



UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSE DE CALDAS  
FACULTAD DE INGENIERIA  
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS PARA EL CÁLCULO

TALLER N° 3: INTERVALOS Y DESIGUALDADES. VALOR ABSOLUTO

1. Dados los intervalos definidos en los números Reales R:

$$A = \{x \in \mathbb{R} / -8 \leq x < 10\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 2\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} / x < 5\}$$

Escribirlos en notación de intervalos y calcular las siguientes operaciones:

(a)  $A \cup B$       (b)  $B \cap C$       (c)  $C - B$       (d)  $B'$

(e)  $(C' - B)'$       (f)  $A \Delta C$       (g)  $C - (A \cap B')$       (h)  $B' \Delta (A - C)'$

2. Resolver las siguientes desigualdades lineales, y expresar el conjunto solución **S** en notación de intervalos:

(a)  $3x - (8 - x) < 2(3 - 5x)$ ,      (b)  $4x - 3(1 - 6x) + 8(x - 3) \geq 1$

(c)  $2x - 5 + 6(3 - 4x) \leq 7 - 8(1 - x) + 3(2x + 5)$

(d)  $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}(\frac{2}{3}t + \frac{1}{4}) > \frac{1}{5}(1 - t) + \frac{3}{10}$

(e)  $-1 < 2x - 7 \leq 8$       (f)  $\frac{1}{5} \leq \frac{6-5x}{4} < \frac{8}{3}$

(g)  $2 - x \leq \frac{x+5}{6} \leq 2x + 9$

(h)  $6 > 2x - 6 > 4$

3. Resolver las siguientes desigualdades polinómicas y racionales, usando diversos métodos. Expresar el conjunto solución **S** en notación de intervalos:

(a)  $(x - 2)(3x + 4) > 0$       (b)  $x(2x + 7) \geq 0$

(c)  $x^2 - 3x - 18 \leq 0$       (d)  $2x^2 + x \geq 1$

(e)  $x^2 > 3(x + 6)$       (f)  $x^2 \leq 9$

(g)  $(x + 2)(2x - 5)(6 - x) \leq 0$       (h)  $\frac{4x}{2x+3} > 2$

(i)  $16x \leq x^3$       (j)  $(2x - 5) / (x + 6) \geq 0$

(k)  $\frac{2x+1}{x-5} \geq 3$       (l)  $\frac{1}{x} < \frac{1}{6}$

(m)  $\frac{6}{x-1} - \frac{6}{x} \geq 1$

(o)  $\frac{x+2}{x+3} < \frac{x-1}{x-2}$

(q)  $x^4 > x^2$

(s)  $\frac{(x-1)^2}{x+2} \geq 0$

(u)  $\frac{19}{3x-4} \leq 5 + \frac{66}{2x-1}$

(w)  $\frac{5x^2-4x-1}{\sqrt{6-x}} \geq 0$

(y)  $\sqrt{5-3x} \geq 1$

(n)  $\frac{x}{x+1} > 3x$

(p)  $\frac{x}{2} \geq \frac{5}{x+1} + 4$

(r)  $x^5 > x^2$

(t)  $\sqrt{x^2 - x - 12} < x$

(v)  $1 < \frac{3x^2-7x-8}{x^2+1} < 2$

(x)  $\sqrt{9x-20} < x$

(z)  $\frac{x^2+1}{x^4+x^2+1} < 0$

4. Hallar el conjunto solución de las siguientes ecuaciones con valor absoluto:

(a)  $|x - 6| = 8$

(b)  $|5 - 2x| - 3 = 7$

(c)  $|3x + 4| = |8 - 3x|$

(d)  $|x + 3| - 9 = |4 - x|$

(e)  $2|x - 8| + 3|2 - 5x| = 1$

5. Resuelva las siguientes desigualdades con valor absoluto:

(a)  $|x| \leq 4$

(b)  $|2x| \geq 7$

(c)  $|x - 5| \leq 3$

(d)  $|5 - 2x| > \frac{2}{3}$

(e)  $3 - |3x + 4| \leq 1$

(f)  $|\frac{x+5}{x-8}| > 6$

(g)  $|\frac{5x-9}{x+6}| \leq \frac{1}{2}$

(h)  $|\frac{x-5}{3x+4}| > \frac{x}{2}$

(i)  $|\frac{1-x}{x-2}| + 6 \leq 2(3x + 2)$

(j)  $|2x - 1| \geq 3x + 2$

(k)  $|\frac{7-x}{5x+1}| > \frac{2}{3}$

(m)  $|\frac{4x+5}{x+7}| \leq 3$

(n)  $|4x + 2| < 5 - |3x - 1|$

(o)  $|4x + 7| + |-x - 2| > \frac{1}{2}$

(p)  $3x^2 - 11|x| - 4 \geq 0$

(q)  $(x - 1)|4 - x| < 4$

(r)  $|2x^2 - 20x + 37| < 5$

## 6. Aplicaciones de las desigualdades.

(a) Aplique la relación entre °C y °F para determinar el intervalo en la escala Fahrenheit que corresponde al intervalo de temperatura  $20 \leq ^\circ\text{C} \leq 30$ .

(b) Si se lanza verticalmente un objeto hacia arriba desde el nivel del suelo, con una velocidad inicial de 320 pies/seg entonces su distancia  $s$  arriba del suelo después de  $t$  segundos está dada por  $s = -16t^2 + 320t$ . ¿Para qué valores de  $t$  el objeto estará a más de 1536 pies sobre el suelo?

(c) La distancia de frenado  $d$  (en pies) de un auto que se desplaza a  $v$  mph está dado por  $d = v + (v^2 / 20)$ . Encuentre las velocidades que den distancias de frenado de menos de 75 pies.

(d) El número de millas  $M$  que cierto auto compacto puede recorrer con un galón de gasolina está relacionado con su velocidad  $v$  (en mph) por

$$M = \frac{1}{30}v^2 + \frac{5}{2}v \quad \text{para } 0 < v < 70$$

¿A qué velocidad será  $M$  al menos 45?

(e) Para una población particular de salmones, la relación entre el número  $S$  de ponedoras y el número  $R$  de hijuelos que sobreviven hasta la edad adulta está dada por la fórmula  $R = 4500S / (S + 50)$ . ¿En qué condiciones es  $R > S$ ?

(f) La densidad de población  $D$  (en personas /  $\text{mi}^2$ ) de una gran ciudad está relacionada con la distancia  $x$  desde el centro de la ciudad por  $D = 5000x / (x^2 + 36)$ . ¿En qué partes de la ciudad la densidad de población rebasará las 400 personas /  $\text{mi}^2$ ?

(g) Después que un astronauta es lanzado al espacio, su peso disminuye hasta que alcanza un estado de ingravidez. El peso de un astronauta de 125 lb a una altitud de  $x$  km sobre el nivel del mar está dado por

$$W = 125 \left( \frac{6400}{6400+x} \right)^2$$

¿A qué altura será menor de 5 lb?

(h) La fórmula de contracción de Lorentz, en teoría de la relatividad, relaciona la longitud  $L$  de un objeto que se mueve a una velocidad de  $v$  mps (millas por segundo) con respecto a un observador con su longitud  $L_0$  en reposo. Si  $c$  es la velocidad de la luz, entonces

$$L^2 = L_0^2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)$$

¿Para qué velocidades  $L$  será menor de  $\frac{1}{2}L_0$ ? Anote la respuesta en términos de  $c$ .

(i) En el diseño de un pequeño avión de turbohélices, la velocidad  $V$  de aterrizaje (en pies / s) está determinada por la fórmula  $W = 0,00334V^2S$ , donde  $W$  es el peso bruto

(en lb) del avión y  $S$  es la superficie (en  $\text{pies}^2$ ) de las alas. Si el peso bruto de la nave está entre 7500 y 10000 lb y  $S = 210 \text{ pies}^2$ , halle los límites de velocidad de aterrizaje en millas por hora.

(j) Si la longitud del péndulo del reloj de un abuelo es  $l$  cm, entonces su período  $T$  (en s) está dado por  $T = 2\pi \sqrt{l/g}$  donde  $g$  es una constante gravitacional. Si, en ciertas condiciones,  $g = 980$  y  $98 \leq l \leq 100$ , ¿cuál es el intervalo correspondiente para  $T$ ?

(k) Una empacadora produce tapas rectangulares que tienen el largo de dos unidades mayores que el triple del ancho. (a) Si el largo de las tapas está entre 30 y 50 cm, ¿en qué intervalo está el ancho?; (b) ¿En qué intervalo está el área de las tapas?

(l) Si se conectan dos resistencias  $R_1$  y  $R_2$  en paralelo en un circuito eléctrico, la resistencia neta está dada por  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ . Si  $R_1 = 10 \Omega$ , ¿qué valores de  $R_2$  resultarán en una resistencia neta menor que 5  $\Omega$ ?

(m) La ley de Boyle para un cierto gas expresa que  $pV = 200$ , en donde  $p$  denota la presión (en  $\text{Lb} / \text{pulg}^2$ ) y  $V$  el volumen (en  $\text{pulg}^3$ ). Si  $25 \leq V \leq 50$ , ¿cuál es el intervalo correspondiente de  $p$ ?

(n) En una hacienda, 10 recolectores recogen entre 150 y 180 Kg de un producto al día; si la mitad de ellos el doble de los demás, ¿entre qué valores están los Kg que recogen los trabajadores rápidos?

7. Use una tabla para ayudarse a resolver cada desigualdad en el intervalo dado:

(a)  $\frac{(2-x)(3x-9)}{(1-x)(x+1)} > 0$

(b)  $x^4 - x^3 - 16x^2 + 4x + 48 < 0$

(c)  $-2|x-3| + 1 \geq -5$

(d)  $2 < |x-6| < 4$

(e)  $\frac{x^2-x-2}{x^2+4x+3} \leq 0$

(f)  $(x^2-x)(x^2-5x+6) < 0$

(g)  $x^3 > x^2$

(h)  $\frac{3}{2x+3} < \frac{1}{x-2}$

(i)  $\frac{x^3+8}{x^2-12x+35} \geq 0$

**R.C.U.**

