

Documento autor

Especialización en Educación en Tecnología

Andres Javier Baquero Silva



Universidad Distrital Francisco José de Caldas
Facultad de Ciencias y Educación

2025

Índice general

1. Introducción	5
1.1. Organización del documento	5
2. Unidad 1	6
2.1. Física clásica	6
2.1.1. Cinemática	6
2.1.2. Sistema de Coordenadas	7
2.1.3. Velocidad promedio e instantánea	9
2.1.4. Movimiento rectilíneo uniforme	10
2.1.5. Movimiento con velocidad variable	10
2.1.6. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado	11
3. Unidad 2	13
3.1. Análisis gráfico de MRU y MRUV	13
3.2. Análisis gráfico de MRU y MRUV	14
3.3. Análisis gráfico comparativo: MRU con velocidad positiva y negativa	15
3.3.1. Interpretación de las gráficas	16
3.3.2. Contraste con MRUV	16
4. Unidad 3	18
4.1. Movimiento parabólico	18
4.1.1. Movimiento parabólico	19
4.2. Descomposición vectorial	20
4.2.1. Análisis de la componente vertical	22
4.2.2. Relaciones de simetría	22
4.3. Resumen práctico	24
4.3.1. Caso I: Velocidad Oblicua Inicial	24
4.3.2. Caso II: Trayectoria Semiparabólica	25
4.3.3. Caso III: Determinación de la Posición Horizontal Final (X)	26
4.3.4. Caso IV: Determinación de la Posición Vertical Final (Y)	27
4.3.5. Caso V: Determinación del Ángulo de Lanzamiento (θ)	28
4.4. Reflexión final	29

Listings

Índice de figuras

2.1.	La figura muestra los sistemas cartesianos en una, dos y tres dimensiones respectivamente. Fuente: Elaboración propia, (2025).	8
2.2.	La figura representa un punto en el plano, a través del vector posición $\mathbf{r}(t)$. Fuente: Elaboración propia, (2025).	8
2.3.	Enter Caption	9
3.1.	Gráfica movimiento rectilíneo uniformemente acelerado MRUA	13
3.2.	Relaciones gráficas fundamentales: (a) Posición vs tiempo ($x(t)$) muestra una parábola característica del MRUV, (b) Velocidad vs tiempo ($v(t)$) con comportamiento lineal para MRUV, (c) Aceleración vs tiempo ($a(t)$) constante no nula. Nótese que para MRU: $x(t)$ sería lineal, $v(t)$ constante y $a(t) = 0$. Fuente: Elaboración propia (2025).	14
3.3.	Gráficas cinemáticas para MRU con $v > 0$: (a) Posición vs tiempo (línea recta creciente), (b) Velocidad vs tiempo (constante positiva), (c) Aceleración vs tiempo ($a = 0$).	15
3.4.	Gráficas cinemáticas para MRU con $v < 0$: (a) Posición vs tiempo (línea recta decreciente), (b) Velocidad vs tiempo (constante negativa), (c) Aceleración vs tiempo ($a = 0$).	16
4.1.	La figura representa el lanzamiento de un balón siguiendo una trayectoria parabólica. Fuente: Elaboración generada por la AI de Canva, (2025).	19
4.2.	a figura muestra la trayectoria parabólica en el plano de un proyectil. Fuente: Elaboración propia, (2025).	21
4.3.	La figura muestra la descomposición vectorial de la velocidad en función de las componentes cartesianas y del ángulo. Fuente: Elaboración propia, (2025).	21
4.4.	Trayectoria para el Ejemplo del Caso I	25
4.5.	rayectoria para el Ejemplo del Caso II	26
4.6.	Trayectoria parabólica con impacto bajo el nivel inicial caso III	27
4.7.	Trayectoria parabólica con impacto bajo el nivel inicial caso IV	28
4.8.	Opciones de trayectoria para interceptación caso V	29

Introducción

La educación en tecnología, desde una perspectiva cultural, trasciende más allá de una dimensión instrumental, el mero artefacto como finalidad de la tecnología, para asumir un rol formativo integral (Peña y Otálora, 2018). Desde este enfoque se plantea la necesidad de repensar los procesos educativos actuales, donde persisten desfases entre los diseños curriculares y las necesidades socioculturales (Ochoa y González, 2017). En este escenario, los Ambientes Virtuales de Aprendizaje (AVA) emergen como herramientas clave para mediar entre la formación académica y las realidades de los estudiantes, siempre que integren coherencia pedagógica, tecnológica y comunicativa (Coll y Monereo, 2008; Briceño, 2018). Donde estos escenarios permiten un acercamiento a la forma de enseñar y aprender, donde se resalta no solo el trabajo autónomo, sino también, la forma de trabajar colaborativamente en un espacio no físico, que me les permita explorar conceptos particularmente de física del movimiento curvilíneo, esto tiene un fuerte interés debido a la necesidad de potenciar la formación en ciencias naturales de los estudiantes de bachillerato de nuestro país.

En relación con lo anterior se sustenta en los resultados de evaluaciones nacionales en ciencias naturales: el 71 % de los estudiantes se ubica en los niveles más bajos de desempeño (ICFES, 2022). Esto evidencia la necesidad de estrategias innovadoras que, permitan disminuir estas dificultades. Esto se plantea a través de recursos como las narrativas digitales, las cuales pueden dinamizar la relación enseñanza-aprendizaje, fomentando la aplicación de conceptos abstractos a contextos reales que promuevan el pensamiento científico.

Este documento autor propone una guía teórica sobre la experiencia del usuario en el AVA centrado en la física del movimiento parabólico, articulado a través del hipertexto y narrativas digitales como artefacto cultural (Levy, 2007). La estructura del AVA integra tres unidades que contemplan los elementos del movimiento parabólico en el AVA “Escucho Voces”.

1.1. Organización del documento

Organización del documento

- Unidad 1.
- Unidad 2.
- Unidad 3.

Unidad 1

2.1. Física clásica

La física etimológicamente proviene del término griego que significa “naturaleza” y esta se ha establecido como ciencia dedicada al estudio de todos los fenómenos naturales, que hasta el siglo diecinueve se denominó filosofía natural, de acuerdo con Alonso y Finn (1992), la física explica más allá de algunos tópicos de la naturaleza, lo que se entendió en su momento como fenómenos físicos. Una concepción de la física en palabras de Alonso y Finn (1992) es: “la física es la ciencia cuyo objetivo es estudiar los componentes de la materia y sus interacciones mutuas” (p. 20). Es una definición más precisa y amplia, que encapsula el potencial de esta rama de las ciencias naturales. Para Alonso y Finn (1992), el hombre siempre ha tenido una mente

investigadora y su primera aproximación a la explicación de los fenómenos naturales fue por medio de los sentidos, clasificándolos según la experiencia (óptica, termodinámica, sonido, luz, electromagnetismo, mecánica), hacen parte de lo que se denomina física clásica, en la mecánica la descripción del movimiento, es quizás el más común de los fenómenos observables y al que más tiempo se le ha dedicado en su descripción, ya sea la caída un cuerpo, hasta la órbita de un planeta, esta necesidad de explicar y comprender los múltiples fenómenos hace que los estudios en relación al comportamiento, análisis y deconstrucción del movimiento de los cuerpos haya tenido un impacto significativo para que hoy en día sea una de las partes esenciales de la gran mayoría de texto de física. Es por esto que es necesario abordar la teoría del movimiento hacia una perspectiva de la cinemática.

2.1.1. Cinemática

En el presente apartado se hace un breve desarrollo matemático que caracteriza al movimiento en una dimensión, teniendo en cuenta su relación con las variables: posición, velocidad y aceleración, así como la representación gráfica de estas variables en función del tiempo. Dentro de la mecánica el estudio del movimiento de los objetos sin considerar las causas que lo originan (fuerzas), se denomina cinemática. Esta se centra en la descripción y análisis de los aspectos geométricos y temporales del movimiento, sin profundizar en las fuerzas que lo provocan, esta se encarga de establecer conceptos como la posición, la velocidad y la aceleración de un objeto en función del tiempo, proporcionando herramientas para comprender y cuantificar los diferentes

tipos de movimientos, ya sean rectilíneos, circulares, parabólicos o de mayor nivel de dificultad. Alonso y Finn (1992) definen el movimiento relativo de

un objeto con respecto a otro y que a su vez este se encuentre cambiando con el tiempo. Para un cuerpo que su posición relativa no cambia con el tiempo, es porque se encuentra en reposo, el autor acentúa el término “relativo” ya que lo relaciona al concepto de sistema de referencia, como el ejemplo que pone en contexto, sobre un tren que está en movimiento y se acerca con respecto a una persona que está de pie en la estación, pero para un pasajero dentro del tren es la estación que se acerca en dirección contraria. Es por esto, por lo que es fundamental definir el observador del problema. Para Ki-

taigorodski (1975), establece la cinemática como el movimiento de un punto material, donde este concepto lo sustenta a partir de la baja importancia de las dimensiones y forma del cuerpo, donde estas variables no afectan al estudio del fenómeno. Un punto que posee masa es un concepto que se puede aplicar cuando las dimensiones del cuerpo son pequeñas comparadas a otras dentro del mismo problema o simplemente solo se quiere conocer el movimiento del centro de gravedad del cuerpo. En similitud a lo planteado por Finn, Kitaigorodski menciona que para realizar la descripción del movimiento de un punto material es necesario conocer los lugares del espacio y los instantes de tiempo en los que estuvo dicho punto, y que la unión de la colección de ubicaciones e instantes determinan la trayectoria de este, de tal forma que para poder realizar esto, es necesario establecer un sistema de coordenadas de referencia, el más común es rectangular, sin embargo, pero no es el único.

2.1.2. Sistema de Coordenadas

Un sistema de coordenadas de referencia cartesianas son una, dos o tres rectas, que se intersecan ortogonalmente, en un punto que se denomina origen. Si bien un sistema de coordenadas no especifica del todo la caracterización de la relación espaciotemporal de la masa puntual es necesario definir una unidad de medida para la distancia y para el tiempo. A su vez, es importante caracterizar matemáticamente la ubicación de esta masa puntual en el sistema de referencia, lo cual se realiza a través el vector posición.

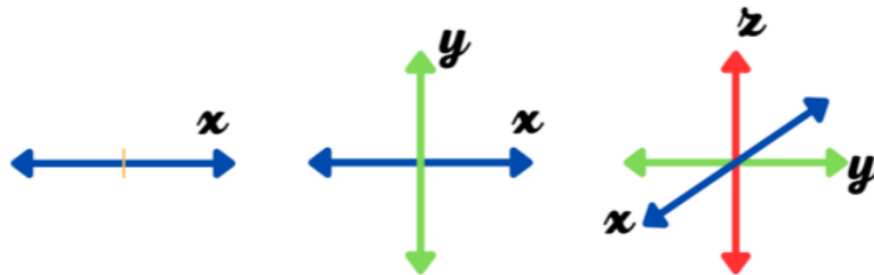


Figura 2.1: La figura muestra los sistemas cartesianos en una, dos y tres dimensiones respectivamente. Fuente: Elaboración propia, (2025).

Para el interés del presente trabajo es necesario abordar el plano en dos dimensiones, para la descripción del movimiento parabólico, no obstante, la descomposición y análisis de las trayectorias se logra separar en dimensiones aisladas.

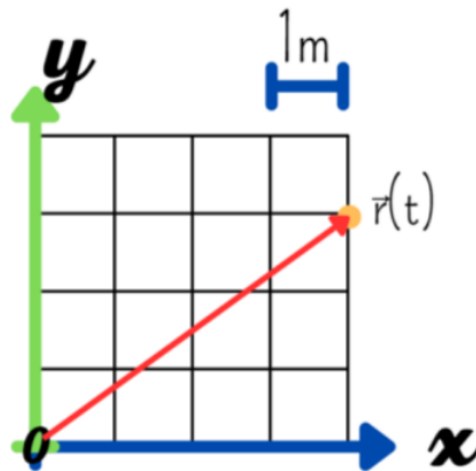


Figura 2.2: La figura representa un punto en el plano, a través del vector posición $\mathbf{r}(t)$. Fuente: Elaboración propia, (2025).

El vector posición $\mathbf{r}(t)$ contempla la información espacial de la ubicación de la masa puntual. La descripción del vector posición puede hacerse desde sus componentes asociadas a la coordenada de cada eje, esto se puede hacer de la siguiente forma:

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\hat{\mathbf{i}} + y(t)\hat{\mathbf{j}} + z(t)\hat{\mathbf{k}}, \quad \mathbf{r}(t) = [x(t), y(t), z(t)] \quad (2.1)$$

Es un hecho que uno de los principales objetivos de la mecánica consiste en encontrar la descripción de la **Ecuación 2.1**, correspondiente a la posición de la masa puntual de estudio. Cuando una masa puntual describe una trayectoria recta, recibe el nombre de *movimiento rectilíneo*.

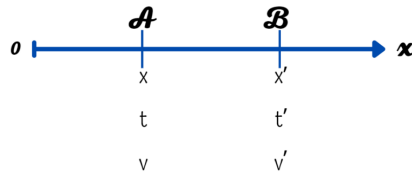


Figura 2.3: Enter Caption

Consideremos una masa puntual que se mueve a lo largo de una trayectoria rectilínea, como se ve en la Figura 6, esto es aplicable a sistemas en dos y tres dimensiones. Se define la velocidad promedio v , como el cambio de posición entre el cambio de tiempo.

2.1.3. Velocidad promedio e instantánea

La velocidad promedio se define como el cambio de posición respecto al intervalo de tiempo correspondiente:

$$v_{\text{prom}} = \frac{x' - x}{t' - t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (2.2)$$

Cuando el intervalo de tiempo $\Delta t = t' - t$ tiende a cero, mediante el concepto matemático de límite, se obtiene la **velocidad instantánea**:

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (2.3)$$

Este tratamiento diferencial permite caracterizar la variación instantánea de la posición, siendo fundamental para describir movimientos no uniformes. La relación entre las ecuaciones 2.2 y 2.3 establece el vínculo entre el comportamiento promedio y la descripción puntual del movimiento.

2.1.4. Movimiento rectilíneo uniforme

La solución de la **Ecuación 2.3** para velocidad constante ($v = \text{constante}$) se obtiene mediante integración, resultando en:

$$x(t) = x_0 + v \cdot t \quad (2.4)$$

donde:

- x_0 : Posición inicial (en $t = 0$),
- v : Velocidad constante del cuerpo,
- t : Intervalo de tiempo transcurrido.

La **Ecuación 2.4** es válida para caracterizar la posición de una masa puntual que se mueve a lo largo de una trayectoria rectilínea con velocidad constante. Esta relación lineal entre posición y tiempo constituye la base del movimiento rectilíneo uniforme (MRU), siendo fundamental para modelar sistemas físicos sin aceleración.

2.1.5. Movimiento con velocidad variable

Cuando la velocidad no es constante, la posición de la masa puntual se describe mediante la integral de la velocidad instantánea (Ecuación 2.3):

$$x(t) = x_0 + \int_0^t v(\tau) d\tau \quad (2.5)$$

Este comportamiento se manifiesta cuando la velocidad promedio en intervalos temporales distintos presenta valores diferentes ($v \neq v'$), como se ilustra en la Figura ??.

Aceleración promedio e instantánea

El cambio temporal de la velocidad se cuantifica mediante la **aceleración promedio**:

$$a_{\text{prom}} = \frac{v' - v}{t' - t} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (2.6)$$

Al considerar el límite cuando $\Delta t \rightarrow 0$, obtenemos la **aceleración ins-**

instantánea:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (2.7)$$

donde:

- $v(\tau)$: Función velocidad dependiente del tiempo
- a_{prom} : Aceleración media en $[t, t']$
- $\frac{d^2x}{dt^2}$: Segunda derivada de la posición

Estas relaciones establecen que la aceleración instantánea es la razón de cambio de la velocidad, completando así la descripción cinemática del movimiento mediante derivadas sucesivas.

2.1.6. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

De manera similar a la **Ecuación 2.4**, cuando la aceleración es constante ($a = \text{constante}$), la velocidad se expresa como:

$$v(t) = v_0 + a \cdot t \quad (2.8)$$

Para hallar la posición, sustituimos la **Ecuación 2.8** en la relación integral de posición (2.5):

$$x(t) = x_0 + \int_0^t (v_0 + a \cdot \tau) d\tau \quad (2.9)$$

Dado que v_0 y a son constantes, resolvemos la integral obteniendo:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}a \cdot t^2 \quad (2.10)$$

donde:

- x_0 : Posición inicial,
- v_0 : Velocidad inicial,

- a : Aceleración constante,
- t : Tiempo transcurrido.

Estas ecuaciones (2.8 y 2.10) constituyen la base del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA), siendo ampliamente utilizadas en cinemática para modelar sistemas con aceleración constante como caída libre o frenado de vehículos.

La **Ecuación 2.10** describe la posición de un cuerpo en movimiento rectilíneo con aceleración constante. Cabe destacar que, aunque el desarrollo se presenta para el eje x por simplicidad notacional, el análisis es extensible a cualquier sistema de coordenadas cartesianas.

La naturaleza cuadrática del término $\frac{1}{2}at^2$ implica que la trayectoria temporal de la posición sigue un comportamiento parabólico, característico del movimiento uniformemente acelerado. De esta relación se derivan dos casos fundamentales:

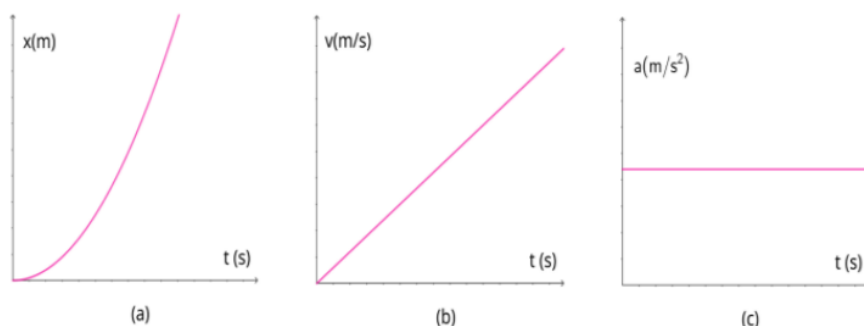
- *Movimiento acelerado*: Cuando $a > 0$ (aceleración en la dirección del movimiento), la curvatura de la parábola es positiva.
- *Movimiento retardado*: Si $a < 0$ (aceleración opuesta al movimiento), la parábola presenta curvatura negativa, indicando disminución progresiva de la velocidad.

Esta dualidad permite modelar tanto sistemas con ganancia de velocidad (ej: caída libre) como con pérdida (ej: frenado vehicular), siendo fundamental considerar el signo de la aceleración en relación al sistema de referencia establecido.

Unidad 2

3.1. Análisis gráfico de MRU y MRUV

El estudio gráfico del movimiento rectilíneo constituye una herramienta fundamental para visualizar las relaciones entre las variables cinemáticas: posición (x), velocidad (v) y aceleración (a). En este capítulo se analizan comparativamente las representaciones temporales del Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU) y el Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV), mediante el enfoque propuesto por Serway & Jewett (2019), donde la pendiente y el área bajo las curvas adquieren significado físico directo.



Nota. La figura muestra: (a) la posición, (b) velocidad y (c) aceleración **positiva** en función del tiempo respectivamente. Fuente: Elaboración propia, (2025).

Figura 3.1: Gráfica movimiento rectilíneo uniformemente acelerado MRUA

La Figura 4.7 sintetiza las características esenciales del MRUV. En el panel (a), la trayectoria parabólica $x(t)$ refleja la dependencia cuadrática $\frac{1}{2}at^2$, mientras que la linealidad de $v(t)$ en (b) evidencia la acumulación constante de velocidad ($v = v_0 + at$). El panel (c), por su parte, ratifica la condición fundamental del MRUV: $a = \text{constante} \neq 0$. Este sistema de gráficas interrelacionadas permite deducir propiedades del movimiento mediante:

- **Pendientes:** $dx/dt = v$ (Panel a), $dv/dt = a$ (Panel b)
- **Áreas:** $\int v dt = \Delta x$ (Panel b), $\int a dt = \Delta v$ (Panel c)

Para el MRU, estas relaciones se simplifican: $x(t)$ sería lineal (pendiente $v = \text{constante}$) y $a(t)$ nula. El contraste entre ambos movimientos subraya el papel determinante de la aceleración en la cinemática.

3.2. Análisis gráfico de MRU y MRUV

La representación gráfica de las variables cinemáticas proporciona una comprensión intuitiva de las relaciones entre posición, velocidad y aceleración. Como señala Tipler (2009), las pendientes y áreas bajo las curvas en estos gráficos codifican información esencial sobre el tipo de movimiento.

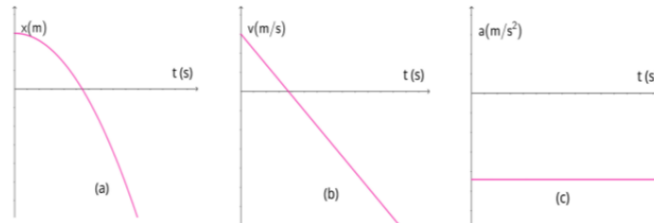


Figura 3.2: Relaciones gráficas fundamentales: (a) Posición vs tiempo ($x(t)$) muestra una parábola característica del MRUV, (b) Velocidad vs tiempo ($v(t)$) con comportamiento lineal para MRUV, (c) Aceleración vs tiempo ($a(t)$) constante no nula. Nótese que para MRU: $x(t)$ sería lineal, $v(t)$ constante y $a(t) = 0$. Fuente: Elaboración propia (2025).

En la Figura 3.2 se observa:

MRUV (Movimiento Acelerado)

- **Gráfico (a):** Curva parabólica ($x(t) = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$)
- **Gráfico (b):** Recta con pendiente $a = \Delta v / \Delta t$
- **Gráfico (c):** Función constante $a = \text{cte} \neq 0$

MRU (Caso Particular)

- **Gráfico (a):** Línea recta ($x(t) = x_0 + vt$)
- **Gráfico (b):** Recta horizontal ($v = \text{cte}$)
- **Gráfico (c):** $a(t) = 0$ (no mostrado)

La relación fundamental se establece mediante:

Pendiente de $x(t) \rightarrow v(t)$

Pendiente de $v(t) \rightarrow a(t)$

Área bajo $v(t) \rightarrow \Delta x$

Área bajo $a(t) \rightarrow \Delta v$

Este enfoque gráfico permite identificar el tipo de movimiento mediante inspección visual, validando simultáneamente las ecuaciones diferenciales que gobiernan la cinemática.

3.3. Análisis gráfico comparativo: MRU con velocidad positiva y negativa

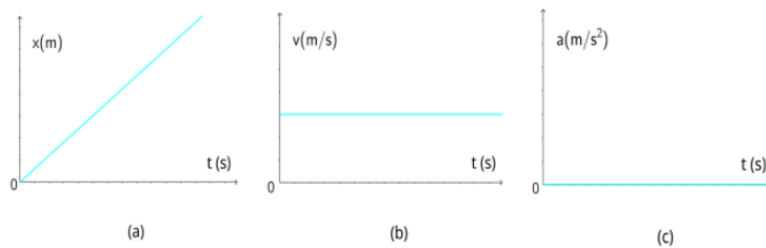


Figura 3.3: Gráficas cinemáticas para MRU con $v > 0$: (a) Posición vs tiempo (línea recta creciente), (b) Velocidad vs tiempo (constante positiva), (c) Aceleración vs tiempo ($a = 0$).

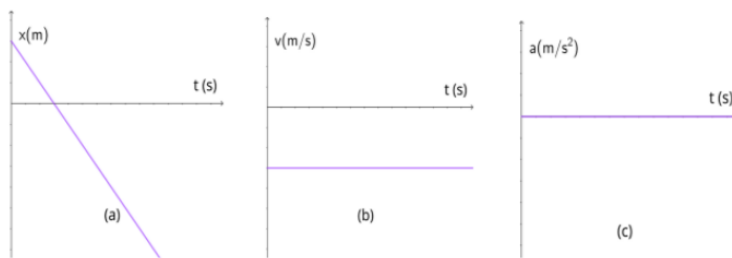


Figura 3.4: Gráficas cinemáticas para MRU con $v < 0$: (a) Posición vs tiempo (línea recta decreciente), (b) Velocidad vs tiempo (constante negativa), (c) Aceleración vs tiempo ($a = 0$).

3.3.1. Interpretación de las gráficas

Las Figuras 3.3 y 3.4 revelan las características esenciales del MRU:

■ Posición (a):

- Pendiente constante ($dx/dt = v$)
- $v > 0$: Recta creciente (Fig. 3.3a)
- $v < 0$: Recta decreciente (Fig. 3.4a)

■ Velocidad (b):

- Línea horizontal ($dv/dt = a = 0$)
- Valor constante igual a la pendiente de $x(t)$

■ Aceleración (c):

- Coincide con la derivada de $v(t)$
- Nula en ambos casos ($\frac{dv}{dt} = 0$)

3.3.2. Contraste con MRUV

Mientras en MRU las gráficas muestran:

$$x(t) = x_0 + vt \quad (\text{Lineal})$$

$$v(t) = \text{cte}$$

$$a(t) = 0$$

En MRUV se observaría:

$$x(t) = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad (\text{Parabólica})$$

$$v(t) = v_0 + at \quad (\text{Lineal})$$

$$a(t) = \text{cte} \neq 0$$

Esta diferencia fundamental en las gráficas de posición (lineal vs parabólica) permite identificar visualmente el tipo de movimiento, siendo el MRU un caso particular del MRUV cuando $a = 0$.

Unidad 3

4.1. Movimiento parabólico

En el apartado anterior se desarrollaron los elementos teóricos que representan al movimiento en una dimensión, bajo los efectos de una aceleración y sin la presencia de esta. En esta sección se hace la descripción del movimiento parabólico, sus características, ecuaciones de movimiento y otras ecuaciones propias. Para poder comprender el movimiento parabólico, es necesario conocer la noción de “caída libre”, para Serway y Jewett, (2009), establece la caída libre como cualquier objeto que se mueve libremente bajo la acción única de un campo gravitacional, experimentando una aceleración hacia abajo y radialmente dirigida hacia el centro, la aceleración de caída libre se representa mediante el símbolo g , este valor es susceptible a cambios debido a la altura de la superficie de la tierra, aproximadamente a una altitud sobre el nivel del mar esta aceleración es $g = 9,8m/s^2$, siendo este valor el normalizado y aceptado. La palabra “caída libre” es una sobre simplificación del problema ya que solo se tiene en cuenta a la acción ejercida por la aceleración gravitacional sobre el objeto y no se toman en cuenta otras fuerzas o variables, que pueden influenciar la caída como lo es la forma. Para las cuestiones del desarrollo del trabajo, se trata bajo condiciones ideales, sin algún tipo de fuerza como la fricción con el aire, ni movimientos de rotación del cuerpo, es decir se trabaja con una masa puntual. El estudio de

las relaciones entre las gráficas de posición, velocidad y aceleración (Figura 4.7 revela patrones fundamentales:

- **Grado de las funciones:**

- Posición: Función cuadrática (t^2)
- Velocidad: Función lineal (t^1)
- Aceleración: Función constante (t^0)

- **Importancia didáctica:**

- Desarrollo de competencias en interpretación gráfica
- Comprensión de la relación derivada-integral entre variables
- Base para el análisis del movimiento parabólico



H

Figura 4.1: La figura representa el lanzamiento de un balón siguiendo una trayectoria parabólica. Fuente: Elaboración generada por la AI de Canva, (2025).

4.1.1. Movimiento parabólico

Transición unidimensional a bidimensional

Mientras en el movimiento rectilíneo se analizan componentes individuales, el movimiento parabólico sintetiza dos dimensiones:

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\hat{\mathbf{i}} + y(t)\hat{\mathbf{j}} \quad (4.1)$$

Componentes clave

- Horizontal: MRU ($a_x = 0$)

$$x(t) = v_{0x}t \quad (4.2)$$

- Vertical: MRUV ($a_y = -g$)

$$y(t) = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (4.3)$$

Caída libre y condiciones idealizadas

Según *Serway y Jewett (2009)*, la caída libre se define como:

“Movimiento bajo exclusiva influencia gravitatoria, con aceleración constante $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ dirigida hacia el centro terrestre” (p. 154).

▪ Simplificaciones del modelo:

- Ausencia de resistencia aerodinámica
- Campo gravitatorio uniforme
- Objeto considerado como masa puntual

▪ Limitaciones realistas:

- Variación de g con la altitud ($\Delta g \approx 0,03 \text{ m/s}^2$ por km)
- Efectos rotacionales despreciados

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2 \quad (\text{valor estándar al nivel del mar}) \quad (4.4)$$

4.2. Descomposición vectorial

El análisis pertinente en la descripción física del movimiento parabólico se sustenta en palabras de Serway y Jewett, (2009), sustentan que este movimiento es una composición en dos dimensiones que se puede representar como dos movimientos independientes uno en cada una de las coordenadas rectangulares x e y . Este análisis muestra que esta composición se representa en el eje horizontal como un movimiento rectilíneo con velocidad constante, es decir se puede modelar a partir de la Ecuación 4, mientras que el movimiento vertical es una caída libre, o sea un movimiento rectilíneo con aceleración constante.

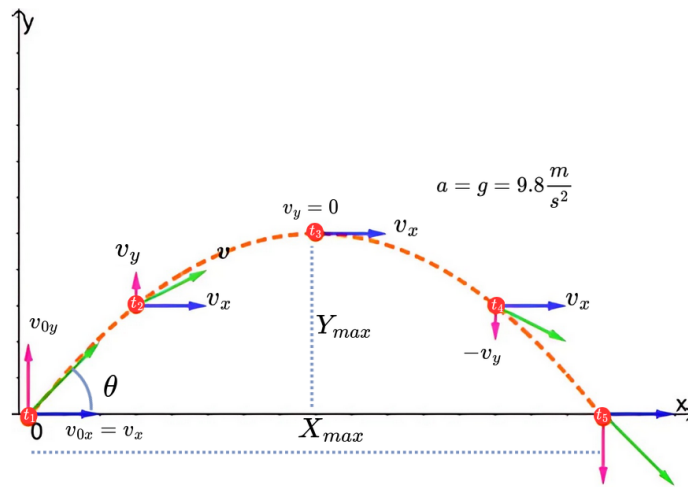


Figura 4.2: a figura muestra la trayectoria parabólica en el plano de un proyectil. Fuente: Elaboración propia, (2025).

La trayectoria parabólica para una masa puntual cumple las características de que su punto más alto la componente de velocidad en el eje vertical es cero, como en el eje horizontal, el comportamiento está dado por un movimiento rectilíneo con velocidad constante, es por esto por lo que la magnitud y dirección de la componente horizontal de la velocidad es constante.

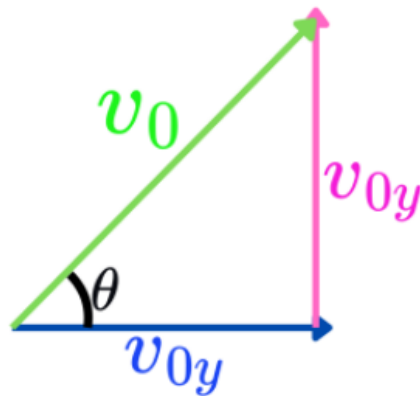


Figura 4.3: La figura muestra la descomposición vectorial de la velocidad en función de las componentes cartesianas y del ángulo. Fuente: Elaboración propia, (2025).

Para el movimiento parabólico, la aceleración se manifiesta exclusiva-

mente en el eje vertical con dirección negativa y magnitud constante:

$$a_y = -g = -9,8 \text{ m/s}^2 \quad (4.5)$$

Las componentes cartesianas de la velocidad inicial se obtienen mediante descomposición vectorial:

$$V_x = V_0 \cos \theta \quad (4.6)$$

$$V_y = V_0 \sin \theta \quad (4.7)$$

▪ **Simetría temporal:**

$$t_{\text{subida}} = t_{\text{bajada}} = \frac{V_{0y}}{g} \quad (4.8)$$

▪ **Posición horizontal:**

$$x(t) = V_{0x}t = V_0 \cos \theta \cdot t \quad (4.9)$$

4.2.1. Análisis de la componente vertical

En el vértice de la trayectoria (t_3):

$$V_y(t_3) = 0 \implies t_3 = \frac{V_{0y}}{g} \quad (4.10)$$

La altura máxima se calcula mediante:

$$y_{\text{max}} = \frac{(V_0 \sin \theta)^2}{2g} \quad (4.11)$$

4.2.2. Relaciones de simetría

Para trayectorias con $y_0 = y_f$:

▪ Velocidad vertical final: $V_{yf} = -V_{0y}$

▪ Alcance máximo:

$$R = \frac{V_0^2 \sin(2\theta)}{g} \quad (4.12)$$

Instante	Velocidad vertical	Altura
t_1	$V_{0y} - gt_1$	$y_0 + V_{0y}t_1 - \frac{1}{2}gt_1^2$
t_3	0	y_{max}
t_5	$-V_{0y}$	y_0

Cuadro 4.1: Relaciones cinemáticas en instantes clave

Simetría del movimiento Cuando la altura inicial (y_0) coincide con la final (y_f), se establecen dos relaciones esenciales:

1. **Simetría vertical:**

$$|V_{0y}| = |V_{yf}| \quad (\text{igual magnitud, sentido opuesto}) \quad (4.13)$$

2. **Equivalencia temporal:**

$$t_{\text{subida}} = t_{\text{bajada}} = \frac{V_{0y}}{g} \quad (4.14)$$

Ecuaciones cinemáticas

La descripción completa del movimiento requiere analizar ambas componentes:

Componente horizontal (MRU)

$$V_x = V_0 \cos \theta = \text{constante} \quad (4.15)$$

Componente vertical (MRUV)

$$V_y(t) = V_0 \sin \theta - gt \quad (4.16)$$

La posición vertical en función del tiempo se obtiene integrando la velocidad:

$$y(t) = y_0 + V_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (4.17)$$

Propiedades en puntos clave

■ **Altura máxima (t_3):**

$$V_y(t_3) = 0 \implies t_3 = \frac{V_0 \sin \theta}{g} \quad (4.18)$$

$$y_{\text{max}} = y_0 + \frac{(V_0 \sin \theta)^2}{2g} \quad (4.19)$$

■ **Instantes simétricos (t_2 y t_4):**

$$V_y(t_2) = -V_y(t_4) \quad (\text{velocidades verticales opuestas}) \quad (4.20)$$

Interpretación física La simetría observada surge de la constancia de la aceleración gravitatoria ($a_y = -g$) y la ausencia de fuerzas disipativas. Esto permite que:

- El tiempo de ascenso sea idéntico al de descenso
- La energía cinética se transforme completamente en potencial y viceversa
- El alcance horizontal máximo se logre con $\theta = 45^\circ$

$$R_{\max} = \frac{V_0^2}{g} \quad (\text{para } \theta = 45^\circ) \quad (4.21)$$

Este análisis gráfico-matemático proporciona las herramientas necesarias para predecir y comprender el comportamiento completo del movimiento parabólico en condiciones ideales.

4.3. Resumen práctico

A continuación se presenta una serie de ejemplos denominados casos enumerados I al V, que tratan de abordar la gran mayoría de eventos y situaciones posibles en ejercicios relacionados con el movimiento parabólico, a través de relaciones entre las ecuaciones de movimiento y de velocidad, representados de la siguiente forma:

4.3.1. Caso I: Velocidad Oblicua Inicial

Fundamento Físico Determina la velocidad inicial (V_0) cuando se conoce:

- Posiciones inicial ($\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0)$) y final ($\mathbf{r}_f = (x_f, y_f)$)
- Ángulo de lanzamiento (α)

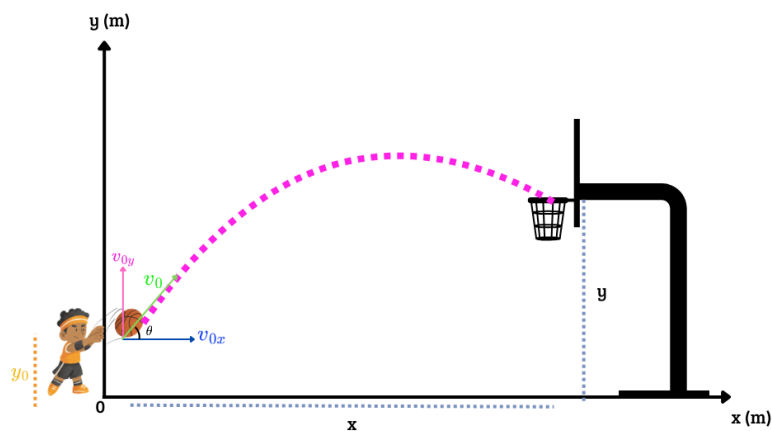


Figura 4.4: Trayectoria para el Ejemplo del Caso I

Ecuaciones Clave

$$t = \sqrt{\frac{(x_f - x_0) \tan \alpha - (y_f - y_0)}{-\frac{1}{2}g}} \quad (4.22)$$

$$V_0 = \frac{x_f - x_0}{t \cos \alpha} \quad (4.23)$$

Ejemplo Aplicado

- **Escenario:** Lanzamiento de balón médico desde $(0, 0)$ m con $\alpha = 35^\circ$ que impacta en $(25, 3)$ m

- **Solución:**

$$t = \sqrt{\frac{25 \tan 35^\circ - 3}{4,9}} = 1,87 \text{ s}$$

$$V_0 = \frac{25}{1,87 \cos 35^\circ} = 15,23 \text{ m/s}$$

4.3.2. Caso II: Trayectoria Semiparabólica

Características Únicas

- Velocidad inicial vertical nula ($V_{0y} = 0$)
- Movimiento compuesto:
 - Horizontal: MRU ($a_x = 0$)
 - Vertical: MRUV ($a_y = -g$)



Figura 4.5: rayectoria para el Ejemplo del Caso II

Formulario

$$t = \sqrt{\frac{2\Delta y}{g}} \quad (4.24)$$

$$V_{0x} = \frac{\Delta x}{t} \quad (4.25)$$

Aplicación Práctica Problema: Paquete que se desliza desde un avión a 500 m de altura y cae a 750 m del punto de lanzamiento.

Desarrollo:

$$t = \sqrt{\frac{2 \times 500}{9,8}} = 10,10 \text{ s}$$

$$V_{0x} = \frac{750}{10,10} = 74,26 \text{ m/s} \quad (\approx 267 \text{ km/h})$$

Variable	Valor
Tiempo de vuelo	10.10 s
Velocidad horizontal	74.26 m/s
Velocidad final	103.42 m/s

Cuadro 4.2: Resultados para el Caso II

4.3.3. Caso III: Determinación de la Posición Horizontal Final (X)

Fundamento Físico Calcula el alcance horizontal cuando se conocen:

- Velocidad inicial (V_0) y ángulo (α)

- Posición vertical final (Y)
- Tiempo de vuelo total

Ecuaciones Clave

$$t_{1,2} = \frac{V_0 \sin \alpha \pm \sqrt{(V_0 \sin \alpha)^2 + 2gY}}{g} \quad (4.26)$$

$$X = V_0 \cos \alpha \cdot t \quad (4.27)$$

Ejemplo Aplicado Escenario: Lanzamiento de mortero ($V_0 = 45 \text{ m/s}$, $\alpha = 65^\circ$) que impacta 15 m bajo la posición inicial.

Solución:

$$t = \frac{45 \sin 65^\circ + \sqrt{(45 \sin 65^\circ)^2 + 2(9,8)(15)}}{9,8} = 7,92 \text{ s}$$

$$X = 45 \cos 65^\circ \cdot 7,92 = 151,3 \text{ m}$$

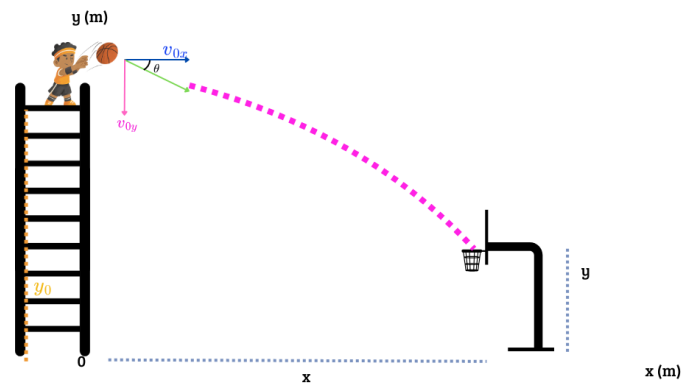


Figura 4.6: Trayectoria parabólica con impacto bajo el nivel inicial caso III

4.3.4. Caso IV: Determinación de la Posición Vertical Final (Y)

Características Únicas

- Relación cuadrática tiempo-altura
- Dos soluciones posibles (ascenso y descenso)
- Aplicable para blancos móviles verticales

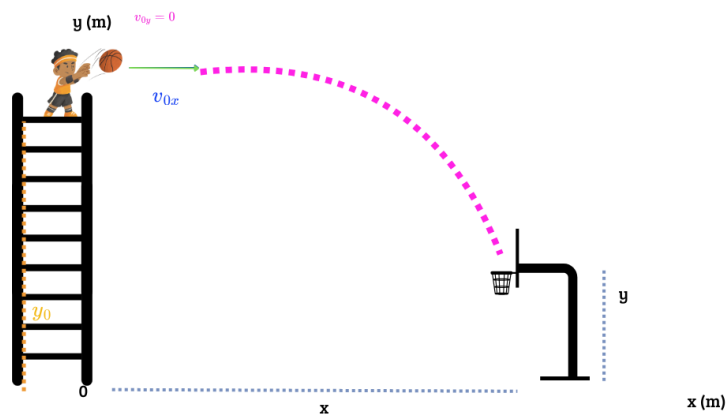


Figura 4.7: Trayectoria parabólica con impacto bajo el nivel inicial caso IV

Formulario

$$t = \frac{X}{V_0 \cos \alpha} \quad (4.28)$$

$$Y = V_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (4.29)$$

Aplicación Práctica Problema: Cohete pirotécnico ($V_0 = 30 \text{ m/s}$, $\alpha = 85^\circ$) que debe explotar a 50 m horizontalmente.

Desarrollo:

$$t = \frac{50}{30 \cos 85^\circ} = 9,53 \text{ s}$$

$$Y = 30 \sin 85^\circ (9,53) - 4,9(9,53)^2 = 127,4 \text{ m}$$

Parámetro	Valor
Altura máxima	129.1 m
Tiempo total vuelo	19.06 s
Alcance total	99.7 m

Cuadro 4.3: Características completas del disparo

4.3.5. Caso V: Determinación del Ángulo de Lanzamiento ()

Consideraciones Especiales

- Soluciones múltiples (generalmente dos ángulos posibles)
- Dependencia no lineal de las variables
- Sensibilidad a errores de medición

Ecuación General

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{2V_0^2 X \pm \sqrt{4V_0^4 X^2 + 8gX^2V_0^2 Y - 4g^2 X^4}}{-2gX^2} \right) \quad (4.30)$$

Ejemplo Complejo Escenario: Sistema de defensa con $V_0 = 180 \text{ m/s}$ debe interceptar dron en $(1200 \text{ m}, 300 \text{ m})$.

Implementación:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{2(180)^2(1200) \pm \sqrt{4(180)^4(1200)^2 + 8(9,8)(1200)^2(180)^2(300)}}{-2(9,8)(1200)^2} \right)$$

$$\alpha_1 = 21,7^\circ \quad (\text{Solución práctica})$$

$$\alpha_2 = 68,3^\circ \quad (\text{Solución teórica})$$

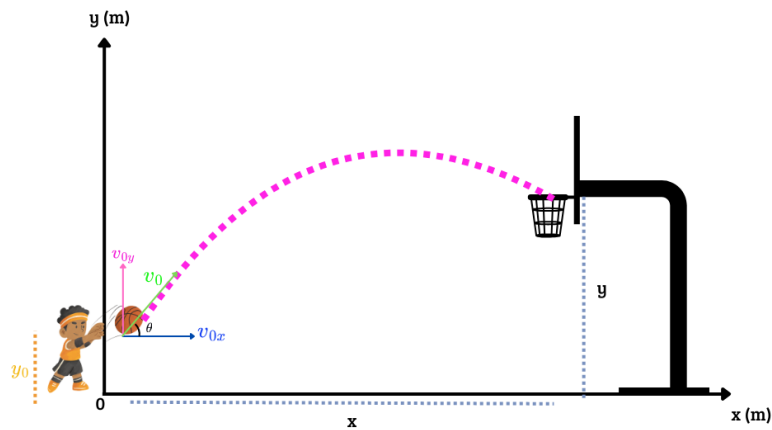


Figura 4.8: Opciones de trayectoria para interceptación caso V

4.4. Reflexión final

Los casos analizados constituyen ejemplos paradigmáticos de la versatilidad de las ecuaciones cinemáticas en el estudio del movimiento parabólico. Sin embargo, cualquier problema —por complejo que parezca— puede resolverse mediante un análisis riguroso de las ecuaciones de posición y velocidad, adaptándolas a las condiciones específicas de cada escenario.

Este conocimiento, más allá de su valor teórico, se convierte en una herramienta poderosa cuando se integra con recursos innovadores: simuladores interactivos que visualizan trayectorias en tiempo real, narrativas digitales que contextualizan problemas en historias épicas, o juegos serios que desafían a optimizar ángulos y velocidades para alcanzar objetivos.

Invito al lector a explorar estos recursos como puente entre la teoría y la práctica, donde cada parámetro ajustado, cada gráfica interpretada y cada ecuación aplicada, no solo afianzan conceptos físicos, sino que revelan la elegancia matemática detrás de los fenómenos cotidianos.

Referencias

Alonso, M., & Finn, E. J. (1992). *Física I: Mecánica*. Addison Wesley Longman.

Gil Vera, V. D. (2019). *Objetos virtuales de aprendizaje en la enseñanza de la física: un caso de aplicación / Virtual Learning Objects in the Teaching of Physics: a Case of Applying*. *Revista Internacional De Aprendizaje En Ciencia, Matemáticas Y Tecnología*, 5(1), 9–17.
<https://doi.org/10.37467/gka-revedumat.v5.1856>

González-Vázquez, L. G., Chocoteco-Campos, J. A., Venegas-Moreno, J. J., Partida-Ochoa, G., & Mojarro-Magaña, M. (2020). Ecuaciones prácticas para resolver ejercicios de tiro parabólico. *Conciencia Tecnológica*, (60), 1–20.

Hewitt, P. G. (2007). *Física conceptual*. Addison Wesley.

Kitaigorodski, A. I. (1975). *Introducción a la física* (2.^a ed.). Editorial Mir.
<https://archive.org/details/kitaigorodski-introduccion-a-la-fisica-mir-1975>

Ortega-Muñoz, C. C. y Villacrez-Oliva, M. V. (2024). *Ambiente virtual de aprendizaje para la enseñanza y aprendizaje de Física*. *Revista Unimar*, 42(2), 13-41.
<https://doi.org/10.31948/ru.v42i2.3487>

Peña, F. y Otálora, N. (2018). *Educación y tecnología: problemas y relaciones*. *Pedagogía y Saberes*, 48, 59-70.
<https://www.redalyc.org/journal/6140/614064440005/html/#:~:text=A%20diferencia%20de%20la%20educaci%C3%B3n,medios%2C%20materiales%20y%20ambientes%20educativos.>

Stewart, J. (2012). *Física: Principios y aplicaciones*. Cengage Learning.