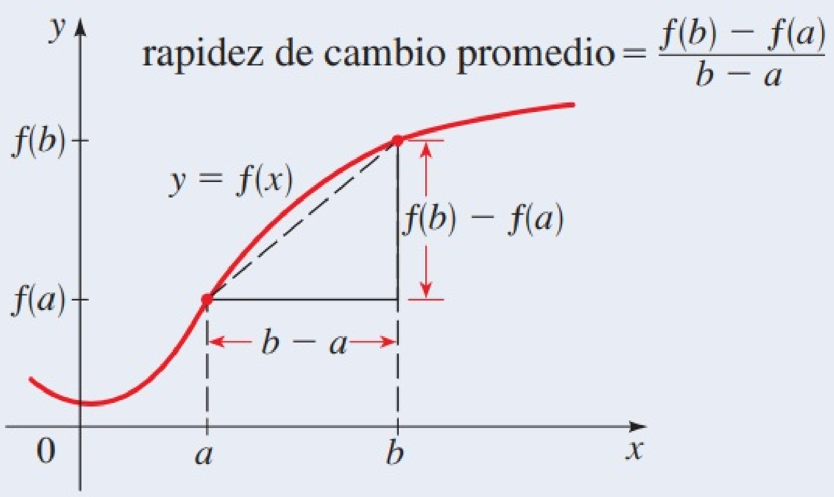
$$\text{promedio de rapidez} = \frac{s(3) - s(2)}{3 - 2} = \frac{140 - 75}{1} = 65 \text{ mi/h}$$

RAPIDEZ DE CAMBIO PROMEDIO

La **rapidez de cambio promedio** de la función $y = f(x)$ entre $x = a$ y $x = b$ es

$$\text{rapidez de cambio promedio} = \frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

La rapidez de cambio promedio es la pendiente de la **recta secante** entre $x = a$ y $x = b$ en la gráfica de f, esto es, la recta que pasa por $(a, f(a))$ y $(b, f(b))$.



EJEMPLO 1 | Cálculo de la rapidez de cambio promedio

Para la función $f(x) = (x-3)^2$, cuya gráfica se muestra en la Figura 2, encuentre la rapidez de cambio promedio entre los siguientes puntos:

(a) $x = 1$ y $x = 3$ **(b)** $x = 4$ y $x = 7$

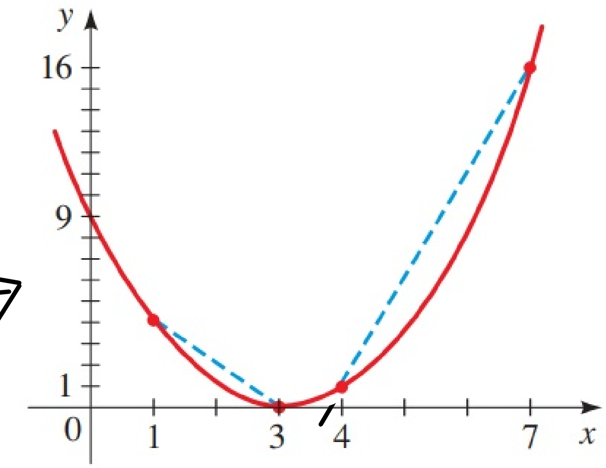


FIGURA 2 $f(x) = (x-3)^2$

Solución

(a)

$$f(x) = (x-3)^2$$

$$\frac{f(3) - f(1)}{3-1} = \frac{(3-3)^2 - (1-3)^2}{3-1} =$$

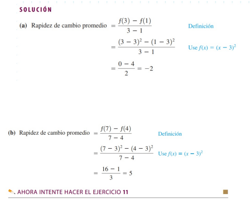
$$= \frac{0-4}{2} = -2$$

(b)

$$\textbf{rapidez de cambio} = \frac{f(7) - f(4)}{7-4} = \frac{(7-3)^2 - f(4-3)^2}{7-4} =$$

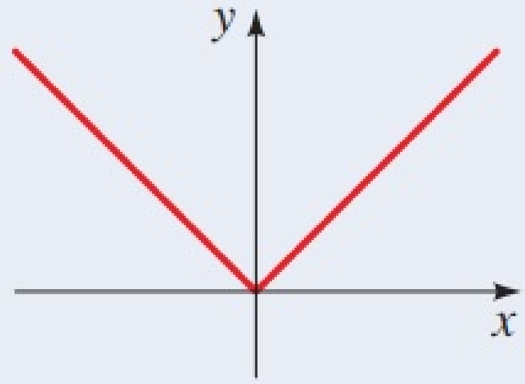
$$= \frac{16-1}{3} = 5$$

$$\text{rapidez de cambio promedio} = \frac{f(b) - f(a)}{b-a}$$



Función valor absoluto

$f(x) = |x|$



$f(x) = |x|$

2.3 Información a partir de la gráfica de una función

▼ Valores de una función: dominio y rango

Una gráfica completa de una función contiene toda la información acerca de una función, porque la gráfica nos dice cuáles valores de entrada corresponden a cuáles valores de salida. Para analizar la gráfica de una función, debemos recordar que *la altura de la gráfica es el valor de la función*. Entonces, podemos leer los valores de una función a partir de su gráfica.

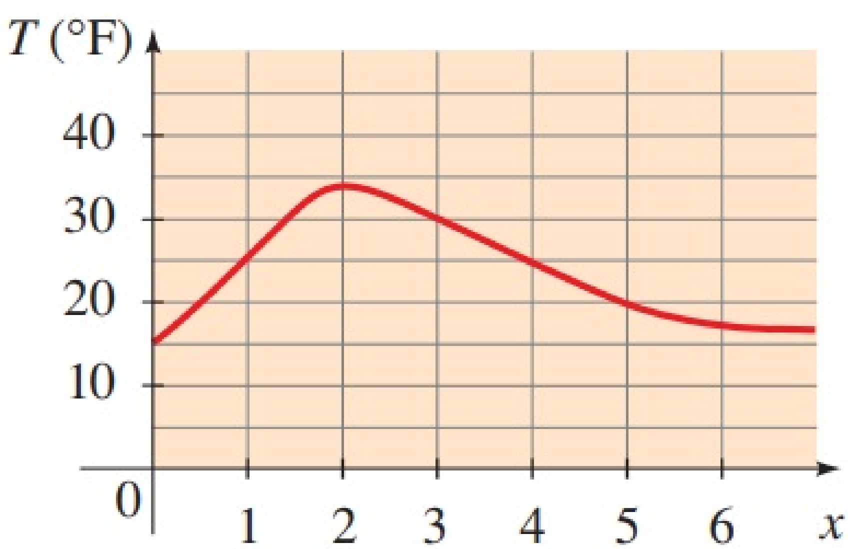


FIGURA 1 Función temperatura

EJEMPLO 1 | Hallar los valores de una función a partir de una gráfica

La función T graficada en la Figura 1 da la temperatura entre el mediodía y las 6:00 p.m. en cierta estación meteorológica.

(a) Encuentre $T(1)$, $T(3)$ y $T(5)$.

(b) ¿Cuál es mayor, $T(2)$ o $T(4)$?

(c) Encuentre el (los) valor(es) de x para los que $T(x) = 25$.

(d) Encuentre el (los) valor(es) de x para los que $T(x) \geq 25$.

SOLUCIÓN

(a) $T(1)$ es la temperatura a la 1:00 p.m. Está representada por la altura de la gráfica arriba del eje x en $x = 1$. Entonces, $T(1) = 25$. Análogamente, $T(3) = 30$ y $T(5) = 20$.

(b) Como la gráfica es más alta en $x = 2$ que en $x = 4$, se deduce que $T(2)$ es mayor que $T(4)$.

(c) La altura de la gráfica es 25 cuando x es 1 y cuando x es 4. En otras palabras, la temperatura es 25 a la 1:00 p.m. y a las 4:00 p.m.

(d) La gráfica es más alta de 25 para x entre 1 y 4. En otras palabras, la temperatura era 25 o mayor entre la 1:00 p.m. y las 4:00 p.m.

AHORA INTENTE HACER EL EJERCICIO **5**

2.5 EJERCICIOS

21-44 ■ Trace la gráfica de la función, no localizando los puntos sino empezando con la gráfica de una función estándar y aplicando transformaciones.

21. $f(x) = x^2 - 1$

22. $f(x) = x^2 + 5$

23. $f(x) = \sqrt{x} + 1$

24. $f(x) = |x| - 1$

25. $f(x) = (x - 5)^2$

26. $f(x) = (x + 1)^2$

27. $f(x) = \sqrt{x + 4}$

28. $f(x) = |x - 3|$

29. $f(x) = -x^3$

30. $f(x) = -|x|$

31. $y = \sqrt[4]{-x}$

32. $y = \sqrt[3]{-x}$

33. $y = \frac{1}{4}x^2$

34. $y = -5\sqrt{x}$

35. $y = 3|x|$

36. $y = \frac{1}{2}|x|$

37. $y = (x - 3)^2 + 5$

38. $y = \sqrt{x + 4} - 3$

39. $y = 3 - \frac{1}{2}(x - 1)^2$

40. $y = 2 - \sqrt{x + 1}$

41. $y = |x + 2| + 2$

42. $y = 2 - |x|$

43. $y = \frac{1}{2}\sqrt{x + 4} - 3$

44. $y = 3 - 2(x - 1)^2$

45-54 ■ Nos dan una función f, y las transformaciones indicadas se aplican a su gráfica (en el orden dado). Escriba la ecuación para la gráfica final transformada.

45. $f(x) = x^2$; desplazar hacia arriba 3 unidades

46. $f(x) = x^3$; desplazar hacia abajo 1 unidad

47. $f(x) = \sqrt{x}$; desplazar 2 unidades a la izquierda

48. $f(x) = \sqrt[3]{x}$; desplazar 1 unidad a la derecha

49. $f(x) = |x|$; desplazar 3 unidades a la derecha y desplazar 1 unidad hacia arriba

50. $f(x) = |x|$; desplazar 4 unidades a la izquierda y desplazar 1 unidad hacia abajo

51. $f(x) = \sqrt[4]{x}$; reflejar en el eje y y desplazar hacia arriba 1 unidad

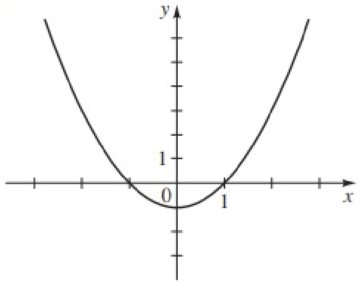
52. $f(x) = x^2$; desplazar 2 unidades a la izquierda y reflejar en el eje x

53. $f(x) = x^2$; alargar verticalmente en un factor de 2, desplazar hacia abajo 2 unidades y desplazar 3 unidades a la derecha

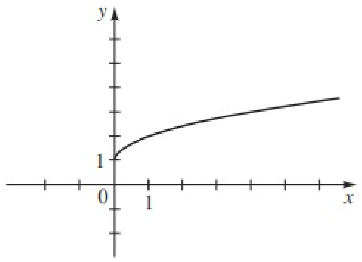
54. $f(x) = |x|$; contraer verticalmente en un factor de $\frac{1}{2}$, desplazar a la izquierda 1 unidad y desplazar hacia arriba 3 unidades.

2.5-Respuestas a ejercicios impares

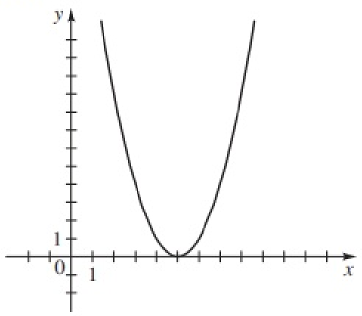
21.



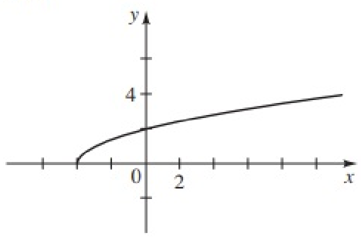
23.



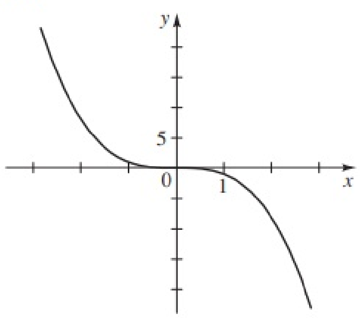
25.



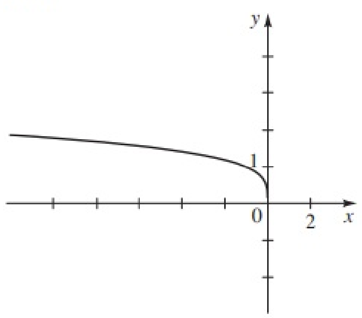
27.



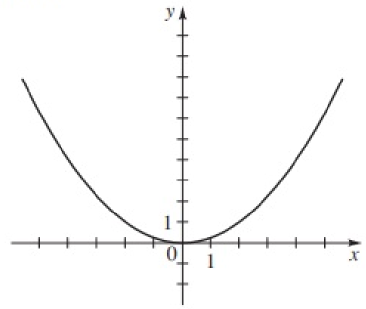
29.



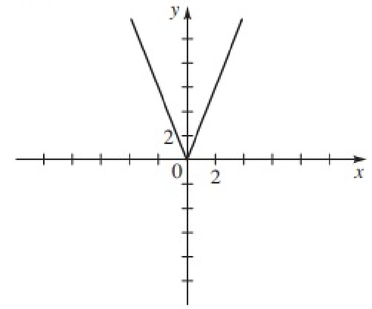
31.



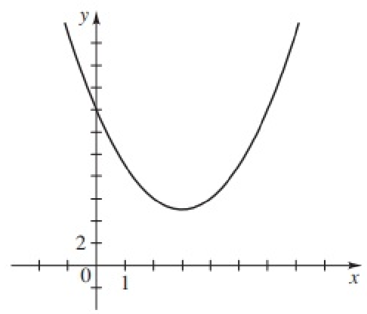
33.



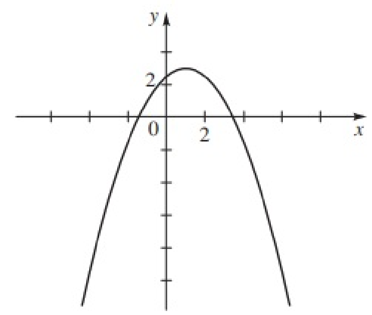
35.



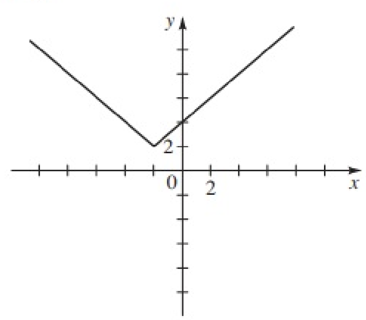
37.



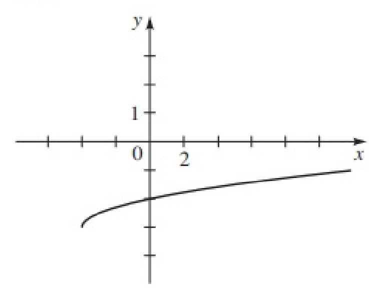
39.



41.



43.



45. $f(x) = x^2 + 3$ **47.** $f(x) = \sqrt{x + 2}$

49. $f(x) = |x - 3| + 1$ **51.** $f(x) = \sqrt[4]{-x} + 1$

53. $f(x) = 2(x - 3)^2 - 2$ **55.** $g(x) = (x - 2)^2$

57. $g(x) = |x + 1| + 2$ **59.** $g(x) = -\sqrt{x + 2}$

61. **(a)** 3 **(b)** 1 **(c)** 2 **(d)** 4

2.6 COMBINACIÓN DE FUNCIONES

▼ Sumas, diferencias, productos y cocientes

Dos funciones f y g pueden combinarse para formar nuevas funciones $f + g$, $f - g$, fg y f/g de un modo semejante a como sumamos, restamos, multiplicamos y dividimos números reales. Por ejemplo, definimos la función $f + g$ por

$$\boxed{(f + g)(x) = f(x) + g(x)}$$

La suma de f y g está definida por

$$\boxed{(f + g)(x) = f(x) + g(x)}$$

El nombre de la nueva función es "$f + g$". Por lo tanto, este signo $+$ representa la operación de adición de *funciones*, pero el signo $+$ del lado derecho representa adición de los *números* $f(x)$ y $g(x)$.

ÁLGEBRA DE FUNCIONES

Sean f y g funciones con dominios A y B. Entonces las funciones $f + g$, $f - g$, fg y f/g están definidas como sigue.

$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$	Dominio $A \cap B$
$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$	Dominio $A \cap B$
$(fg)(x) = f(x)g(x)$	Dominio $A \cap B$
$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$	Dominio $\{x \in A \cap B \mid g(x) \neq 0\}$

EJEMPLO 1 | Combinaciones de funciones y sus dominios

A) Sea $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$ $g(x) = \sqrt{x}$. Encuentre las funciones $f+g$, $f-g$, fg, y f/g y sus dominios.

a) $(f+g)x = f(x) + g(x) = \dfrac{1}{x-2} + \sqrt{x}$

Solución.

El dominio de f : $\{x \mid x \neq 2\}$

$g: \{x \mid x \geq 0\}$

La intersección de los dominios de f y g es:

$\{x \mid x \geq 0 \ y \ x \neq 2\} =$

$= [0,2) \cup (2,\infty)$

b) $(f-g)x = f(x) - g(x) = \dfrac{1}{x-2} - \sqrt{x}$

Dominio $\{x \mid x \geq 0 \ y \ x \neq 2\}$

c) $(fg)x = f(x)\,g(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x-2}$

Dominio $\{x \mid x \geq 0 \ y \ x \neq 2\}$

d) $\left(\dfrac{f}{g}\right)x = \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{1}{(x-2)(\sqrt{x})}$

Dominio $\{x \mid x > 0 \ y \ x \neq 2\}$

B) Encuentre: $(f+g)(4) = f(4) + g(4) = \dfrac{1}{4-2} + \sqrt{4} = \dfrac{1}{2} + 2 = \dfrac{5}{2}$

$(f-g)(4) = f(4) - g(4) = \dfrac{1}{4-2} - \sqrt{4} = -\dfrac{3}{2}$

$(fg)(4) = f(4) \cdot g(4) = \left(\dfrac{1}{4-2}\right)\sqrt{4} = \left(\dfrac{1}{2}\right)2 = 1$

$\left(\dfrac{f}{g}\right)(4) = \dfrac{f(4)}{g(4)} = \dfrac{1}{(4-2)\sqrt{4}} = \dfrac{1}{4}$

Cada uno de estos valores existe porque x=4 está en el dominio de cada función.

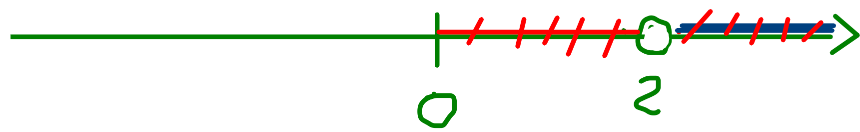
EJEMPLO 1 | Combinaciones de funciones y sus dominios

Sea $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$ $\quad g(x) = \sqrt{x}$. Encuentre las funciones $f+g$, $f-g$, fg, y f/g y sus dominios.

SOLUCIÓN

El dominio de f es $\{x \mid x \neq 2\}$, y el dominio de g es $\{x \mid x \geq 0\}$. La intersección de los dominios de f y g es

$$\{x \mid x \geq 0 \text{ y } x \neq 2\} = [0, 2) \cup (2, \infty)$$



Por lo tanto, tenemos

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = \frac{1}{x-2} + \sqrt{x} \qquad \text{Dominio } \{x \mid x \geq 0 \text{ y } x \neq 2\}$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = \frac{1}{x-2} - \sqrt{x} \qquad \text{Dominio } \{x \mid x \geq 0 \text{ y } x \neq 2\}$$

$$(fg)(x) = f(x)g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-2} \qquad \text{Dominio } \{x \mid x \geq 0 \text{ y } x \neq 2\}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{1}{(x-2)\sqrt{x}} \qquad \text{Dominio } \{x \mid x > 0 \text{ y } x \neq 2\}$$

AHORA INTENTE HACER EL EJERCICIO 5

2.6 EJERCICIOS

HABILIDADES

5-10 ■ Encuentre $f+g$, $f-g$, fg y f/g y sus dominios.

5. $f(x) = x - 3, \quad g(x) = x^2$

6. $f(x) = x^2 + 2x, \quad g(x) = 3x^2 - 1$

7. $f(x) = \sqrt{4 - x^2}, \quad g(x) = \sqrt{1 + x}$

8. $f(x) = \sqrt{9 - x^2}, \quad g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

9. $f(x) = \dfrac{2}{x}, \quad g(x) = \dfrac{4}{x + 4}$

10. $f(x) = \dfrac{2}{x + 1}, \quad g(x) = \dfrac{x}{x + 1}$

11-14 ■ Encuentre el dominio de la función.

11. $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{1 - x}$

12. $g(x) = \sqrt{x + 1} - \dfrac{1}{x}$

13. $h(x) = (x - 3)^{-1/4}$

14. $k(x) = \dfrac{\sqrt{x + 3}}{x - 1}$

Solución:

5) $F(x) = x - 3, \quad g(x) = x^2$

$(f+g)x = x - 3 + x^2 = x^2 + x - 3; \ (-\infty, \infty)$

$(f-g)x = -x^2 + x - 3; \ (-\infty, \infty)$

$(fg)x = x^3 - 3x^2; \ (-\infty, \infty)$

$\left(\dfrac{f}{g}\right)x = \dfrac{x-3}{x^2}; \ (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

2.6-Respuestas a ejercicios impares

5. $(f+g)(x) = x^2 + x - 3, (-\infty, \infty);$

$(f-g)(x) = -x^2 + x - 3, (-\infty, \infty);$

$(fg)(x) = x^3 - 3x^2, (-\infty, \infty);$

$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \dfrac{x-3}{x^2}, (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

7. $(f+g)(x) = \sqrt{4-x^2} + \sqrt{1+x}, [-1, 2];$

$(f-g)(x) = \sqrt{4-x^2} - \sqrt{1+x}, [-1, 2];$

$(fg)(x) = \sqrt{-x^3 - x^2 + 4x + 4}, [-1, 2];$

$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \sqrt{\dfrac{4-x^2}{1+x}}, (-1, 2]$

9. $(f+g)(x) = \dfrac{6x+8}{x^2+4x}, x \neq -4, x \neq 0;$

$(f-g)(x) = \dfrac{-2x+8}{x^2+4x}, x \neq -4, x \neq 0;$

$(fg)(x) = \dfrac{8}{x^2+4x}, x \neq -4, x \neq 0;$

$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x) = \dfrac{x+4}{2x}, x \neq -4, x \neq 0$

11. $[0, 1]$ **13.** $(3, \infty)$