

CARGA ELÉCTRICA Y CAMPO ELÉCTRICO

21



? El agua hace posible la vida. Las células de su cuerpo no podrían funcionar sin agua donde se disolvieran las moléculas biológicas esenciales. ¿Qué propiedades eléctricas del agua la hacen tan buen solvente?

En el capítulo 5 mencionamos brevemente las cuatro clases de fuerzas fundamentales. Hasta este momento, la única de tales fuerzas que hemos estudiado con cierto detalle es la gravitatoria. Ahora estamos listos para analizar la fuerza del *electromagnetismo*, que incluye tanto la electricidad como el magnetismo. Los fenómenos del electromagnetismo ocuparán nuestra atención en la mayoría de lo que resta del libro.

Las interacciones del electromagnetismo implican partículas que tienen una propiedad llamada *carga eléctrica*, es decir, un atributo que es tan fundamental como la masa. De la misma forma que los objetos con masa son acelerados por las fuerzas gravitatorias, los objetos cargados eléctricamente también se ven acelerados por las fuerzas eléctricas. La descarga eléctrica inesperada que usted siente cuando de frota sus zapatos contra una alfombra, y luego toca una perilla metálica, se debe a partículas cargadas que saltan de su dedo a la perilla. Las corrientes eléctricas como las de un relámpago o una televisión tan sólo son flujos de partículas cargadas, que corren por cables en respuesta a las fuerzas eléctricas. Incluso las fuerzas que mantienen unidos a los átomos y que forman la materia sólida, evitando que los átomos de objetos sólidos se atraviesen entre sí, se deben en lo fundamental a interacciones eléctricas entre las partículas cargadas en el interior de los átomos.

En este capítulo comenzamos nuestro estudio del electromagnetismo con el análisis de la naturaleza de la carga eléctrica, la cual está cuantizada y obedece cierto principio de conservación. Después pasaremos al estudio de las interacciones de las cargas eléctricas en reposo en nuestro marco de referencia, llamadas interacciones *electrostáticas*, y que tienen muchísima importancia en la química y la biología, además de contar con diversas aplicaciones tecnológicas. Las interacciones electrostáticas se rigen por una relación sencilla que se conoce como *ley de Coulomb*, y es mucho más conveniente describirlas con el concepto de *campo eléctrico*. En capítulos posteriores incluiremos en nuestro análisis cargas eléctricas en movimiento, lo que nos llevará a entender el magnetismo y, en forma notable, la naturaleza de la luz.

Si bien las ideas clave del electromagnetismo son sencillas en lo conceptual, su aplicación a cuestiones prácticas requerirá muchas de nuestras destrezas matemáticas,

METAS DE APRENDIZAJE

Al estudiar este capítulo, usted aprenderá:

- La naturaleza de la carga eléctrica y cómo sabemos que ésta se conserva.
- Cómo se cargan eléctricamente los objetos.
- Cómo usar la ley de Coulomb para calcular la fuerza eléctrica entre cargas.
- La diferencia entre fuerza eléctrica y campo eléctrico.
- Cómo calcular el campo eléctrico generado por un conjunto de cargas.
- Cómo usar la idea de las líneas de campo eléctrico para visualizar e interpretar los campos eléctricos.
- Como calcular las propiedades de los dipolos eléctricos.

en especial el conocimiento de la geometría y del cálculo integral. Por esta razón, el lector verá que este capítulo y los siguientes son más demandantes en cuanto a nivel matemático que los anteriores. La recompensa por el esfuerzo adicional será una mejor comprensión de los principios que se encuentran en el corazón de la física y la tecnología modernas.

21.1 Carga eléctrica

En una época tan remota como 600 A.C., los griegos de la antigüedad descubrieron que cuando frotaban ámbar contra lana, el ámbar atraía otros objetos. En la actualidad decimos que con ese frotamiento el ámbar adquiere una **carga eléctrica** neta o que *se carga*. La palabra “eléctrico” se deriva del vocablo griego *elektron*, que significa ámbar. Cuando al caminar una persona frota sus zapatos sobre una alfombra de nailon, se carga eléctricamente; también carga un peine si lo pasa por su cabello seco.

Las varillas de plástico y un trozo de piel (verdadera o falsa) son especialmente buenos para demostrar la **electrostática**, es decir, la interacción entre cargas eléctricas en reposo (o casi en reposo). La figura 21.1a muestra dos varillas de plástico y un trozo de piel. Observamos que después de cargar las dos varillas frotándolas contra un trozo de piel, las varillas se repelen.

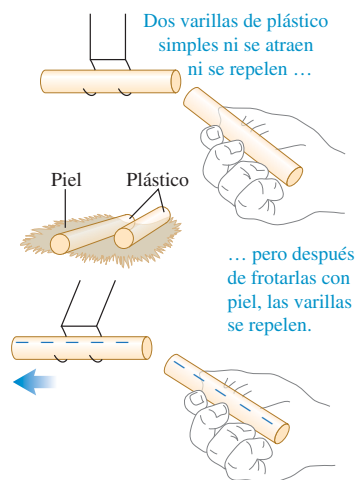
Cuando frotamos varillas de vidrio con seda, las varillas de vidrio también se cargan y se repelen entre sí (figura 21.1b). Sin embargo, una varilla de plástico cargada *atrae* otra varilla de vidrio también cargada; además, la varilla de plástico y la piel se atraen, al igual que el vidrio y la seda (figura 21.1c).

Estos experimentos y muchos otros parecidos han demostrado que hay exactamente dos tipos de carga eléctrica: la del plástico cuando se frota con piel y la del vidrio al frotarse con seda. Benjamín Franklin (1706-1790) sugirió llamar a esas dos clases de carga *negativa* y *positiva*, respectivamente, y tales nombres aún se utilizan. La varilla de plástico y la seda tienen carga negativa; en tanto que la varilla de vidrio y la piel tienen carga positiva.

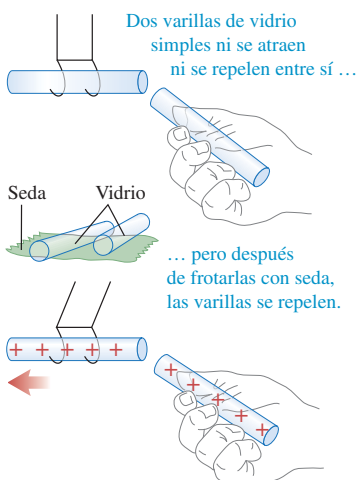
Dos cargas positivas se repelen entre sí, al igual que dos cargas negativas. Una carga positiva y una negativa se atraen.

21.1 Experimentos de electrostática. a) Los objetos cargados negativamente se repelen entre sí. b) Los objetos cargados positivamente se repelen entre sí. c) Los objetos con carga positiva se atraen con los objetos que tienen carga negativa.

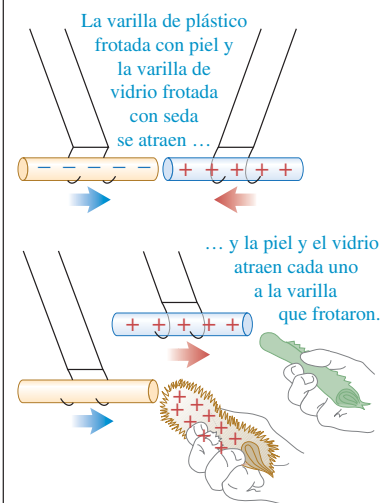
a) Interacción entre varillas de plástico cuando se frotan con piel



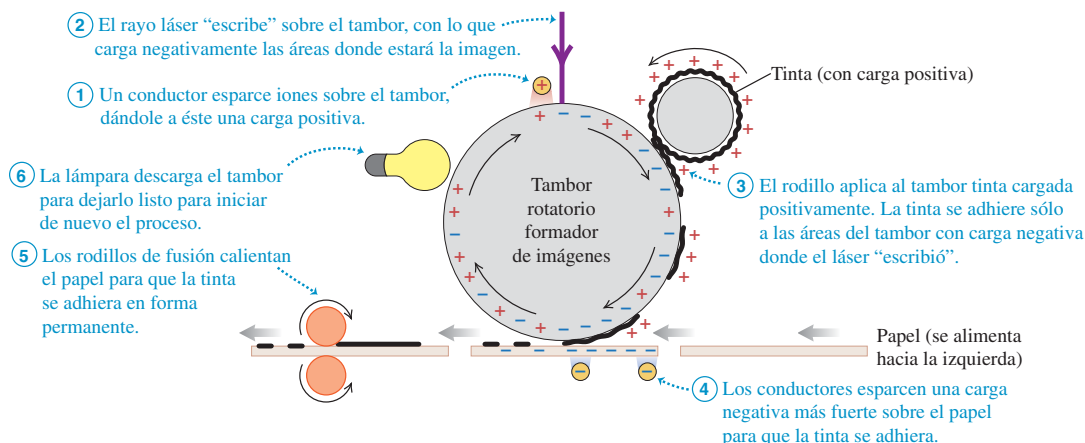
b) Interacción entre varillas de vidrio cuando se frotan con seda



c) Interacción entre objetos con cargas opuestas



21.2 Esquema de la operación de una impresora láser.



CUIDADO **Atracción y repulsión eléctricas** En ocasiones, la atracción y la repulsión de dos objetos cargados se resume como “cargas iguales se repelen, y cargas opuestas se atraen”. Sin embargo, tenga en cuenta que la frase “cargas iguales” *no* significa que las dos cargas sean idénticas, sino sólo que ambas cargas tienen el mismo *signo* algebraico (ambas positivas o ambas negativas). La expresión “cargas opuestas” quiere decir que los dos objetos tienen carga eléctrica de signos diferentes (una positiva y la otra negativa). ■

Una aplicación tecnológica de las fuerzas entre cuerpos cargados es una impresora láser (figura 21.2). Al inicio del proceso de impresión, se da una carga positiva al tambor formador de imágenes que es sensible a la luz. Mientras el tambor gira, un rayo láser ilumina áreas seleccionadas del tambor, lo cual deja tales áreas con carga *negativa*. Partículas cargadas positivamente de la tinta se adhieren sólo en las superficies del tambor en que el láser “escribió”. Cuando una hoja del papel entra en contacto con el tambor, partículas de la tinta se adhieren a la hoja y forman la imagen.

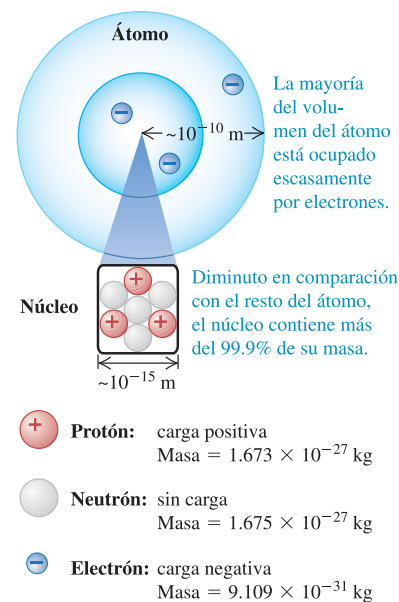
Carga eléctrica y la estructura de la materia

Cuando se carga una varilla frotándola con piel o con seda, como en la figura 21.1, no hay ningún cambio visible en la apariencia de la varilla. Entonces, ¿qué es lo que realmente sucede a la varilla cuando se carga? Para responder esta pregunta, debemos analizar más de cerca la estructura y las propiedades eléctricas de los átomos, que son los bloques que constituyen la materia ordinaria de todas clases.

La estructura de los átomos se describe en términos de tres partículas: el **electrón**, con carga negativa; el **protón**, cuya carga es positiva; y el **neutrón**, sin carga (figura 21.3). El protón y el neutrón son combinaciones de otras entidades llamadas *quarks*, que tienen cargas de $\pm\frac{1}{3}$ y $\pm\frac{2}{3}$ de la carga del electrón. No se han observado quarks aislados, y no hay razones teóricas para suponer que en principio esto sea imposible.

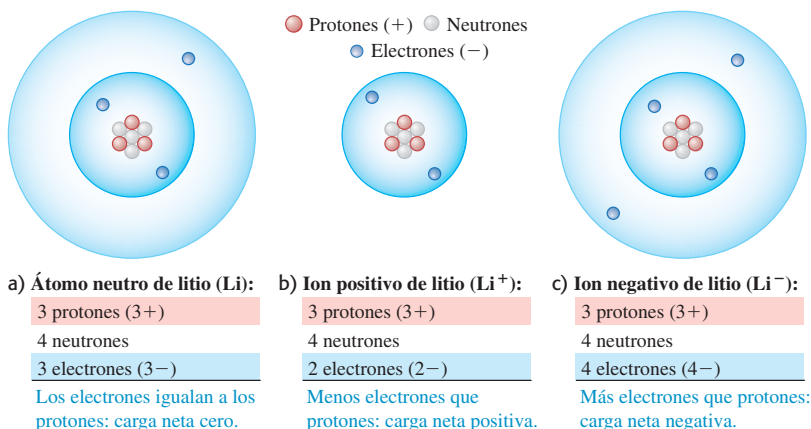
Los protones y los neutrones en un átomo forman el **núcleo**, pequeño y muy denso, cuyas dimensiones son del orden de 10^{-15} m. Los electrones rodean al núcleo a distancias del orden de 10^{-10} m. Si un átomo midiera algunos kilómetros de diámetro, su núcleo tendría el tamaño de una pelota de tenis. Los electrones cargados negativamente se mantienen dentro del átomo gracias a fuerzas eléctricas de atracción que se extienden hasta ellos, desde el núcleo con carga positiva. (Los protones y los neutrones permanecen dentro del núcleo estable de los átomos, debido al efecto de atracción de la *fuerza nuclear fuerte*, que vence la repulsión eléctrica entre los protones. La fuerza nuclear fuerte es de corto alcance, por lo que sus efectos no llegan más allá del núcleo.)

21.3 La estructura de un átomo. El átomo que se ilustra es el de litio (véase la figura 21.4a).



Las cargas del electrón y del protón tienen igual magnitud.

21.4 a) Un átomo neutro tiene tantos electrones como protones. b) Un ion positivo tienen un déficit de electrones. c) Un ion negativo tiene exceso de electrones. (Las “órbitas” son una representación esquemática de la distribución real de los electrones, que es una nube difusa muchas veces mayor que el núcleo.)



Las masas de las partículas individuales, con la precisión que se conocen actualmente, son

$$\text{Masa del electrón} = m_e = 9.1093826(16) \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\text{Masa del protón} = m_p = 1.67262171(29) \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{Masa del neutrón} = m_n = 1.67492728(29) \times 10^{-27} \text{ kg}$$

Los números entre paréntesis son las incertidumbres en los dos últimos dígitos. Observe que las masas del protón y del neutrón son casi iguales y aproximadamente 2000 veces la masa del electrón. Más del 99.9% de la masa de cualquier átomo se concentra en el núcleo.

La carga negativa del electrón tiene (dentro del error experimental) *exactamente* la misma magnitud que la carga positiva del protón. En un átomo neutral, el número de electrones es igual al número de protones en el núcleo; en tanto que la carga eléctrica neta (la suma algebraica de todas las cargas) es exactamente igual a cero (figura 21.4a). El número de protones o electrones en un átomo neutro de un elemento se denomina **número atómico** del tal elemento. Si se pierden uno o más electrones, la estructura con carga positiva que queda se llama **ion positivo** (figura 21.4b). Un **átomo negativo** es aquel que ha *ganado* uno o más electrones (figura 21.4c). Tal ganancia o pérdida de electrones recibe el nombre de **ionización**.

Cuando el número total de protones en un cuerpo macroscópico es igual al número total de electrones, la carga total es igual a cero y el cuerpo en su totalidad es eléctricamente neutro. Para dar a un cuerpo una carga excedente negativa, se puede tanto *sumar cargas negativas* como *eliminar cargas positivas* de dicho cuerpo. En forma similar, un exceso de carga positiva se crea cuando se *agregan cargas positivas*, o cuando se *eliminan cargas negativas*. En la mayoría de casos, se agregan o se eliminan electrones con carga negativa (y muy móviles); un “cuerpo cargado positivamente” es aquel que ha perdido algunos de su complemento normal de electrones. Cuando hablamos de la carga de un cuerpo, siempre nos referimos a su carga *net*a, la cual siempre es una fracción muy pequeña (comúnmente no mayor de 10^{-12}) de la carga total positiva o negativa en el cuerpo.

La carga eléctrica se conserva

En el análisis anterior hay implícitos dos principios muy importantes. El primero es el **principio de conservación de la carga**:

La suma algebraica de todas las cargas eléctricas en cualquier sistema cerrado es constante.

Si se frota una varilla de plástico con un trozo de piel, ambas sin carga al inicio, la varilla adquiere una carga negativa (pues toma electrones de la piel), y la piel adquiere una carga positiva de la *misma* magnitud (ya que ha perdido el mismo número de

electrones que ganó la varilla). De ahí que no cambie la carga eléctrica total en los dos cuerpos tomados en conjunto. En cualquier proceso de carga, ésta no se crea ni se destruye, solo se *transfiere* de un cuerpo a otro.

Se considera que el principio de conservación de la carga es una ley *universal*, pues no se ha observado ninguna evidencia experimental de que se contravenga. Aun en las interacciones de alta energía donde se crean y destruyen partículas, como en la creación de pares electrón-positrón, la carga total de cualquier sistema cerrado es constante con toda exactitud.

El segundo principio importante es:

La magnitud de la carga del electrón o del protón es la unidad natural de carga.

Toda cantidad observable de carga eléctrica siempre es un múltiplo entero de esta unidad básica. Decimos que la carga está *cuantizada*. Un ejemplo de cuantización que resulta familiar es el dinero. Cuando se paga en efectivo por un artículo en una tienda, hay que hacerlo en incrementos de un centavo. El dinero no se puede dividir en cantidades menores de un centavo; en tanto que la carga eléctrica no se divide en cantidades menores que la carga de un electrón o un protón. (Es probable que las cargas de los quarks, de $\pm\frac{1}{3}$ y $\pm\frac{2}{3}$, no sean observables como cargas aisladas.) Entonces, la carga de cualquier cuerpo macroscópico siempre es igual a cero o a un múltiplo entero (negativo o positivo) de la carga del electrón.

La comprensión de la naturaleza eléctrica de la materia abre la perspectiva de muchos aspectos del mundo físico (figura 21.5). Los enlaces químicos que mantienen unidos a los átomos para formar moléculas se deben a las interacciones eléctricas entre ellos. Incluyen los enlaces iónicos fuertes que unen a los átomos de sodio y cloro para formar la sal de mesa, y los enlaces relativamente débiles entre las cadenas de DNA que contienen nuestro código genético. La fuerza normal que ejerce sobre usted la silla en que se sienta proviene de fuerzas eléctricas entre las partículas cargadas, en los átomos de usted y los de la silla. La fuerza de tensión en una cuerda que se estira y la fuerza de adhesión de un pegamento se parecen en que se deben a las interacciones eléctricas de los átomos.

Evalúe su comprensión de la sección 21.1 a) Estrictamente hablando, ¿la varilla de plástico de la figura 21.1 pesa más, menos o lo mismo después de frotarla con la piel? b) ¿Y la varilla de vidrio una vez que se frota con seda? c) ¿Qué pasa con c) la piel y d) la seda?

21.5 La mayoría de las fuerzas que actúan sobre este esquiador acuático son eléctricas. Las interacciones eléctricas entre moléculas adyacentes originan la fuerza del agua sobre el esquí, la tensión en la cuerda y la resistencia del aire sobre el cuerpo del individuo. Las interacciones eléctricas también mantienen juntos los átomos del cuerpo del esquiador. Sólo hay una fuerza por completo ajena a la eléctrica que actúa sobre el esquiador: la fuerza de la gravedad.



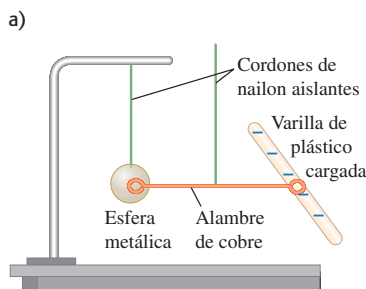
21.2 Conductores, aislantes y cargas inducidas

Ciertos materiales permiten que las cargas eléctricas se muevan con facilidad de una región del material a la otra, mientras que otros no lo hacen. Por ejemplo, en la figura 21.6a se ilustra un alambre de cobre sostenido por una cuerda de nailon. Suponga que usted toca un extremo del alambre con una varilla de plástico cargada, y su otro extremo lo une con una esfera metálica que, al principio, está sin carga; después, quita la varilla cargada y el alambre. Cuando acerca otro cuerpo cargado a la esfera (figuras 21.6b y 21.6c), ésta se ve atraída o repelida, lo cual demuestra que se cargó eléctricamente. Se transfirió carga eléctrica entre la esfera y la superficie de la varilla de plástico, a través del alambre de cobre.

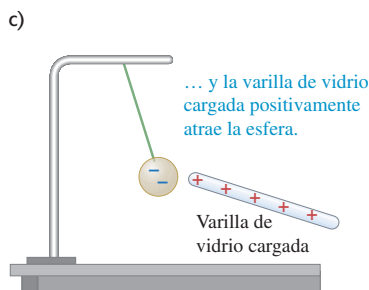
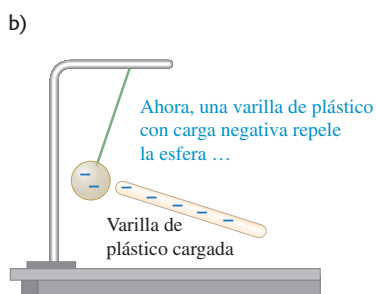
El alambre de cobre recibe el nombre de **conductor** de electricidad. Si se repite el experimento con una banda de caucho o un cordón de nailon en vez del alambre, se verá que *no* se transfiere carga a la esfera. Esos materiales se denominan **aislantes**. Los conductores permiten el movimiento fácil de las cargas a través de ellos; mientras que los aislantes no lo hacen. (En la figura 21.6, los cordones de nailon que sostienen son aislantes, lo cual evita que escape la carga de la esfera metálica y del alambre de cobre.)

Por ejemplo, las fibras de una alfombra en un día seco son buenos aislantes. Cuando usted camina sobre ella, la fricción de los zapatos contra las fibras hace que la carga

21.6 El cobre es un buen conductor de la electricidad; el nailon es un buen aislante. *a)* El alambre de cobre conduce cargas entre la esfera metálica y la varilla de plástico cargada, y así carga negativamente la esfera. Después, la esfera de metal es *b)* repelida por una varilla de plástico con carga negativa, y *c)* atraída a una varilla de vidrio con carga positiva.



El alambre conduce carga de la varilla de plástico cargada negativamente a la esfera de metal.



se acumule en su cuerpo y ahí permanezca, porque no puede fluir por las fibras aislantes. Si después usted toca un objeto conductor, como una perilla, ocurre una transferencia rápida de la carga entre sus dedos y la perilla, por lo que siente una descarga. Una forma de evitarlo consiste en enrollar algunas de las fibras de la alfombra alrededor de los centros conductores, de modo que cualquier carga que se acumule sobre una persona se transfiera a la alfombra de manera inofensiva. Otra solución es cubrir la alfombra con una sustancia antiestática que no transfiera fácilmente electrones hacia los zapatos o desde éstos; así se evita que se acumulen cargas en el cuerpo.

La mayor parte de metales son buenos conductores; en tanto que los no metales son aislantes en su mayoría. Dentro de un sólido metálico, como el cobre, uno o más de los electrones externos de cada átomo se liberan y mueven con libertad a través del material, en forma parecida a como las moléculas de un gas se desplazan por los espacios entre los granos de un recipiente de arena. El movimiento de esos electrones con carga negativa lleva la carga a través del metal. Los demás electrones permanecen unidos a los núcleos con carga positiva, que a la vez están unidos en posiciones casi fijas en el material. En un material aislante no hay electrones libres, o hay muy pocos, y la carga eléctrica no se mueve con facilidad a través del material. Algunos materiales se denominan *semiconductores* porque tienen propiedades intermedias entre las de buenos conductores y buenos aislantes.

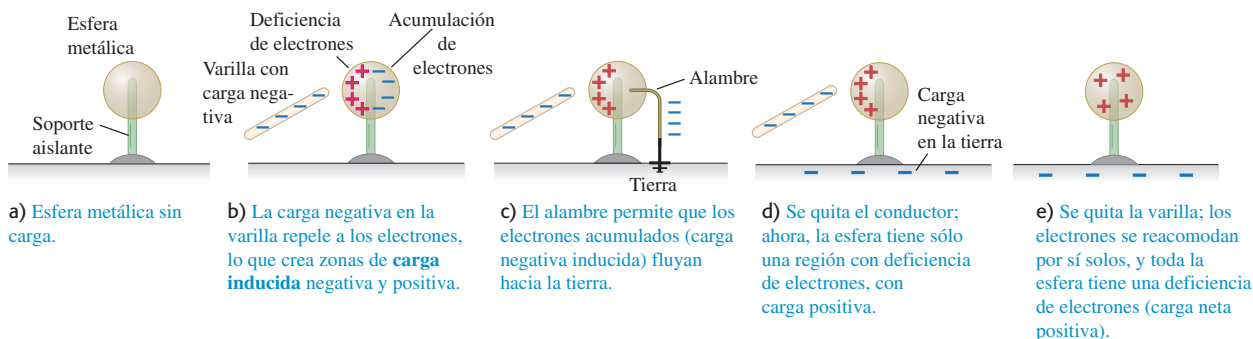
Carga por inducción

Una esfera de metal se puede cargar usando un alambre de cobre y una varilla de plástico eléctricamente cargada, como se indica en la figura 21.6a. En este proceso, algunos de los electrones excedentes en la varilla se transfieren hacia la esfera, lo cual deja a la varilla con una carga negativa más pequeña. Hay otra técnica diferente con la que la varilla de plástico da a otro cuerpo una carga de signo *contrario*, sin que pierda una parte de su propia carga. Este proceso se llama carga por **inducción**.

En la figura 21.7 se muestra un ejemplo de carga por inducción. Una esfera metálica sin carga se sostiene usando un soporte aislante (figura 21.7a). Cuando se le acerca una varilla con carga negativa, sin que llegue a tocarla (figura 21.7b), los electrones libres en la esfera metálica son repelidos por los electrones excedentes en la varilla, y se desplazan hacia la derecha, lejos de la varilla. No pueden escapar de la esfera porque tanto el soporte como el aire circundante son aislantes. Por lo tanto, existe un exceso de carga negativa en la superficie derecha de la esfera y una deficiencia de carga negativa (es decir, hay una carga positiva neta) en su superficie izquierda. Estas cargas excedentes se llaman **cargas inducidas**.

No todos los electrones libres se mueven a la superficie derecha de la esfera. Tan pronto como se desarrolla cualquier carga inducida, ejerce fuerzas hacia la *izquierda* sobre los demás electrones libres. Estos electrones son repelidos por la carga negativa inducida a la derecha y atraídos hacia la carga positiva inducida a la izquierda. El sistema alcanza el equilibrio donde la fuerza hacia la derecha sobre un electrón, debida a la varilla cargada, queda equilibrada por la fuerza hacia la izquierda debida a la carga inducida. Si se retira la varilla cargada, los electrones libres regresan a la izquierda y se restablece la condición de neutralidad original.

21.7 Carga de una esfera metálica por inducción.

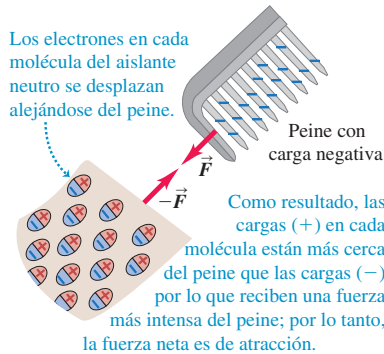


21.8 Las cargas dentro de las moléculas de un material aislante se intercambian un poco. Como resultado, un peine con carga de cualquier signo atrae a un material aislante neutro. Según la tercera ley de Newton, el aislante neutro ejerce una fuerza de atracción de igual magnitud sobre el peine.

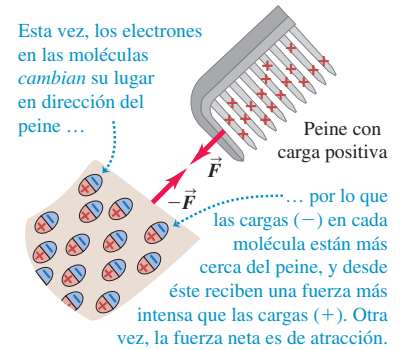
a) Un peine cargado levanta trocitos de plástico sin carga



b) Cómo un peine con carga negativa atrae un aislante



c) Cómo un peine con carga positiva atrae un aislante



¿Qué pasaría si, mientras la varilla de plástico se encuentra cerca, el extremo de un alambre conductor se pusiera en contacto con la superficie derecha de la esfera, y el otro extremo de éste se conectara a tierra (figura 21.7c)? La Tierra es un conductor, y es tan grande que actúa como una fuente prácticamente infinita de electrones adicionales o como un receptor de los electrones no deseados. Algunas de las cargas negativas fluyen a tierra a través del alambre. Ahora suponga que desconecta el alambre (figura 21.7d) y luego se quita la varilla (figura 21.7e); en la esfera queda una carga positiva neta. Durante este proceso, no cambió la carga negativa de la varilla. La tierra adquiere una carga negativa de magnitud igual a la carga positiva inducida que queda en la esfera.

La carga por inducción funcionaría igual de bien si las cargas móviles en la esfera fueran positivas, en vez de electrones cargados negativamente, o incluso si estuvieran presentes cargas tanto positivas como negativas. En un conductor metálico, las cargas móviles siempre son electrones negativos; sin embargo, con frecuencia conviene describir un proceso *como si* las cargas en movimiento fueran positivas. En las soluciones iónicas y los gases ionizados, las cargas que se mueven son tanto positivas como negativas.

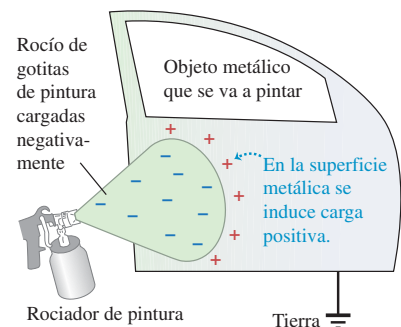
Fuerzas eléctricas en objetos sin carga

Por último, se observa que un cuerpo con carga ejerce fuerzas aun sobre objetos que *no* están cargados. Si usted frota un globo contra la alfombra y después lo coloca junto al techo, el globo se adherirá a éste, aun cuando el techo no tiene carga eléctrica neta. Después de que electrifica un peine pasándolo por su cabello, puede atraer con tal peine trocitos de papel o de plástico que no estén cargados (figura 21.8a). ¿Cómo es posible esto?

Esta interacción es un efecto de carga inducida. Incluso en un aislante, las cargas eléctricas pueden desplazarse un poco en un sentido u otro cuando hay otra carga cerca. Esto se ilustra en la figura 21.8b; el peine de plástico cargado negativamente ocasiona un cambio ligero de carga dentro de las moléculas del aislante neutro: el efecto llamado *polarización*. Las cargas positivas y negativas en el material se hallan presentes en cantidades iguales; no obstante, las cargas positivas están más cerca del peine de plástico, por lo que reciben una fuerza de atracción mayor que la fuerza de repulsión que se ejerce sobre las cargas negativas, dando así una fuerza de atracción neta. (En la sección 21.3 estudiaremos el modo en que las fuerzas eléctricas dependen de la distancia.) Observe que un aislante neutro también es atraído por un peine cargado *positivamente* (figura 21.8c). Ahora las cargas en el aislante se mueven en la dirección opuesta; las cargas negativas en el aislante están más cerca del peine y reciben una fuerza de atracción mayor que la fuerza de repulsión ejercida sobre las cargas positivas del aislante. Por lo tanto, un objeto con carga de *cualquier* signo ejerce una fuerza de atracción sobre un aislante sin carga.

La atracción entre un objeto cargado y uno descargado tiene muchas aplicaciones prácticas importantes como, por ejemplo, el proceso de pintura electrostática que se utiliza en la industria automotriz (figura 21.9). El objeto metálico que va a pintarse se conecta a tierra (al “suelo”, en la figura 21.9), y a las gotitas de pintura se les da una carga

21.9 Proceso de pintado electrostático (compárelo con las figuras 21.7b y 21.7c).



eléctrica conforme salen de la boquilla rociadora. Al acercarse las gotitas de pintura al objeto que se pinta, aparecen en éste cargas inducidas del signo opuesto, como se ilustra en la figura 21.7b, que atraen las gotitas a la superficie. Este proceso minimiza la formación de nubes de partículas dispersas de pintura y da un acabado particularmente liso.

Evalúe su comprensión de la sección 21.2 Imagine que tiene dos esferas metálicas ligeras y que cada una de ellas cuelga de un cordón de nailon aislante. Una de las esferas tiene carga neta negativa; en tanto que la otra no tiene carga neta. a) Si las esferas están cerca una de otra pero no se tocan, ¿i) se atraerán mutuamente, ii) se repelerán o iii) no ejercerán fuerza alguna sobre la otra? b) Ahora se permite que las esferas entren en contacto. Una vez que se tocan, ¿las dos esferas i) se atraerán, ii) se repelerán o iii) no ejercerán fuerza alguna sobre la otra?



- 11.1 Fuerza eléctrica: ley de Coulomb
- 11.2 Fuerza eléctrica: principio de superposición
- 11.3 Fuerza eléctrica: superposición (cuantitativa)

21.3 Ley de Coulomb

En 1784 Charles Augustin de Coulomb (1736-1806) estudió con mucho detalle las fuerzas de atracción de partículas cargadas. Usó una balanza de torsión (figura 21.10a) similar a la que Cavendish emplearía 13 años después para estudiar la mucho más débil interacción gravitacional, como vimos en la sección 12.1. Para **cargas puntuales**, cuerpos cargados muy pequeños en comparación con la distancia r que los separa, Coulomb descubrió que la fuerza eléctrica es proporcional a $1/r^2$. Es decir, cuando se duplica la distancia r , la fuerza disminuye a $\frac{1}{4}$ de su valor inicial; cuando la distancia disminuye a la mitad, la fuerza incrementa cuatro veces su valor inicial.

La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales también depende de la cantidad de carga en cada cuerpo, la que se denotará con q o Q . Para estudiar esta dependencia, Coulomb dividió una carga en dos partes iguales poniendo en contacto un conductor esférico con carga pequeño, con una esfera idéntica pero sin carga; por simetría, la carga se compartía por igual entre las dos esferas. (Observe el papel esencial que tiene el principio de conservación de la carga en este procedimiento.) De esa manera, él podía obtener un medio, un cuarto, etcétera, de cualquier carga inicial. Descubrió que las fuerzas que dos cargas puntuales q_1 y q_2 ejercían una sobre la otra eran proporcionales a cada carga, por lo que también eran proporcionales a su *producto* $q_1 q_2$.

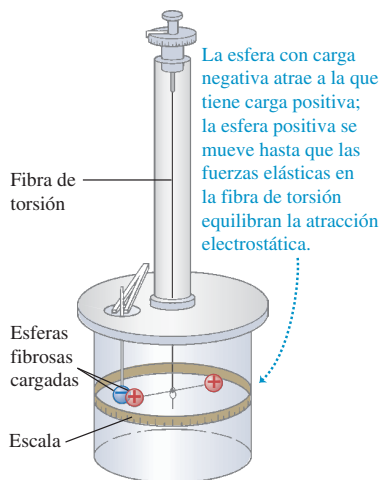
De ese modo, Coulomb estableció la que ahora se conoce como **ley de Coulomb**:

La magnitud de la fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales es directamente proporcional al producto de las cargas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

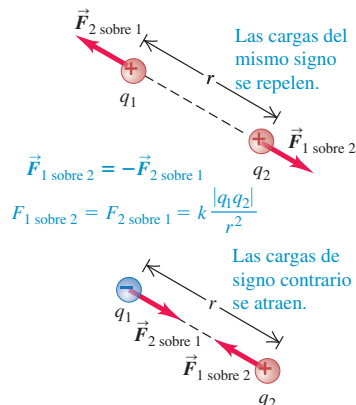
21.10 a) Medición de la fuerza eléctrica entre cargas puntuales. b) Las fuerzas eléctricas entre cargas puntuales obedecen la tercer ley de Newton:

$$\vec{F}_{1 \text{ sobre } 2} = -\vec{F}_{2 \text{ sobre } 1}$$

a) Balanza de torsión del tipo utilizado por Coulomb para medir la fuerza eléctrica



b) Interacciones entre cargas puntuales



En términos matemáticos, la magnitud F de la fuerza que cada una de las dos cargas puntuales, q_1 y q_2 , separadas una distancia r , ejerce sobre la otra se expresa como

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad (21.1)$$

donde k es una constante de proporcionalidad cuyo valor numérico depende del sistema de unidades que se emplee. En la ecuación (21.1) se utiliza la notación de valor absoluto porque las cargas q_1 y q_2 pueden ser positivas o negativas; en tanto que la magnitud de la fuerza F siempre es positiva.

Las direcciones de las fuerzas que las dos cargas ejercen sobre la otra siempre son a lo largo de la recta que las une. Cuando las cargas q_1 y q_2 tienen el mismo signo, positivo o negativo, las fuerzas son de repulsión; cuando las cargas tienen signos opuestos, las fuerzas son de atracción (figura 21.10b). Las dos fuerzas obedecen la tercera ley de Newton; siempre tienen la misma magnitud y dirección opuesta, aun cuando las cargas no tengan igual magnitud.

La proporcionalidad de la fuerza eléctrica con respecto a $1/r^2$ es algo que se ha comprobado con gran precisión. No hay razón para sospechar que el exponente sea distinto de 2. Así que la forma de la ecuación (21.1) es la misma que la forma de la ley de la gravitación. No obstante, las interacciones eléctricas y gravitacionales son dos clases distintas de fenómenos. Las interacciones eléctricas dependen de las cargas eléctricas y pueden ser de atracción o de repulsión; mientras que las gravitacionales dependen de la masa y siempre son de atracción (porque no existe algo como la masa negativa).

Constantes eléctricas fundamentales

El valor de la constante de proporcionalidad k en la ley de Coulomb depende del sistema de unidades que se emplee. En nuestro estudio de la electricidad y el magnetismo, tan sólo usaremos unidades del SI, las cuales incluyen la mayoría de las unidades con que estamos familiarizados, como el volt, ampere, ohm y watt. (No existe un sistema inglés de unidades eléctricas.) La unidad del SI para la carga eléctrica se llama **coulomb** (1 C). En unidades del SI, la constante k que aparece en la ecuación (21.1) es

$$k = 8.987551787 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2 \approx 8.988 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

El valor de k se conoce con un número tan grande de cifras significativas porque se relaciona de cerca con la rapidez de la luz en el vacío. (Esto lo veremos en el capítulo 32, al estudiar la radiación electromagnética.) Como vimos en la sección 1.3, tal rapidez se *define* por ser exactamente $c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$. El valor numérico de k se define en términos de c como

$$k = (10^{-7} \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{C}^2) c^2$$

Se invita al lector a comprobar esta expresión para confirmar que k tiene las unidades correctas.

En principio es posible medir la fuerza eléctrica F entre dos cargas iguales q a una distancia de r , y usar la ley de Coulomb para determinar la carga. Es decir, se puede considerar el valor de k como una definición operacional del coulomb. Por razones de precisión experimental, es mejor definir el coulomb en términos de la unidad de *corriente* eléctrica (carga por unidad de tiempo), el *ampere*, que es igual a 1 coulomb por segundo. En el capítulo 28 volveremos a esta definición.

En unidades del SI, la constante k de la ecuación (21.1) se escribe por lo general como $1/4\pi\epsilon_0$, donde ϵ_0 (“épsilon cero”) es otra constante. Esto parece complicado, pero en realidad simplifica muchas de las fórmulas que encontraremos en capítulos posteriores. De aquí en adelante, en general escribiremos la ley de Coulomb como

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad (\text{ley de Coulomb: fuerza entre dos cargas puntuales}) \quad (21.2)$$

Las constantes en la ecuación (21.2) son, aproximadamente,

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2 \quad \text{y} \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = k = 8.988 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

En los ejemplos y problemas será frecuente que utilicemos el valor aproximado

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

Que está dentro de alrededor del 0.1% del valor correcto.

Como vimos en la sección 21.1, la unidad más fundamental de carga es la magnitud de la carga de un electrón o un protón, que se denota con e . El valor más preciso de que se disponía hasta la escritura de este libro era de

$$e = 1.60217653(14) \times 10^{-19} \text{ C}$$

Un coulomb representa el negativo de la carga total de aproximadamente 6×10^{18} electrones. En comparación, un cubo de cobre de 1 cm por lado contiene cerca de 2.4×10^{24} electrones. Por el filamento incandescente de una bombilla de linterna pasan cada segundo alrededor de 10^{19} electrones.

En problemas de electrostática (es decir, aquellos que implican cargas en reposo), es muy raro encontrar cargas tan grandes como de 1 coulomb. ¡Dos cargas de 1 C separadas 1 m ejercerían fuerzas entre sí de $9 \times 10^9 \text{ N}$ (cerca de 1 millón de toneladas)! La carga total de todos los electrones en una moneda de cobre de un centavo es aún mayor, de $1.4 \times 10^5 \text{ C}$, lo cual demuestra que no podemos alterar mucho la neutralidad eléctrica sin usar fuerzas demasiado grandes. Los valores más comunes de cargas fluctúan desde 10^{-9} hasta 10^{-6} C . Es frecuente usar al microcoulomb ($1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$) y al nanocoulomb ($1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$) como unidades de carga prácticas.

Ejemplo 21.1 La fuerza eléctrica contra la fuerza gravitatoria

Una partícula α (“alfa”) es el núcleo de un átomo de helio. Tiene una masa de $m = 6.64 \times 10^{-27} \text{ kg}$ y una carga de $q = +2e = 3.2 \times 10^{-19} \text{ C}$. Compare la fuerza de la repulsión eléctrica entre dos partículas α con la fuerza de la atracción gravitatoria que hay entre ellas.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Este problema implica la ley de Newton de la fuerza de gravedad F_g entre partículas (véase la sección 12.1) y la ley de Coulomb para la fuerza eléctrica F_e entre cargas puntuales. Se pide comparar dichas fuerzas, por lo que la incógnita es la *razón* de ambas fuerzas, F_e/F_g .

PLANTEAR: La figura 21.11 muestra el diagrama. La magnitud de la fuerza de repulsión eléctrica está dada por la ecuación (21.2):

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}$$

La magnitud de la fuerza de atracción gravitacional F_g está dada por la ecuación (12.1):

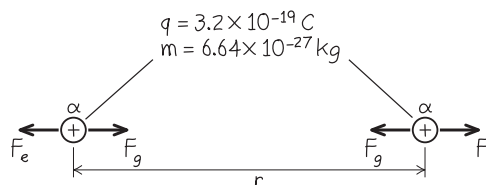
$$F_g = G \frac{m^2}{r^2}$$

EJECUTAR: La razón de la fuerza eléctrica con respecto a la fuerza gravitatoria es

$$\begin{aligned} \frac{F_e}{F_g} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 G} \frac{q^2}{m^2} = \frac{9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2} \frac{(3.2 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(6.64 \times 10^{-27} \text{ kg})^2} \\ &= 3.1 \times 10^{35} \end{aligned}$$

EVALUAR: Este número tan asombrosamente grande muestra que, en esta situación, la fuerza gravitatoria es despreciable por completo en comparación con la fuerza eléctrica. Ello siempre se cumple para interacciones de partículas atómicas y subatómicas. (Observe que este resultado no depende de la distancia r entre las dos partículas α . No obstante, para objetos del tamaño de un ser humano o de un planeta, las cargas positiva y negativa son de magnitud casi igual; en tanto que la fuerza eléctrica neta por lo general es mucho *menor* que la gravitatoria.

21.11 Nuestro esquema para este problema.



Superposición de fuerzas

Según la enunciamos, la ley de Coulomb describe sólo la interacción entre dos cargas *puntuales*. Los experimentos demuestran que cuando dos cargas ejercen fuerzas de manera simultánea sobre una tercera carga, la fuerza total que actúa sobre esa carga es la *suma vectorial* de las fuerzas que las dos cargas ejercerían individualmente. Esta propiedad importante, llamada **principio de superposición de fuerzas**, se cumple para cualquier número de cargas. Varios de los ejemplos al final de esta sección muestran aplicaciones del principio de superposición.

En sentido estricto, la ley de Coulomb tal como fue establecida debería usarse tan sólo para cargas puntuales *en el vacío*. Si hay materia presente entre las cargas, la fuerza neta que actúa sobre cada una se altera, debido a las cargas inducidas en las moléculas del material interpuesto. Este efecto se describirá más adelante. No obstante, es práctico utilizar la ley de Coulomb sin modificar para cargas puntuales en el aire, ya que a presión atmosférica normal, la presencia del aire cambia la fuerza eléctrica en aproximadamente una parte en 2000 de su valor en el vacío.

Estrategia para resolver problemas 21.1

Ley de Coulomb



IDENTIFICAR los conceptos relevantes: La ley de Coulomb viene al caso siempre que se necesite conocer la fuerza eléctrica que actúa entre partículas cargadas.

PLANTEAR el problema utilizando los siguientes pasos:

1. Haga un dibujo que muestre la ubicación de las partículas cargadas, e indique la carga de cada una. Este paso tiene especial importancia si hay más de dos partículas cargadas.
2. Si hay presentes tres o más cargas que no se localicen sobre la misma línea, elabore un sistema de coordenadas xy .
3. Es frecuente que se necesite encontrar la fuerza eléctrica sobre una partícula dada. Si es así, debe identificarse ésta.

EJECUTAR la solución como sigue:

1. Para cada partícula que ejerza una fuerza sobre la partícula de interés, calcule la magnitud de dicha fuerza usando la ecuación (21.2).
2. Dibuje los vectores de fuerza eléctrica que actúen sobre la(s) partícula(s) de interés, debidos a cada una de las demás partículas (es decir, elabore un diagrama de cuerpo libre). Recuerde que si las dos cargas tienen signos opuestos, la fuerza ejercida por la partícula 1 sobre la partícula 2 apunta desde la partícula 2 hacia la partícula 1; pero si las cargas tienen el mismo signo, la fuerza sale de la partícula 2 alejándose de la partícula 1.
3. Calcule la fuerza eléctrica total sobre la(s) partícula(s) de interés. Recuerde que la fuerza eléctrica, como toda fuerza, es un **vector**. Cuando las fuerzas que actúan sobre una carga son causadas por dos o más cargas diferentes, la fuerza total sobre la carga es la *suma vectorial* de las fuerzas individuales. Si lo desea, puede regresar y consultar el álgebra de vectores en las secciones 1.7 a 1.9. Con frecuencia es útil emplear componentes en un sistema de coordenadas xy . Asegúrese de utilizar la notación vectorial correcta; si un símbolo representa una cantidad vectorial, escriba una flecha sobre él. Si usted se descuida con su notación, también lo hará con su razonamiento.

4. Como siempre, es esencial usar unidades consistentes. Con el valor de $k = 1/4\pi\epsilon_0$ que se dio, las distancias *deben* expresarse en metros, la carga en coulombs y la fuerza en newtons. Si hubiera distancias en centímetros, pulgadas o estadios, ¡no olvide convertirlas! Cuando se da una carga en microcoulombs (μC) o nanocoulombs (nC), recuerde que $1\ \mu\text{C} = 10^{-6}\ \text{C}$ y que $1\ \text{nC} = 10^{-9}\ \text{C}$.
5. Algunos ejemplos y problemas de este capítulo y posteriores implican una distribución continua de la carga a lo largo de una línea recta o una superficie. En estos casos, la suma vectorial descrita en el paso 3 se vuelve una integral vectorial, por lo general expresada con el empleo de sus componentes. Se divide la distribución de la carga total en elementos infinitesimales, se aplica la ley de Coulomb para cada uno y luego se integra para obtener la suma vectorial. En ocasiones, es posible efectuar este proceso sin el uso explícito de la integración.
6. En muchas situaciones, la distribución de la carga será *simétrica*. Por ejemplo, tal vez se pida encontrar la fuerza sobre una carga Q en presencia de otras dos cargas idénticas q : una arriba y a la izquierda de Q , y la otra abajo y a la izquierda de Q . Si las distancias de Q a cada una de las otras cargas son iguales, la fuerza sobre Q que ejerce cada carga tiene la misma magnitud; si cada vector de fuerza forma el mismo ángulo con el eje horizontal, es muy fácil sumar estos vectores para obtener la fuerza neta. Siempre que sea posible, aproveche cualquier simetría para simplificar el proceso de resolución de problemas.

EVALUAR su respuesta: Compruebe si son razonables los resultados numéricos, y confirme que la dirección de la fuerza eléctrica neta esté de acuerdo con el principio de que las cargas del mismo signo se repelen y las cargas de signo diferente se atraen.

Ejemplo 21.2 Fuerza entre dos cargas puntuales

Dos cargas puntuales, $q_1 = +25 \text{ nC}$ y $q_2 = -75 \text{ nC}$, están separadas por una distancia de 3.0 cm (figura 21.12a). Calcule la magnitud y la dirección de a) la fuerza eléctrica que q_1 ejerce sobre q_2 ; y b) la fuerza eléctrica que q_2 ejerce sobre q_1 .

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: En este problema se piden las fuerzas eléctricas que dos cargas ejercen entre sí, por lo que será necesario utilizar la ley de Coulomb.

PLANTEAR: Se emplea la ecuación (21.2) para calcular la magnitud de la fuerza que ejerce cada partícula sobre la otra. Se utiliza la tercera ley de Newton para relacionar las fuerzas que una partícula ejerce sobre la otra.

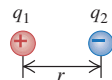
EJECUTAR: a) Después de convertir la carga a coulombs y la distancia a metros, la magnitud de la fuerza que q_1 ejerce sobre q_2 es

$$\begin{aligned} F_{1 \text{ sobre } 2} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \\ &= (9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{|(+25 \times 10^{-9} \text{ C})(-75 \times 10^{-9} \text{ C})|}{(0.030 \text{ m})^2} \\ &= 0.019 \text{ N} \end{aligned}$$

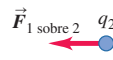
Como las dos cargas tienen signos opuestos, la fuerza es de atracción; es decir, la fuerza que actúa sobre q_2 está dirigida hacia q_1 por la recta que une las dos cargas, como se ilustra en la figura 21.12b.

21.12 ¿Qué fuerza q_1 ejerce sobre q_2 ? ¿Y qué fuerza q_2 ejerce sobre q_1 ? Las fuerzas gravitatorias son despreciables.

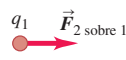
a) Las dos cargas



b) Diagrama de cuerpo libre para la carga q_2



c) Diagrama de cuerpo libre para la carga q_1



b) La tercera ley de Newton se aplica a la fuerza eléctrica. Aun cuando las cargas tienen diferentes magnitudes, la magnitud de la fuerza que q_2 ejerce sobre q_1 es la *misma*, que la magnitud de la fuerza que q_1 ejerce sobre q_2 :

$$F_{2 \text{ sobre } 1} = 0.019 \text{ N}$$

La tercera ley de Newton también establece que la dirección de la fuerza que ejerce q_2 sobre q_1 tiene exactamente la dirección opuesta, que la de la fuerza que q_1 ejerce sobre q_2 ; esto se indica en la figura 21.12c.

EVALUAR: Observe que la fuerza sobre q_1 está dirigida hacia q_2 , como debe ser, ya que las cargas con signos opuestos se atraen mutuamente.

Ejemplo 21.3 Suma vectorial de las fuerzas eléctricas sobre una línea

Dos cargas puntuales se localizan en el eje $+x$ de un sistema de coordenadas. La carga $q_1 = 1.0 \text{ nC}$ está a 2.0 cm del origen, y la carga $q_2 = -3.0 \text{ nC}$ está a 4.0 cm del origen. ¿Cuál es la fuerza total que ejercen estas dos cargas sobre una carga $q_3 = 5.0 \text{ nC}$ que se encuentra en el origen? Las fuerzas gravitatorias son despreciables.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Aquí hay *dos* fuerzas eléctricas que actúan sobre la carga q_3 , las cuales deben sumarse para calcular la fuerza total.

PLANTEAR: La figura 21.13a muestra el sistema de coordenadas. La incógnita es la fuerza eléctrica neta que las otras dos cargas ejercen sobre la carga q_3 . Ésta es la suma vectorial de las fuerzas debidas a q_1 y q_2 individualmente.

EJECUTAR: La figura 21.13b es un diagrama de cuerpo libre para la carga q_3 . Observe que q_3 es repelida por q_1 (que tiene el mismo signo) y atraída hacia q_2 (que tiene signo opuesto). Después de convertir la carga a coulombs y la distancia a metros, se utiliza la ecuación (21.2) para encontrar la magnitud de $F_{1 \text{ sobre } 3}$ de la fuerza de q_1 sobre q_3 :

$$\begin{aligned} F_{1 \text{ sobre } 3} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_3|}{r^2} \\ &= (9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(1.0 \times 10^{-9} \text{ C})(5.0 \times 10^{-9} \text{ C})}{(0.020 \text{ m})^2} \\ &= 1.12 \times 10^{-4} \text{ N} = 112 \mu\text{N} \end{aligned}$$

Esta fuerza tiene una componente x negativa porque q_3 es repelida (es decir, empujada en la dirección $-x$) por q_1 .

La magnitud $F_{2 \text{ sobre } 3}$ de la fuerza de q_2 sobre q_3 es

$$\begin{aligned} F_{2 \text{ sobre } 3} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_2 q_3|}{r^2} \\ &= (9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(3.0 \times 10^{-9} \text{ C})(5.0 \times 10^{-9} \text{ C})}{(0.040 \text{ m})^2} \\ &= 8.4 \times 10^{-5} \text{ N} = 84 \mu\text{N} \end{aligned}$$

Esta fuerza tiene una componente $+x$ debido a que q_3 es atraída (es decir, jalada en la dirección $+x$) hacia q_2 . La suma de las componentes x es

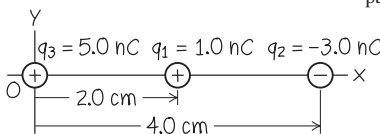
$$F_x = -112 \mu\text{N} + 84 \mu\text{N} = -28 \mu\text{N}$$

No hay componentes y ni z . Así que la fuerza total sobre q_3 se dirige hacia la izquierda, con magnitud $28 \mu\text{N} = 2.8 \times 10^{-5} \text{ N}$.

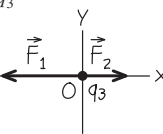
EVALUAR: Para comprobar las magnitudes de las fuerzas individuales, observe que q_2 tiene el triple de carga (en magnitud) que q_1 , pero está dos veces más alejada de q_3 . Según la ecuación (21.2), esto significa que $F_{2 \text{ sobre } 3}$ debe ser $3/2^2 = 3/4$ veces la magnitud de $F_{1 \text{ sobre } 3}$. En realidad, nuestros resultados muestran que esta razón es $(84 \mu\text{N})/(112 \mu\text{N}) = 0.75$. La dirección de la fuerza neta también es lógica: $\vec{F}_{1 \text{ sobre } 3}$ es opuesta a $\vec{F}_{2 \text{ sobre } 3}$, y tiene una magnitud mayor, por lo que la fuerza neta tiene la dirección de $\vec{F}_{1 \text{ sobre } 3}$.

21.13 Nuestro esquema para este problema.

a) Nuestro diagrama de la situación



b) Diagrama de cuerpo libre para q_3



Ejemplo 21.4 Suma vectorial de fuerzas eléctricas en un plano

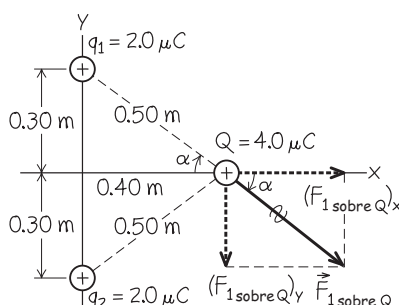
Dos cargas puntuales iguales y positivas, $q_1 = q_2 = 2.0 \mu\text{C}$ se localizan en $x = 0, y = 0.30 \text{ m}$ y $x = 0, y = -0.30 \text{ m}$, respectivamente. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza eléctrica total (neta) que ejercen estas cargas sobre una tercera carga, también puntual, $Q = 4.0 \mu\text{C}$ en $x = 0.40 \text{ m}, y = 0$?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Al igual que en el ejemplo 21.3, tenemos que calcular la fuerza que cada carga ejerce sobre Q y después obtener la suma vectorial de las fuerzas.

PLANTEAR: En la figura 21.14 se ilustra la situación. Como las tres cargas no se encuentran en una línea, la mejor forma de calcular las fuerzas que q_1 y q_2 ejercen sobre Q consiste en usar componentes.

21.14 Nuestro esquema para este problema.



EJECUTAR: La figura 21.14 presenta la fuerza sobre Q debida a la carga superior q_1 . De acuerdo con la ley de Coulomb, la magnitud F de esta fuerza es:

$$F_{1 \text{ sobre } Q} = (9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(4.0 \times 10^{-6} \text{ C})(2.0 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0.50 \text{ m})^2} = 0.29 \text{ N}$$

El ángulo α está por debajo del eje x , de manera que las componentes de esta fuerza están dadas por

$$(F_{1 \text{ sobre } Q})_x = (F_{1 \text{ sobre } Q}) \cos \alpha = (0.29 \text{ N}) \frac{0.40 \text{ m}}{0.50 \text{ m}} = 0.23 \text{ N}$$

$$(F_{1 \text{ sobre } Q})_y = -(F_{1 \text{ sobre } Q}) \sin \alpha = -(0.29 \text{ N}) \frac{0.30 \text{ m}}{0.50 \text{ m}} = -0.17 \text{ N}$$

La carga inferior q_2 ejerce una fuerza de la misma magnitud, pero con ángulo α por arriba del eje x . Por simetría, se ve que su componente x es la misma que la de la carga superior; pero su componente y tiene signo contrario. Por lo tanto, las componentes de la fuerza total $\vec{F}$ sobre Q son:

$$F_x = 0.23 \text{ N} + 0.23 \text{ N} = 0.46 \text{ N}$$

$$F_y = -0.17 \text{ N} + 0.17 \text{ N} = 0$$

La fuerza total sobre Q está en la dirección $+x$, con magnitud de 0.46 N .

EVALUAR: La fuerza total sobre Q se ejerce en una dirección que no apunta alejándose directamente de q_1 ni de q_2 . En vez de ello, su dirección es intermedia y apunta hacia fuera del sistema de cargas q_1 y q_2 . ¿Puede ver el lector que la fuerza total *no* estaría en la dirección $+x$, si q_1 y q_2 no fueran iguales o si la disposición geométrica de las cargas no fuera tan simétrica?

Evalúe su comprensión de la sección 21.3 Suponga que la carga q_2 del ejemplo 21.4 fuera de $-2.0 \mu\text{C}$. En este caso, la fuerza eléctrica total sobre Q estaría i) en la dirección $+x$; ii) en la dirección $-x$; iii) en la dirección $+y$; iv) en la dirección $-y$; v) igual a cero; vi) ninguna de las anteriores.



21.4 El campo eléctrico y las fuerzas eléctricas

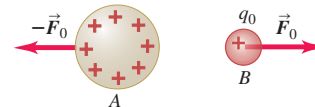
Cuando dos partículas cargadas eléctricamente interactúan en el espacio vacío, ¿cómo sabe cada una que la otra está ahí? ¿Qué ocurre en el espacio entre ellas que comunica el efecto de una sobre la otra? Podemos comenzar a responder estas preguntas y, a la vez, reformular la ley de Coulomb de una manera muy útil, con el empleo del concepto de *campo eléctrico*.

Campo eléctrico

Para introducir este concepto, veamos la repulsión mutua de dos cuerpos cargados positivamente, A y B (figura 21.15a). Suponga que B tiene carga q_0 , y sea $\vec{F}_0$ la fuerza eléctrica que A ejerce sobre B . Una manera de concebir esta fuerza es como una fuerza de “acción a distancia”, es decir, como una fuerza que actúa a través del espacio vacío sin necesidad de materia (tal como una varilla que empuje o una cuerda que jale), que la transmita a través del espacio. (La gravedad también puede considerarse como una fuerza que ejerce una “acción a distancia”). Sin embargo, un enfoque más fructífero de visualizar la repulsión entre A y B es como un proceso de dos etapas. En primer lugar, imaginemos que el cuerpo A , como resultado de la carga que porta, *modifica de algún modo las propiedades del espacio que lo rodea*. Después veamos que

21.15 Un cuerpo cargado crea un campo eléctrico en el espacio que lo rodea.

a) Los cuerpos A y B ejercen fuerzas eléctricas uno sobre el otro.



b) Quitemos el cuerpo B ...
... e indiquemos su posición anterior como P .



c) El cuerpo A genera un campo eléctrico $\vec{E}$ en el punto P .



Carga de prueba q_0

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$

$\vec{E}$ es la fuerza por unidad de carga que el cuerpo A ejerce sobre una carga de prueba situada en P .



- 11.4 Campo eléctrico: carga puntual
- 11.9 Movimiento de una carga en un campo eléctrico: introducción
- 11.10 Movimiento en un campo eléctrico: problemas

el cuerpo B , como resultado de la carga que tiene, percibe cómo el espacio se modificó en su posición. La respuesta del cuerpo B es experimentar la fuerza $\vec{F}_0$.

Para entender como ocurre este proceso de dos etapas, primero se debe considerar sólo el cuerpo A : eliminamos el cuerpo B e indicamos su posición anterior con el punto P (figura 21.15b). Decimos que el cuerpo A cargado produce o causa un **campo eléctrico** en el punto P (y en todos los demás puntos de su entorno). Este campo eléctrico está presente en P incluso si no hay carga en P , ya que tan sólo es consecuencia de la carga en el cuerpo A . Si después se coloca una carga puntual q_0 en el punto P , experimenta la fuerza $\vec{F}_0$. Adoptamos el punto de vista de que esta fuerza es ejercida sobre q_0 por el campo en P (figura 21.15c). Así, el campo eléctrico es el intermediario con el que A comunica su presencia a q_0 . Debido a que la carga puntual q_0 experimentaría una fuerza en *cualquier* punto del entorno de A , el campo eléctrico que A produce existe en todos los puntos de la región que rodea A .

De igual modo, podríamos decir que la carga puntual q_0 produce un campo eléctrico en el espacio alrededor suyo, y que este campo eléctrico ejerce la fuerza $-\vec{F}_0$ sobre el cuerpo A . Por cada fuerza (la fuerza de A sobre q_0 y la fuerza de q_0 sobre A), hay una carga que origina un campo eléctrico que ejerce una fuerza sobre la segunda carga. Hacemos énfasis en que ésta es una *interacción* entre *dos* cuerpos cargados. Una sola carga produce un campo eléctrico en el espacio circundante; sin embargo, este campo eléctrico no ejerce una fuerza neta sobre la carga que lo creó; se trata de un ejemplo del principio general de que un cuerpo no puede ejercer una fuerza neta sobre sí mismo, como se vio en la sección 4.3. (Si este principio dejara de ser válido, ¡el lector sería capaz de elevarse hasta el techo si tirara de su cinturón hacia arriba!)

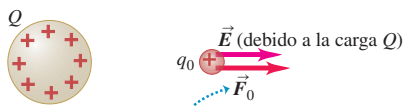
La fuerza eléctrica sobre un cuerpo cargado es ejercida por el campo eléctrico que otros cuerpos cargados originan.

Para averiguar experimentalmente si hay un campo eléctrico en un punto específico, colocamos un pequeño cuerpo cargado, al que llamamos **carga de prueba**, en el punto (figura 21.15c). Si la carga de prueba experimenta una fuerza eléctrica, entonces en ese punto existe un campo eléctrico. Este campo lo producen cargas distintas de q_0 .

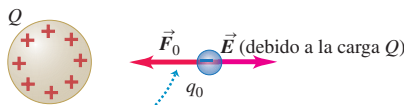
La fuerza es una cantidad vectorial, por lo que el campo eléctrico también es una cantidad vectorial. (Observe que en el análisis siguiente se usa notación de vectores, así como letras en negritas y signos de más, menos e igual.) Se define el *campo eléctrico* $\vec{E}$ en un punto como la fuerza eléctrica $\vec{F}_0$ que experimenta una carga de prueba q_0 en dicho punto, dividida entre la carga q_0 . Es decir, el campo eléctrico en cierto punto es igual a la *fuerza eléctrica por unidad de carga* que una carga experimenta en ese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} \quad \text{(definición de campo eléctrico como fuerza eléctrica por unidad de carga)} \quad (21.3)$$

21.16 Fuerza $\vec{F}_0 = q_0 \vec{E}$ ejercida sobre una carga puntual q_0 colocada en un campo eléctrico $\vec{E}$.



La fuerza sobre una carga de prueba positiva q_0 apunta en la dirección del campo eléctrico.



La fuerza sobre una carga de prueba negativa q_0 apunta en dirección contraria a la del campo eléctrico.

En unidades del SI, en las cuales la unidad de fuerza es 1 N y la unidad de carga es 1 C, la unidad para la magnitud del campo eléctrico es 1 newton por coulomb (1 N/C).

Si se conoce el campo eléctrico $\vec{E}$ en cierto punto, la ecuación (21.3) se reacomoda y da la fuerza $\vec{F}_0$ experimentada por una carga puntual q_0 colocada en ese punto. Esta fuerza es igual al campo eléctrico $\vec{E}$ producido en ese punto por cargas distintas de q_0 , multiplicado por la carga q_0 :

$$\vec{F}_0 = q_0 \vec{E} \quad \text{(la fuerza ejercida sobre una carga puntual } q_0 \text{ por un campo eléctrico } \vec{E}) \quad (21.4)$$

La carga q_0 puede ser positiva o negativa. Si q_0 es *positiva*, la fuerza $\vec{F}_0$ experimentada por la carga tiene la misma dirección que $\vec{E}$; si q_0 es *negativa*, $\vec{F}_0$ y $\vec{E}$ tienen direcciones opuestas (figura 21.16).

Aunque el concepto de campo eléctrico tal vez sea nuevo para usted, la idea básica —que un cuerpo origina un campo en el espacio que lo rodea, y un segundo cuerpo responde a dicho campo— en realidad ya la ha utilizado antes. Compare la

ecuación (21.4) con la expresión ya conocida de la fuerza gravitatoria $\vec{F}_g$ que la Tierra ejerce sobre una masa m_0 :

$$\vec{F}_g = m_0 \vec{g} \quad (21.5)$$

En esta expresión, $\vec{g}$ es la aceleración debida a la gravedad. Si dividimos ambos lados de la ecuación (21.5) entre la masa m_0 , obtenemos

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}_g}{m_0}$$

Así, $\vec{g}$ puede considerarse como la fuerza gravitatoria por unidad de masa. Por analogía con la ecuación (21.3), interpretamos $\vec{g}$ como el *campo gravitacional* y, de esta manera, tratamos la interacción gravitacional entre la Tierra y la masa m_0 como un proceso de dos etapas: la Tierra origina un campo gravitacional $\vec{g}$ en el espacio que la rodea, y éste ejerce una fuerza dada por la ecuación (21.5) sobre la masa m_0 (que se puede considerar como una *masa de prueba*). En este sentido, cada vez que empleamos la ecuación (21.5) usamos el concepto de campo para la fuerza de gravedad. El campo gravitacional $\vec{g}$, o fuerza gravitatoria por unidad de masa, es un concepto útil porque no depende de la masa del cuerpo sobre el que se ejerce la fuerza gravitatoria; asimismo, el campo eléctrico $\vec{E}$, o fuerza eléctrica por unidad de carga, es útil porque no depende de la carga del cuerpo sobre el que se ejerce la fuerza eléctrica.

CUIDADO $\vec{F}_0 = q_0 \vec{E}_0$ es sólo para cargas de prueba puntuales La fuerza eléctrica experimentada por una carga de prueba q_0 varía de un punto a otro, de manera que el campo eléctrico también es diferente en puntos distintos. Por esta razón, la ecuación (21.4) se usa únicamente para calcular la fuerza eléctrica sobre una carga puntual. Si un cuerpo cargado tiene un tamaño suficientemente grande, el campo eléctrico $\vec{E}$ llega a tener magnitudes y direcciones muy distintas en sus diversos puntos, y el cálculo de la fuerza eléctrica neta sobre él puede ser más complicado. ■

Hasta este momento hemos ignorado una dificultad sutil pero importante en nuestra definición de campo eléctrico: en la figura 21.15, la fuerza que ejerce la carga de prueba q_0 sobre la distribución de carga en el cuerpo A provoca desplazamientos de esta distribución, lo cual es especialmente cierto si el cuerpo A es un conductor donde la carga se mueva con libertad. Por lo tanto, el campo eléctrico alrededor de A cuando q_0 está presente tal vez no sea el mismo que si q_0 está ausente. No obstante, si q_0 es muy pequeña, la redistribución de la carga en el cuerpo A también es muy pequeña, por lo que para hacer una definición completamente correcta del campo eléctrico tomamos el *límite* de la ecuación (21.3), a medida que la carga de prueba q_0 tiende a cero, y el efecto perturbador de q_0 sobre la distribución de la carga se vuelve despreciable:

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$

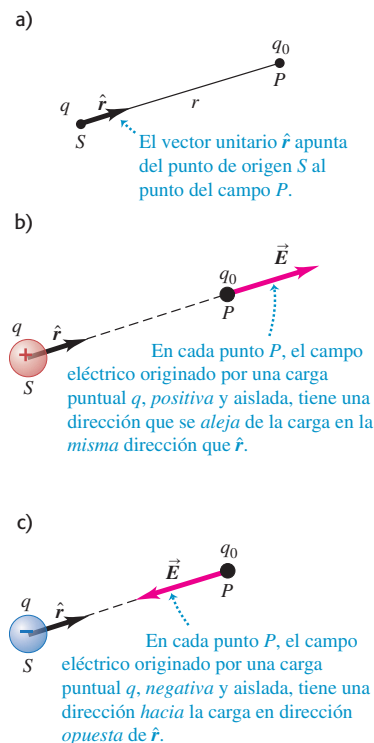
En los cálculos prácticos del campo eléctrico $\vec{E}$ producido por una distribución de carga, consideraremos que tal distribución es fija, por lo que no será necesario considerar el límite del proceso.

El campo eléctrico de una carga puntual

Si la fuente de distribución es una carga puntual q , será fácil encontrar el campo eléctrico que produce. A la ubicación de la carga la llamamos el **punto de origen**; y al punto P donde se determina el campo, el **punto del campo**. También es útil introducir un **vector unitario** $\hat{r}$ que apunte a lo largo de la línea que va del punto de origen al punto del campo (figura 21.17a). Este vector unitario es igual al vector de desplazamiento $\vec{r}$ del punto de origen al punto del campo, dividido entre la distancia $\hat{r} = |\vec{r}|$ que separa a los dos puntos; es decir, $\hat{r} = \vec{r}/r$. Si colocamos una pequeña carga de prueba q_0 en el punto del campo P , a una distancia r del punto de origen, la magnitud F_0 de la fuerza está dada por la ley de Coulomb, ecuación (21.2):

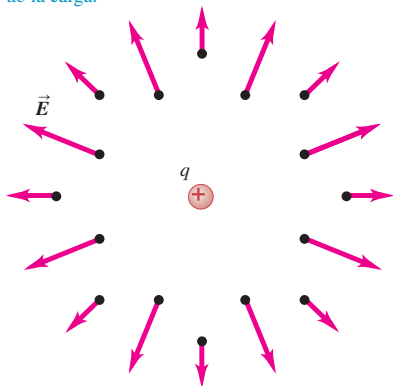
$$F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|qq_0|}{r^2}$$

21.17 Campo eléctrico $\vec{E}$ producido en el punto P por una carga puntual aislada q en S . Observe que tanto en b) como en c), $\vec{E}$ es producido por q [véase la ecuación (21.7)] pero *actúa* sobre la carga q_0 en el punto P [véase la ecuación (21.4)].

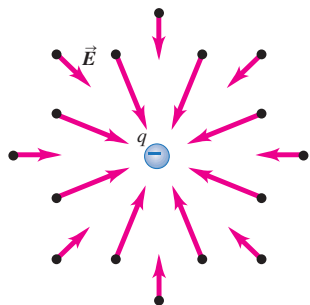


21.18 Una carga puntual q produce un campo eléctrico $\vec{E}$ en *todos* los puntos del espacio. La intensidad del campo disminuye conforme la distancia aumenta.

a) El campo producido por una carga puntual positiva apunta en una dirección que *se aleja* de la carga.



b) El campo producido por una carga puntual negativa apunta *hacia* la carga.



De la ecuación (21.3) se obtiene que la magnitud E del campo eléctrico en P es

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2} \quad (\text{magnitud del campo eléctrico en una carga puntual}) \quad (21.6)$$

Con el vector unitario $\hat{r}$, escribimos una ecuación *vectorial* que da tanto la magnitud como la dirección del campo eléctrico $\vec{E}$:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (\text{campo eléctrico de una carga puntual}) \quad (21.7)$$

Por definición, el campo eléctrico de una carga puntual siempre tiene una dirección que *se aleja* de una carga positiva (es decir, en la misma dirección que $\hat{r}$; véase la figura 21.17b), pero *se acerca* hacia una carga negativa (es decir, en la dirección opuesta a $\hat{r}$; véase la figura 21.17c).

Hemos hecho hincapié en el cálculo del campo eléctrico $\vec{E}$ en cierto punto. Sin embargo, como $\vec{E}$ puede variar de un punto a otro, no es una cantidad vectorial única, sino un conjunto *infinito* de cantidades vectoriales, cada una de las cuales está asociada con un punto del espacio. Éste es un ejemplo de **campo vectorial**. En la figura 21.18 se ilustran algunos de los vectores del campo producidos por una carga puntual positiva o negativa. Si usamos un sistema de coordenadas rectangulares (x, y, z) , cada componente de $\vec{E}$ en cualquier punto en general es función de las coordenadas (x, y, z) del punto. Dichas funciones se representan como $E_x(x, y, z)$, $E_y(x, y, z)$ y $E_z(x, y, z)$. Los campos vectoriales forman parte importante del lenguaje de la física, no sólo en la electricidad y el magnetismo. Un ejemplo de campo vectorial de la vida cotidiana es la velocidad $\vec{v}$ de las corrientes de viento; la magnitud y la dirección de $\vec{v}$, y por lo tanto de sus componentes vectoriales, varían de un punto a otro en la atmósfera.

En ciertas situaciones, la magnitud y la dirección del campo (así como sus componentes vectoriales) tienen los mismos valores en cualquier parte de una región dada, en cuyo caso se dice que el campo es *uniforme* en tal región. Un ejemplo importante de esto es el campo eléctrico dentro de un *conductor*: cuando esto sucede el campo ejerce una fuerza en cada carga en el conductor, lo cual da a las cargas libres un movimiento neto. Por definición, una situación electrostática es aquella donde las cargas *no* tienen movimiento neto. De lo anterior se concluye que *en electrostática, el campo eléctrico en cada punto dentro del material de un conductor debe ser igual a cero*. (Observe que no se dice que el campo sea necesariamente cero en un *agujero* dentro de un conductor.)

Con el concepto de campo eléctrico, nuestra descripción de las interacciones eléctricas tiene dos partes. La primera es que una distribución de carga dada actúa como una fuente del campo eléctrico. La segunda es que el campo eléctrico ejerce una fuerza sobre cualquier carga presente en el campo. Con frecuencia, nuestro análisis tiene dos etapas correspondientes: primero se calcula el campo causado por una distribución de carga de fuente; en segundo lugar, se examina el efecto del campo en términos de fuerza y movimiento. Es frecuente que el segundo paso implique las leyes de Newton y los principios de las interacciones eléctricas. En la sección siguiente, veremos cómo calcular campos originados por varias distribuciones de fuente; aunque en primer lugar se presentan algunos ejemplos de cálculo del campo debido a una carga puntual, así como de la obtención de la fuerza sobre una carga debida a un campo dado $\vec{E}$.

Ejemplo 21.5 Magnitud del campo eléctrico para una carga puntual

¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico en un punto situado a 2.0 m de una carga puntual $q = 4.0 \text{ nC}$? (La carga puntual puede representar cualquier objeto pequeño cargado con este valor de q , si las dimensiones del objeto son mucho menores que la distancia entre el objeto y el punto del campo.)

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: El problema requiere la expresión para el campo eléctrico debido a una carga puntual.

PLANTEAR: Se dan la magnitud de la carga y la distancia que hay del objeto al punto del campo, por lo que usamos la ecuación (21.6) para calcular la magnitud del campo E .

EJECUTAR: De la ecuación (21.6),

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2} = (9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{4.0 \times 10^{-9} \text{ C}}{(2.0 \text{ m})^2} \\ &= 9.0 \text{ N/C} \end{aligned}$$

EVALUAR: Para comprobar el resultado, se emplea la definición de campo eléctrico como la fuerza eléctrica por unidad de carga. Primero se usa la ley de Coulomb, ecuación (21.2), para obtener la magnitud F_0 de la fuerza sobre una carga de prueba q_0 colocada a 2.0 m de q :

$$F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|qq_0|}{r^2} = (9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{4.0 \times 10^{-9} \text{ C}|q_0|}{(2.0 \text{ m})^2} = (9.0 \text{ N/C})|q_0|$$

Entonces, a partir de la ecuación (21.3), la magnitud de $\vec{E}$ es

$$E = \frac{F_0}{|q_0|} = 9.0 \text{ N/C}$$

Como q es positiva, la *dirección* de $\vec{E}$ en este punto ocurre a lo largo de la línea que va de q a q_0 , como se ilustra en la figura 21.17b. Sin embargo, la magnitud y la dirección de $\vec{E}$ no dependen del signo de q_0 . ¿Se da cuenta el lector de por qué no?

Ejemplo 21.6

Vector de campo eléctrico de una carga puntual

Una carga puntual $q = -8.0 \text{ nC}$ se localiza en el origen. Obtenga el vector de campo eléctrico en el punto del campo $x = 1.2 \text{ m}$, $y = -1.6 \text{ m}$.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: En este problema se pide calcular el *vector* de campo eléctrico $\vec{E}$ debido a una carga puntual. Entonces, es necesario obtener ya sea las componentes de $\vec{E}$, o su magnitud y dirección.

PLANTEAR: En la figura 21.19 se ilustra la situación. El campo eléctrico está dado en forma vectorial por la ecuación (21.7). Para emplear esta ecuación, primero se encuentra la distancia r que hay entre el punto de origen S (la posición de la carga q) y el punto P en el campo, así como el vector unitario $\hat{r}$ que tiene la dirección que va de S a P .

EJECUTAR: La distancia entre la carga localizada en el punto de origen S (que en este ejemplo está en el origen O) y el punto P en el campo, es

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1.2 \text{ m})^2 + (-1.6 \text{ m})^2} = 2.0 \text{ m}$$

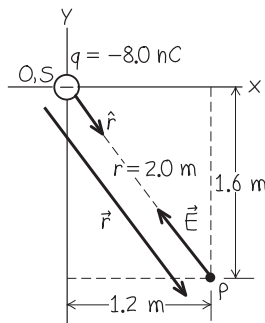
El vector unitario $\hat{r}$ está dirigido del punto de origen al punto del campo. Es igual al vector de desplazamiento $\vec{r}$ del punto de origen al punto del campo (que en la figura 21.19 se ilustra desviado a un lado para que no oculte los otros vectores), dividido entre su magnitud r :

$$\begin{aligned} \hat{r} &= \frac{\vec{r}}{r} = \frac{x\hat{i} + y\hat{j}}{r} \\ &= \frac{(1.2 \text{ m})\hat{i} + (-1.6 \text{ m})\hat{j}}{2.0 \text{ m}} = 0.60\hat{i} - 0.80\hat{j} \end{aligned}$$

Entonces, el vector de campo eléctrico es

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \\ &= (9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(-8.0 \times 10^{-9} \text{ C})}{(2.0 \text{ m})^2} (0.60\hat{i} - 0.80\hat{j}) \\ &= (-11 \text{ N/C})\hat{i} + (14 \text{ N/C})\hat{j} \end{aligned}$$

EVALUAR: Como q es negativa, $\vec{E}$ tiene una dirección que va del punto del campo a la carga (el punto de origen), en dirección opuesta a $\hat{r}$ (compare la situación con la figura 21.17c). El cálculo de la magnitud y la dirección de $\vec{E}$ se deja al lector (véase el ejercicio 21.36).

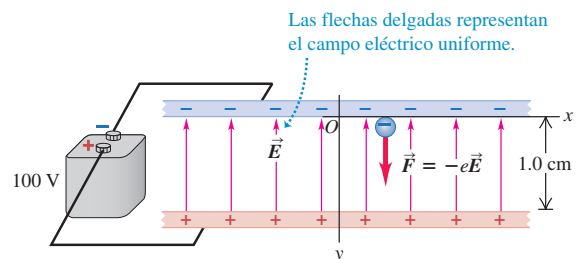


Ejemplo 21.7

Un electrón en un campo uniforme

Cuando la terminal de una batería se conecta a dos placas conductoras, grandes y paralelas, las cargas resultantes en las placas originan un campo eléctrico $\vec{E}$ en la región entre ellas, que es casi uniforme. (En la siguiente sección veremos la razón de esta uniformidad. Las placas cargadas de esta clase se usan en los dispositivos eléctricos comunes llamados *capacitores*, que estudiaremos en el capítulo 24.) Si las placas son horizontales y están separadas por 1.0 cm y se conectan a una batería de 100 volts, la magnitud del campo es $E = 1.00 \times 10^4 \text{ N/C}$. Suponga que la dirección de $\vec{E}$ es vertical hacia arriba, como se ilustra con los vectores en la figura 21.20. a) Si un electrón en reposo se libera de la placa superior, ¿cuál es su aceleración? b) ¿Qué rapidez y qué energía cinética adquiere el electrón cuando viaja 1.0 cm hacia la placa inferior? c) ¿Cuánto tiempo se requiere para que recorra esa distancia? Un electrón tiene una carga $-e = -1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ y masa $m = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$.

21.20 Campo eléctrico uniforme entre dos placas conductoras paralelas conectadas a una batería de 100 volts. (En esta figura, la separación de las placas se exageró en relación con las dimensiones de las placas.)



continúa

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Este ejemplo implica varios conceptos: la relación entre campo eléctrico y fuerza eléctrica, la relación entre fuerza y aceleración, la definición de energía cinética, y las relaciones cinemáticas entre aceleración, distancia, velocidad y tiempo.

PLANTEAR: En la figura 21.20 se ilustra el sistema de coordenadas. Se da el campo eléctrico, por lo que se utiliza la ecuación (21.4) para calcular la fuerza sobre el electrón; y la segunda ley de Newton, para obtener su aceleración. Como el campo entre las placas es uniforme, la fuerza y la aceleración son constantes y se pueden usar las fórmulas de aceleración constante del capítulo 3, para calcular la velocidad del electrón y el tiempo de su recorrido. La energía cinética se determina con la definición $K = \frac{1}{2}mv^2$.

EJECUTAR: (a) Observe que $\vec{E}$ está dirigido hacia arriba (en la dirección positiva del eje y), pero $\vec{F}$ va hacia abajo porque la carga del electrón es negativa. Por ello, F_y es negativa. Como F_y es constante, el electrón se mueve con aceleración constante a_y dada por

$$a_y = \frac{F_y}{m} = \frac{-eE}{m} = \frac{(-1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(1.00 \times 10^4 \text{ N/C})}{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}} = -1.76 \times 10^{15} \text{ m/s}^2$$

¡Esta es una aceleración enorme! Para acelerar así a un automóvil de 1000 kg, se necesitaría una fuerza aproximada de $2 \times 10^{18} \text{ N}$ (casi de 2×10^{14} toneladas). La fuerza gravitatoria sobre el electrón es despreciable por completo en comparación con la fuerza eléctrica.

(b) El electrón parte del reposo, por lo que su movimiento es tan sólo en la dirección del eje y (la dirección de la aceleración). Pode-

mos encontrar la rapidez del electrón en cualquier posición usando la fórmula con aceleración constante $v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y(y - y_0)$. Se tiene que $v_{0y} = 0$ y $y_0 = 0$, por lo que la rapidez $|v_y|$ si $y = -1.0 \text{ cm} = -1.0 \times 10^{-2} \text{ m}$ es

$$|v_y| = \sqrt{2a_y y} = \sqrt{2(-1.76 \times 10^{15} \text{ m/s}^2)(-1.0 \times 10^{-2} \text{ m})} = 5.9 \times 10^6 \text{ m/s}$$

La velocidad es hacia abajo, de manera que su componente y es $v_y = -5.9 \times 10^6 \text{ m/s}$. La energía cinética del electrón es

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(5.9 \times 10^6 \text{ m/s})^2 = 1.6 \times 10^{-17} \text{ J}$$

c) De la fórmula con aceleración constante, $v_y = v_{0y} + a_y t$, tenemos que el tiempo que se requiere es muy corto:

$$t = \frac{v_y - v_{0y}}{a_y} = \frac{(-5.9 \times 10^6 \text{ m/s}) - (0 \text{ m/s})}{-1.76 \times 10^{15} \text{ m/s}^2} = 3.4 \times 10^{-9} \text{ s}$$

(También se obtendría el tiempo despejando t de la ecuación $y = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2$.)

EVALUAR: Este ejemplo muestra que en los problemas de partículas subatómicas tales como los electrones, hay muchas cantidades —incluyendo aceleración, rapidez, energía cinética y tiempo— que tienen valores *muy* diferentes de los que vemos en objetos comunes, como una pelota de béisbol o los automóviles.

Ejemplo 21.8 Una trayectoria del electrón

Si se lanzara un electrón hacia el campo eléctrico del ejemplo 21.7 con velocidad horizontal inicial v_0 (figura 21.21), ¿cuál sería la ecuación de su trayectoria?

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: En el ejemplo 21.7 calculamos la aceleración del electrón. Nuestro objetivo ahora es encontrar la trayectoria que corresponde a dicha aceleración.

PLANTEAR: La aceleración es constante en la dirección negativa del eje y (no hay aceleración en la dirección x). Entonces, pueden usarse las ecuaciones de cinemática que se estudiaron en el capítulo 3, para el movimiento en dos dimensiones con aceleración constante.

EJECUTAR: Se tiene $a_x = 0$ y $a_y = (-e)E/m$. En $t = 0$, $x_0 = y_0 = 0$, $v_{0x} = v_0$ y $v_{0y} = 0$; entonces, en el tiempo t ,

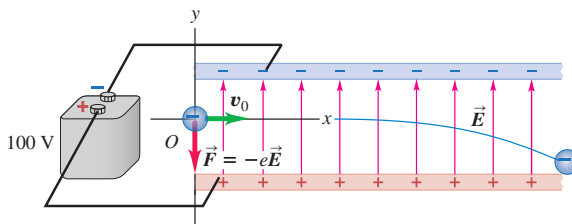
$$x = v_0 t \quad y = \frac{1}{2}a_y t^2 = -\frac{1}{2} \frac{eE}{m} t^2$$

Se elimina t entre estas ecuaciones, y se obtiene

$$y = -\frac{1}{2} \frac{eE}{mv_0^2} x^2$$

EVALUAR: Esta es la ecuación de una parábola, como la trayectoria de un proyectil que se lanzara horizontalmente en el campo gravitacional de la Tierra (que vimos en la sección 3.3). Para una velocidad inicial dada del electrón, la curvatura de la trayectoria depende de la magnitud E del campo. Si invirtiéramos los signos de las cargas en las dos placas de la figura 21.21, la dirección de $\vec{E}$ también se invertiría, en tanto que la trayectoria del electrón sería una curva hacia arriba, no hacia abajo. Entonces, se puede “dirigir” el electrón si se varían las cargas en las placas. El campo eléctrico entre placas conductoras cargadas se utiliza para controlar la trayectoria de los haces de electrones en los osciloscopios.

21.21 Trayectoria parabólica de un electrón en un campo eléctrico uniforme.



Evalúe su comprensión de la sección 21.4 a) Una carga puntual negativa se mueve a lo largo de una trayectoria recta directamente hacia una carga puntual positiva estacionaria. ¿Qué aspecto(s) de la fuerza eléctrica sobre la carga puntual negativa permanecerán constantes a medida que se mueve? i) magnitud; ii) dirección; iii) tanto la magnitud como la dirección; iv) ni la magnitud ni la dirección. b) Una carga puntual negativa se desplaza a lo largo de una órbita circular, alrededor de una carga puntual positiva. ¿Qué aspecto(s) de la fuerza eléctrica sobre la carga puntual negativa permanecerán constantes a medida que se mueve? i) magnitud; ii) dirección; iii) tanto la magnitud como la dirección; iv) ni la magnitud ni la dirección.



21.5 Cálculos de campos eléctricos

La ecuación (21.7) da el campo eléctrico causado por una sola carga puntual. Sin embargo, en la mayoría de situaciones reales que implican campos y fuerzas eléctricas, se encuentra que la carga está *distribuida* en el espacio. Las varillas de plástico y de vidrio cargadas de la figura 21.1 tienen carga eléctrica distribuida sobre sus superficies, igual que el tambor formador de imágenes en una impresora láser (figura 21.2). En esta sección aprenderemos a calcular los campos eléctricos causados por varias distribuciones de carga eléctrica. Los cálculos de esta clase tienen una importancia enorme para las aplicaciones tecnológicas de las fuerzas eléctricas. Para determinar las trayectorias de los electrones en un cinescopio, de los núcleos atómicos en un acelerador para radioterapia contra el cáncer, o de las partículas cargadas en un dispositivo electrónico semiconductor, se tiene que conocer la naturaleza detallada del campo eléctrico que actúa sobre las cargas.

Superposición de campos eléctricos

Para encontrar el campo originado por una distribución de carga, imaginamos que está constituida por muchas cargas puntuales $q_1, q_2, q_3, \dots$ (En realidad se trata de una concepción muy realista, pues hemos visto que la carga es transportada por electrones y protones, que son tan pequeños que casi parecen puntos.) En cualquier punto P dado, cada carga puntual produce su propio campo eléctrico $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \vec{E}_3, \dots$, por lo que una carga de prueba q_0 colocada en P experimenta una fuerza $\vec{F}_1 = q_0 \vec{E}_1$ de la carga q_1 , una fuerza $\vec{F}_2 = q_0 \vec{E}_2$ de la carga q_2 y así sucesivamente. Del principio de superposición de fuerzas que se estudió en la sección 21.3, la fuerza *total* $\vec{F}_0$ que la distribución de carga ejerce sobre q_0 es la suma vectorial de estas fuerzas individuales:

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = q_0 \vec{E}_1 + q_0 \vec{E}_2 + q_0 \vec{E}_3 + \dots$$

El efecto combinado de todas las cargas en la distribución queda descrito por el campo eléctrico *total* $\vec{E}$ en el punto P . De la definición de campo eléctrico, ecuación (21.3) esto es

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$

El campo eléctrico total en P es la suma vectorial de los campos en P debidos a cada carga puntual en la distribución de carga (figura 21.22). Éste es el **principio de superposición de campos eléctricos**.

Cuando la carga está distribuida a lo largo de una línea, sobre una superficie o en un volumen, son muy útiles algunos términos adicionales. Para una distribución de carga en línea (como la de una varilla de plástico cargada, larga y delgada), usamos λ (letra griega lambda) para representar la **densidad lineal de carga** (carga por unidad de longitud, medida en C/m). Cuando la carga está distribuida sobre una superficie (como la superficie del tambor formador de imágenes de una impresora láser), se usa σ (sigma) para representar la **densidad superficial de carga** (carga por unidad de área, se mide en C/m²). Y cuando la carga se distribuye en un volumen, se usa ρ (rho) para representar la **densidad volumétrica de carga** (carga por unidad de volumen, C/m³).

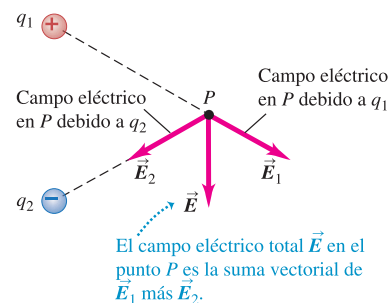
En los ejemplos que siguen, algunos de los cálculos tal vez parezcan intrincados; en los cálculos de campo eléctrico hay cierta complejidad matemática implícita. Una vez que usted haya trabajado con los ejemplos paso a paso, el proceso parecerá menos formidable. En el capítulo 28 usaremos muchas de las técnicas de cálculo de estos ejemplos, para determinar los campos *magnéticos* que las cargas en movimiento ocasionan.



11.5 Campo eléctrico debido a un dipolo

11.6 Campo eléctrico: problemas

21.22 Ilustración del principio de superposición de campos eléctricos.



Estrategia para resolver problemas 21.2

Cálculos de campo eléctrico



IDENTIFICAR los conceptos relevantes: Usar el principio de superposición donde se necesite, con la finalidad de calcular el campo eléctrico debido a una distribución de carga (dos o más cargas puntuales, una distribución en una línea, una superficie o un volumen, o una combinación de éstos).

PLANTEAR el problema en las siguientes etapas:

1. Elabore un dibujo que muestre con claridad las ubicaciones de las cargas y su elección de los ejes de coordenadas.
2. Indique en el dibujo la posición del *punto del campo* (punto donde se desea calcular el campo eléctrico $\vec{E}$). En ocasiones, el punto del campo será una posición arbitraria en una línea. Por ejemplo, quizá se pida determinar $\vec{E}$ en algún punto del eje x .

EJECUTAR la solución, como sigue:

1. Asegúrese de usar unidades consistentes. Las distancias deben estar en metros y las cargas en coulombs. Si se dan en centímetros o nanocoulombs, no olvide convertirlas.
2. Cuando se sumen los campos eléctricos causados por las diferentes partes de la distribución de carga, recuerde que el campo eléctrico es un vector, por lo que se *debe* utilizar la suma vectorial. No sume simplemente las magnitudes de los campos individuales; las direcciones también son importantes.
3. Aproveche cualesquiera simetrías en la distribución de la carga. Por ejemplo, si una carga positiva y otra negativa de igual magnitud están colocadas de manera simétrica con respecto del punto del campo, producen campos eléctricos de la misma magnitud pero con direcciones que son como imágenes en el espejo. El uso de dichas simetrías simplificará los cálculos.

4. Es frecuente que se usen las componentes para efectuar sumas vectoriales. Utilice los métodos que aprendió en el capítulo 1 y de ser necesario repáselos. Use la notación adecuada para los vectores; diferencie con claridad los escalares, los vectores y las componentes de éstos. Asegúrese de que las componentes son consistentes con la elección de los ejes coordenados.
5. Al trabajar en las direcciones de los vectores $\vec{E}$, tenga cuidado de diferenciar entre el *punto de origen* y el *punto del campo*. El campo producido por una carga puntual positiva siempre tiene la dirección que va del punto de origen hacia el punto del campo; pero si la carga es negativa el campo tiene la dirección opuesta.
6. En ciertas situaciones se tendrá una distribución continua de la carga a lo largo de una línea, sobre una superficie o en un volumen. En ese caso, se debe definir un elemento pequeño de la carga que se pueda considerar como un punto, determinar su campo eléctrico en el punto P , y encontrar la manera de sumar los campos de todos los elementos de carga. Por lo general, es más fácil hacer esto por separado para cada componente de $\vec{E}$, y será frecuente que se necesiten evaluar una o más integrales. Asegúrese de que los límites en las integrales sean los correctos, en especial cuando existe simetría en la situación, para evitar contar dos veces la carga.

EVALUAR su respuesta: Compruebe que la dirección de $\vec{E}$ sea razonable. Si el resultado para la magnitud del campo eléctrico E es función de la posición (por ejemplo, la coordenada x), compruebe el resultado en cada límite, para el que se sepa cuál debería ser la magnitud. Cuando sea posible, verifique la respuesta obteniéndola de una forma diferente.

Ejemplo 21.9 Campo de un dipolo eléctrico

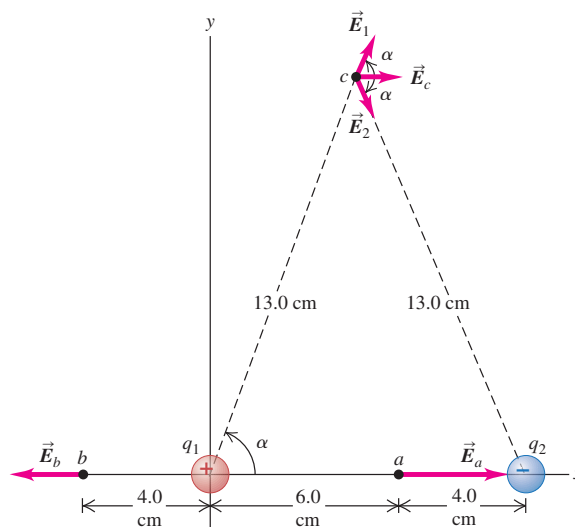
Dos cargas puntuales q_1 y q_2 de $+12 \text{ nC}$ y -12 nC , respectivamente, están separadas por una distancia de 0.10 m (figura 21.23). Esta combinación de dos cargas de igual magnitud y signos opuestos se denomina *dipolo eléctrico*. (Tales combinaciones ocurren con frecuencia en la naturaleza. Por ejemplo, en las figuras 21.8b y 21.8c, cada molécula en el aislante neutro es un dipolo eléctrico. En la sección 21.7 estudiaremos los dipolos con más detalle.) Calcule el campo eléctrico causado por q_1 , el campo causado por q_2 , y el campo total: a) en el punto a ; b) en el punto b ; y c) en el punto c .

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Se necesita encontrar el campo eléctrico total en tres puntos diferentes originado por dos cargas puntuales. Usaremos el principio de superposición: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$.

PLANTEAR: En la figura 21.23 se muestra el sistema de coordenadas y las ubicaciones de los tres puntos del campo, a , b y c .

21.23 Campo eléctrico en tres puntos, a , b y c , originado por las cargas q_1 y q_2 , lo que constituye un dipolo eléctrico.



EJECUTAR: a) En el punto a , los campos $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$, ocasionados por la carga positiva q_1 y la carga negativa q_2 , respectivamente, están dirigidos hacia la derecha. Las magnitudes de $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ son

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1|}{r^2} = (9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{12 \times 10^{-9} \text{ C}}{(0.060 \text{ m})^2} \\ &= 3.0 \times 10^4 \text{ N/C} \\ E_2 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_2|}{r^2} = (9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{12 \times 10^{-9} \text{ C}}{(0.040 \text{ m})^2} \\ &= 6.8 \times 10^4 \text{ N/C} \end{aligned}$$

Las componentes de $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ son

$$\begin{aligned} E_{1x} &= 3.0 \times 10^4 \text{ N/C} & E_{1y} &= 0 \\ E_{2x} &= 6.8 \times 10^4 \text{ N/C} & E_{2y} &= 0 \end{aligned}$$

De ahí que en el punto a , el campo eléctrico total $\vec{E}_a = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ tenga las componentes

$$\begin{aligned} (E_a)_x &= E_{1x} + E_{2x} = (3.0 + 6.8) \times 10^4 \text{ N/C} \\ (E_a)_y &= E_{1y} + E_{2y} = 0 \end{aligned}$$

En el punto a , el campo total tiene una magnitud de $9.8 \times 10^4 \text{ N/C}$ y está dirigido hacia la derecha; por lo tanto,

$$\vec{E}_a = (9.8 \times 10^4 \text{ N/C})\hat{i}$$

b) En el punto b , el campo $\vec{E}_1$ debido a q_1 se dirige hacia la izquierda; mientras que el campo $\vec{E}_2$ debido a q_2 tiene dirección hacia la derecha. Las magnitudes de $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ son

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1|}{r^2} = (9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{12 \times 10^{-9} \text{ C}}{(0.040 \text{ m})^2} \\ &= 6.8 \times 10^4 \text{ N/C} \\ E_2 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_2|}{r^2} = (9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{12 \times 10^{-9} \text{ C}}{(0.140 \text{ m})^2} \\ &= 0.55 \times 10^4 \text{ N/C} \end{aligned}$$

Las componentes de $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ y el campo total $\vec{E}_b$ en el punto b son:

$$\begin{aligned} E_{1x} &= -6.8 \times 10^4 \text{ N/C} & E_{1y} &= 0 \\ E_{2x} &= 0.55 \times 10^4 \text{ N/C} & E_{2y} &= 0 \\ (E_b)_x &= E_{1x} + E_{2x} = (-6.8 + 0.55) \times 10^4 \text{ N/C} \\ (E_b)_y &= E_{1y} + E_{2y} = 0 \end{aligned}$$

Es decir, el campo eléctrico en b tiene una magnitud de $6.2 \times 10^4 \text{ N/C}$ y se dirige hacia la izquierda, por lo que

$$\vec{E}_b = (-6.2 \times 10^4 \text{ N/C})\hat{i}$$

c) En el punto c , tanto $\vec{E}_1$ como $\vec{E}_2$ tienen la misma magnitud, ya que dicho punto está equidistante de ambas cargas y las magnitudes de las cargas son las mismas:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2} = (9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{12 \times 10^{-9} \text{ C}}{(0.130 \text{ m})^2} \\ &= 6.39 \times 10^3 \text{ N/C} \end{aligned}$$

La dirección de $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ se ilustran en la figura 21.23. Las componentes x de ambos vectores son las mismas:

$$\begin{aligned} E_{1x} &= E_{2x} = E_1 \cos \alpha = (6.39 \times 10^3 \text{ N/C}) \left(\frac{5}{13} \right) \\ &= 2.46 \times 10^3 \text{ N/C} \end{aligned}$$

Por simetría, las componentes y E_{1y} y E_{2y} , son iguales y opuestas, por lo que suman cero. De aquí que las componentes del campo total $\vec{E}_c$ sean

$$\begin{aligned} (E_c)_x &= E_{1x} + E_{2x} = 2(2.46 \times 10^3 \text{ N/C}) = 4.9 \times 10^3 \text{ N/C} \\ (E_c)_y &= E_{1y} + E_{2y} = 0 \end{aligned}$$

De modo que en el punto c el campo eléctrico total tiene una magnitud de $4.9 \times 10^3 \text{ N/C}$ y está dirigido hacia la derecha, por lo que

$$\vec{E}_c = (4.9 \times 10^3 \text{ N/C})\hat{i}$$

¿Se sorprende que en el punto c el campo sea paralelo a la línea entre las dos cargas?

EVALUAR: Una manera alternativa de calcular el campo eléctrico en c consiste en usar la expresión vectorial para el campo de una carga puntual, ecuación (21.7). El vector de desplazamiento $\vec{r}_1$ desde q_1 hasta el punto c , a una distancia r de 13.0 cm, es

$$\vec{r}_1 = r \cos \alpha \hat{i} + r \sin \alpha \hat{j}$$

Entonces, el vector unitario que va de q_1 a c es

$$\hat{r}_1 = \frac{\vec{r}_1}{r} = \cos \alpha \hat{i} + \sin \alpha \hat{j}$$

y el campo debido a q_1 en el punto c es

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} \hat{r}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} (\cos \alpha \hat{i} + \sin \alpha \hat{j})$$

Por simetría, el vector unitario $\hat{r}_2$ que va de q_2 al punto c , tiene la componente x opuesta pero la misma componente y , así que el campo en c debido a q_2 es

$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r^2} \hat{r}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r^2} (-\cos \alpha \hat{i} + \sin \alpha \hat{j})$$

Como $q_2 = -q_1$, el campo total en c es

$$\begin{aligned} \vec{E}_c &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} (\cos \alpha \hat{i} + \sin \alpha \hat{j}) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-q_1)}{r^2} (-\cos \alpha \hat{i} + \sin \alpha \hat{j}) \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} (2 \cos \alpha \hat{i}) \\ &= (9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{12 \times 10^{-9} \text{ C}}{(0.13 \text{ m})^2} \left[2 \left(\frac{5}{13} \right) \right] \hat{i} \\ &= (4.9 \times 10^3 \text{ N/C})\hat{i} \end{aligned}$$

como se había obtenido antes.

Ejemplo 21.10 Campo de un anillo con carga

Un conductor en forma de anillo con radio a tiene una carga total Q distribuida de manera uniforme en todo su perímetro (figura 21.24). Encuentre el campo eléctrico en el punto P que se localiza sobre el eje del anillo a una distancia x del centro.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Éste es un problema de superposición de campos eléctricos. La dificultad es que ahora la carga se distribuye de manera continua alrededor del anillo, y no en cierto número de cargas puntuales.

PLANTEAR: El punto del campo se localiza de manera arbitraria sobre el eje x , como se indica en la figura 21.24. La incógnita es el campo eléctrico expresado en ese punto, expresado en función de la coordenada x .

EJECUTAR: Como se ilustra en la figura 21.24, imaginamos el anillo dividido en segmentos infinitesimales de longitud ds . Cada segmento tiene una carga dQ que actúa como fuente de carga puntual del campo eléctrico. Sea $d\vec{E}$ el campo eléctrico a partir de uno de tales segmentos; entonces, el campo eléctrico neto en P es la suma de todas las aportaciones $d\vec{E}$ desde todos los segmentos que constituyen el anillo. (Esta misma técnica sirve para cualquier situación en que la carga se distribuya a lo largo de una recta o una curva.)

El cálculo de $\vec{E}$ se simplifica mucho debido a que el punto P del campo se ubica sobre el eje de simetría del anillo. Considere dos segmentos en las partes superior e inferior del anillo: las contribuciones $d\vec{E}$ al campo en P a partir de dichos segmentos tienen la misma componente x , pero componentes y opuestas. Así, la componente y total del campo generada por este par de segmentos es igual a cero. Cuando sumamos las contribuciones desde todos los pares correspondientes de segmentos, resulta que el campo total $\vec{E}$ sólo tendrá una componente a lo largo del eje de simetría del anillo (el eje x), sin componente perpendicular a dicho eje (es decir, no hay componentes y ni componente z). Por lo tanto, el campo en P queda descrito completamente por su componente x : E_x .

Para calcular E_x , se observa que el cuadrado de la distancia r a partir de un segmento de anillo al punto P es igual a $r^2 = x^2 + a^2$. De manera que la magnitud de la contribución de este segmento $d\vec{E}$ al campo eléctrico en P es

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{x^2 + a^2}$$

Como $\cos\alpha = x/r = x/(x^2 + a^2)^{1/2}$, la componente x , dE_x , de este campo es

$$\begin{aligned} dE_x &= dE \cos\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{x^2 + a^2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dQ}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

Para encontrar la componente x total, E_x , del campo en P , se integra esta expresión a lo largo de todos los segmentos del anillo:

$$E_x = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dQ}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

Como x no varía a medida que nos movemos de un punto a otro alrededor del anillo, todos los factores en el lado derecho son constantes, excepto dQ , es posible sacarlos de la integral, y como la integral de dQ es la carga total Q , finalmente resulta que

$$\vec{E} = E_x \hat{i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \hat{i} \quad (21.8)$$

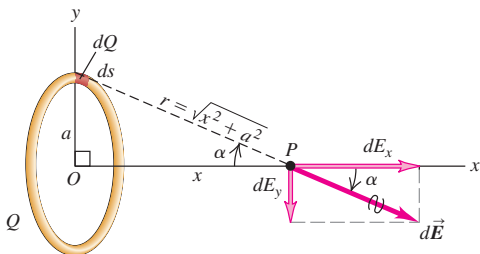
EVALUAR: Nuestro resultado para $\vec{E}$ demuestra que en el centro del anillo ($x = 0$), el campo es igual a cero, lo que era de esperarse: las cargas en los lados opuestos del anillo empujarían en direcciones opuestas a una carga de prueba que se situara en el centro, y la suma de las fuerzas sería cero. Cuando el punto del campo P se encuentra mucho más lejos del anillo que el tamaño de éste (es decir, $x \gg a$), el denominador de la ecuación (21.8) toma un valor cercano a x^3 , y la expresión se convierte aproximadamente en

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2} \hat{i}$$

En otras palabras, cuando estamos tan lejos del anillo que el tamaño a de éste es despreciable en comparación con la distancia x , su campo es el mismo que el de una carga puntual. Para un observador distante del anillo, éste parecería un punto, y el campo eléctrico lo refleja.

En este ejemplo, usamos un argumento de simetría para concluir que $\vec{E}$ tiene sólo una componente x en un punto sobre el eje de simetría del anillo. Este capítulo y los posteriores utilizaremos muchas veces argumentos de simetría; sin embargo, recuerde que estos únicamente se utilizan en casos especiales. En la figura 21.24, el argumento de simetría no se aplica para un punto en el plano xy que no esté sobre el eje x , y el campo tiene en general componentes tanto x como y .

21.24 Cálculo del campo eléctrico sobre el eje de un anillo de carga. En esta figura, se considera que la carga es positiva.



Ejemplo 21.11 Campo de una línea con carga

Una carga eléctrica, Q , positiva está distribuida uniformemente a lo largo de una línea con longitud de $2a$ que se ubica sobre el eje y , entre $y = -a$ y $y = +a$. (Ésta sería la representación de una de las varillas cargadas de la figura 21.1.) Calcule el campo eléctrico en el punto P sobre el eje x , a una distancia x del origen.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Al igual que en el ejemplo 21.10, nuestra incógnita es el campo eléctrico debido a una distribución continua de la carga.

PLANTEAR: La figura 21.25 ilustra la situación. Se necesita encontrar el campo eléctrico en el punto P en función de la coordenada x . El eje x es el bisector perpendicular de la línea cargada, por lo que, al igual que en el ejemplo 21.10, podemos utilizar un argumento de simetría.

EJECUTAR: Se divide la línea de carga en segmentos infinitesimales, cada uno de los cuales actúa como carga puntual; sea dy la longitud de cualquier segmento localizado a la altura y . Si la carga se distribuye de manera uniforme, la densidad lineal de carga λ en cualquier punto de la línea es igual a $Q/2a$ (la carga total dividida entre la longitud total). Entonces, la carga dQ en un segmento de longitud dy es

$$dQ = \lambda dy = \frac{Q dy}{2a}$$

La distancia r entre este segmento y P es $(x^2 + y^2)^{1/2}$, por lo que la magnitud del campo dE , en P , debido a este segmento es

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{dy}{2a(x^2 + y^2)}$$

Representamos este campo en términos de sus componentes x y y :

$$dE_x = dE \cos \alpha \quad dE_y = -dE \sin \alpha$$

Se observa que $\sin \alpha = y/(x^2 + y^2)^{1/2}$ y $\cos \alpha = x/(x^2 + y^2)^{1/2}$; que se combinan con la expresión para dE para obtener

$$dE_x = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dy}{2a(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$dE_y = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{y dy}{2a(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

Para determinar las componentes del campo totales E_x y E_y se integran estas expresiones, considerando que para incluir toda la Q se debe integrar desde $y = -a$ hasta $y = +a$. Se invita al lector a que realice los detalles de la integración, para lo cual le sería de utilidad una tabla de integrales. Los resultados finales son

$$E_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qx}{2a} \int_{-a}^a \frac{dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x\sqrt{x^2 + a^2}}$$

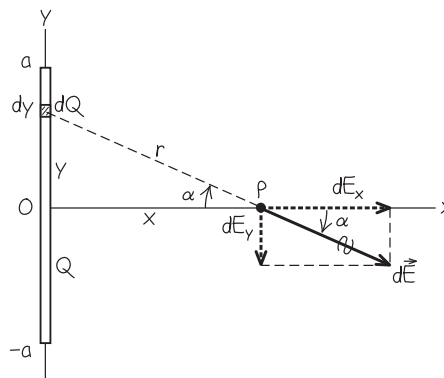
$$E_y = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{2a} \int_{-a}^a \frac{y dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} = 0$$

o, en forma vectorial,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x\sqrt{x^2 + a^2}} \hat{i} \quad (21.9)$$

EVALUAR: Con el argumento de simetría que se usó en el ejemplo 21.10 se habría llegado a que E_y era igual a cero; si se coloca una carga de prueba positiva en P , la mitad superior de la línea de carga empuja hacia abajo sobre ella, y la mitad inferior empuja hacia arriba con igual magnitud.

21.25 Nuestro esquema para este problema.



Para explorar los resultados, primero se verá lo que ocurre en el límite en que x es mucho más grande que a . En ese caso, se puede ignorar a en el denominador de la ecuación (21.9), y el resultado se convierte en

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x^2} \hat{i}$$

Esto significa que si el punto P se halla muy lejos de la línea de carga en comparación con la longitud de la línea, el campo en P es el mismo que el de una carga puntual. Se obtiene un resultado similar que para el anillo cargado del ejemplo 21.10.

Al estudiar más el resultado exacto para $\vec{E}$, ecuación (21.9), se expresará ésta en términos de la densidad lineal de carga $\lambda = Q/2a$. Al sustituir $Q = 2a\lambda$ en la ecuación (21.9) y simplificar, se obtiene

$$\vec{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{x\sqrt{(x^2/a^2) + 1}} \hat{i} \quad (21.10)$$

Ahora se puede responder la pregunta: ¿Cuál es el valor de $\vec{E}$ a una distancia x a partir de una línea de carga *muy* larga? Para ello se toma el *límite* de la ecuación (21.10) cuando a tiende a ser muy larga. En ese límite, el término x^2/a^2 en el denominador se hace mucho más pequeño que la unidad y se puede desechar. Queda lo siguiente:

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x} \hat{i}$$

La magnitud del campo sólo depende de la distancia en el punto P a la línea de carga. Por lo tanto, a una distancia perpendicular r desde la línea en cualquier dirección, $\vec{E}$ tiene la magnitud

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (\text{línea infinita de carga})$$

Así, el campo eléctrico debido a una línea de carga de longitud infinita es proporcional a $1/r$, y no a $1/r^2$ como fue el caso para una carga puntual. Si λ es positiva, la dirección de $\vec{E}$ es radial hacia fuera con respecto a la recta, y si λ es negativa es radial hacia dentro.

En la naturaleza no existe en realidad nada como una línea infinita de carga; no obstante, cuando el punto del campo está suficientemente cerca de la línea, hay muy poca diferencia entre el resultado para una línea infinita y el caso finito de la vida real. Por ejemplo, si la distancia r del punto del campo desde el centro de la línea es del 1% de la longitud de ésta, el valor de E difiere menos del 0.02% del valor para la longitud infinita.

Ejemplo 21.12 Campo de un disco con carga uniforme

Encuentre el campo eléctrico que genera un disco de radio R con densidad superficial de carga (carga por unidad de área) positiva y uniforme, σ , en un punto a lo largo del eje del disco a una distancia x de su centro. Suponga que x es positiva.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Este ejemplo se parece a los ejemplos 21.10 y 21.11, en que nuestra incógnita es el campo eléctrico a lo largo del eje de simetría de una distribución de carga continua.

PLANTEAR: En la figura 21.26 se ilustra la situación. Se representa la distribución de carga como un conjunto de anillos concéntricos de carga dQ , como se indica. Del ejemplo 21.10 se conoce el campo de un solo anillo sobre su eje de simetría, por lo que todo lo que tenemos que hacer es sumar las contribuciones de los anillos.

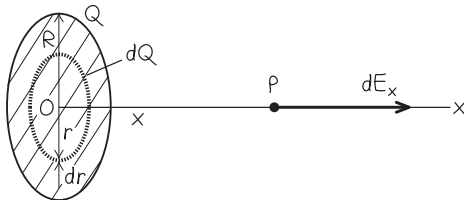
EJECUTAR: Un anillo común tiene una carga dQ , radio interior r y radio exterior $r + dr$ (figura 21.26). Su área dA es aproximadamente igual a su ancho dr multiplicado por su circunferencia $2\pi r$, o $dA = 2\pi r dr$. La carga por unidad de área es $\sigma = dQ/dA$, por lo que la carga del anillo es $dQ = \sigma dA = \sigma (2\pi r dr)$, o bien,

$$dQ = 2\pi\sigma r dr$$

Se utiliza esta expresión en vez de Q en la ecuación para el campo debido a un anillo, que se obtuvo en el ejemplo 21.10, ecuación (21.8), y también se sustituye el radio del anillo a por r . La componente del campo dE_x en el punto P debido a la carga dQ es

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2\pi\sigma r dr)x}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

21.26 Nuestro esquema para este problema.



Para calcular el campo total debido a todo el anillo, se integra dE_x sobre r , desde $r = 0$ hasta $r = R$ (no desde $-R$ hasta R):

$$E_x = \int_0^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(2\pi\sigma r dr)x}{(x^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

Recuerde que durante la integración x es una constante, y que la variable de integración es r . La integral se evalúa usando la sustitución $z = x^2 + r^2$. Se invita al lector a que trabaje en los detalles; el resultado es

$$E_x = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left[-\frac{1}{\sqrt{x^2 + R^2}} + \frac{1}{x} \right] \quad (21.11)$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{(R^2/x^2) + 1}} \right]$$

El campo eléctrico debido al anillo no tiene componentes perpendiculares al eje. Entonces, en la figura 21.26, en el punto P $dE_y = dE_z = 0$ para cada anillo, y el campo total tiene $E_y = E_z = 0$.

EVALUAR Suponga que se incrementa el radio R del disco y se agrega simultáneamente carga, de manera que la densidad superficial de carga σ (carga por unidad de área) se mantiene constante. En el límite en que R es mucho mayor que la distancia x entre el punto del campo y el disco, el término $1/\sqrt{(R^2/x^2) + 1}$ en la ecuación (21.11) se vuelve despreciable por lo pequeño, con lo que se obtiene

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (21.12)$$

El resultado final no contiene la distancia x al plano, por lo que el campo eléctrico producido por una lámina cargada, plana e infinita, es independiente de su distancia a la lámina. La dirección del campo es perpendicular en cualquier parte de la lámina y se aleja de ésta. No existe nada como una lámina infinita de carga, pero si las dimensiones de la lámina son mucho mayores que la distancia x entre el punto del campo P y la lámina, el campo está muy cerca de lo que se obtiene con la ecuación (21.11).

Si P está a la izquierda del plano ($x < 0$), el resultado es el mismo, excepto que la dirección de $\vec{E}$ es a la izquierda en vez de a la derecha. Si la densidad de carga superficial es negativa, la dirección de los campos en ambos lados del plano es hacia éste, en vez de alejarse de él.

Ejemplo 21.13 Campo de dos láminas infinitas con carga opuesta

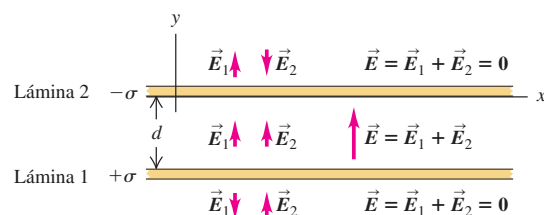
Se colocan dos láminas infinitas y planas paralelas entre sí, separadas por una distancia d (figura 21.27). La lámina inferior tiene una densidad superficial de carga uniforme y positiva σ , y la lámina superior tiene una densidad superficial de carga uniforme y negativa $-\sigma$, ambas de la misma magnitud. Encuentre el campo eléctrico entre las dos láminas, arriba de la lámina superior y debajo de la lámina inferior.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Del ejemplo 21.12 se conoce el campo eléctrico debido a una sola lámina cargada, plana e infinita. Nuestra meta es encontrar el campo eléctrico debido a *dos* de tales láminas.

PLANTEAR: Se utiliza el principio de superposición para combinar los campos eléctricos producidos por las dos láminas, como se indica en la figura 21.27.

21.27 Cálculo del campo eléctrico debido a dos láminas infinitas con cargas opuestas. Se presenta la vista las láminas desde el borde; ¡sólo es posible ver una parte de las láminas infinitas!



EJECUTAR: Sea la lámina 1 la lámina inferior con carga positiva, y la lámina 2 la lámina superior con carga negativa; los campos debidos a cada lámina son $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$, respectivamente. De la ecuación (21.12) del ejemplo 21.12, tanto $\vec{E}_1$ como $\vec{E}_2$ tienen la misma magnitud en todos los puntos, sin importar lo lejos que estén de cada lámina:

$$E_1 = E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

En todos los puntos, la dirección de $\vec{E}_1$ se aleja de la carga positiva de la lámina 1, y la dirección de $\vec{E}_2$ va hacia la carga negativa de la lámina 2. Estos campos y los ejes x y y se ilustran en la figura 21.27.

CUIDADO Los campos eléctricos no “fluyen” Tal vez le sorprenda que $\vec{E}_1$ no se vea afectado por la presencia de la lámina 2, y que a $\vec{E}_2$ tampoco lo afecte la presencia de la lámina 1. Quizás habrá usted pensado que el campo de una lámina es incapaz de “penetrar” la otra lámina. Ésta sería la conclusión, si el campo eléctrico se considerara como una sustancia física que “fluye” hacia adentro de las cargas o desde ellas. Pero en realidad no hay tal sustancia, y los campos eléctricos $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ tan sólo dependen de las distribuciones individuales de cargas que los crean. El campo *total* es sólo la suma vectorial de $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$. ■

En los puntos entre las láminas, $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ se refuerzan entre sí; en los puntos arriba de la lámina superior o debajo de la lámina inferior, $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ se cancelan mutuamente. Entonces, el campo total es

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \begin{cases} 0 & \text{arriba de la lámina superior} \\ \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{j} & \text{entre las láminas} \\ 0 & \text{debajo de la lámina inferior} \end{cases}$$

Como se considera que las hojas son infinitas, el resultado no depende de la separación d .

EVALUAR: Observe que el campo entre las láminas con cargas opuestas es uniforme. Esto se utilizó en los ejemplos 21.7 y 21.8, donde se conectaban dos placas conductoras, grandes y paralelas, a las terminales de una batería. La batería hace que las dos placas adquieran cargas contrarias, lo cual origina entre ellas un campo que en esencia es uniforme, si la separación de las placas es mucho menor que las dimensiones de las placas. En el capítulo 23 estudiaremos el modo en que una batería produce la separación de cargas positivas y negativas. Un arreglo de dos placas conductoras con cargas opuestas se llama *capacitor*, que es un dispositivo que tienen una utilidad práctica enorme y que es el tema principal del capítulo 24.

Evalúe su comprensión de la sección 21.5 Suponga que la línea de carga de la figura 21.25 (ejemplo 21.11) tuviera una carga $+Q$ distribuida uniformemente entre $y = 0$ y $y = +a$, y tuviera una carga $-Q$ con distribución uniforme entre $y = 0$ y $y = -a$. En esta situación, el campo eléctrico en P estaría i) en la dirección $+x$; ii) en la dirección $-x$; iii) en la dirección $+y$; iv) en la dirección $-y$; v) igual a cero; vi) ninguna de las anteriores.



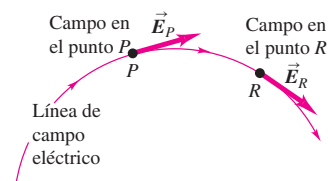
21.6 Líneas de campo eléctrico

El concepto de campo eléctrico es un tanto elusivo debido a que ningún campo eléctrico puede verse directamente. Para visualizarlos, las *líneas de campo eléctrico* son de gran ayuda y los hace parecer más reales. Una **línea de campo eléctrico** es una recta o curva imaginaria trazada a través de una región del espacio, de modo que es tangente en cualquier punto que esté en la dirección del vector del campo eléctrico en dicho punto. La figura 21.28 ilustra la idea básica. (Utilizamos un concepto similar en el análisis del movimiento de fluidos en la sección 14.5. Una *línea de corriente* es una recta o curva, cuya tangente en cualquier punto está en dirección de la velocidad del fluido en dicho punto. Sin embargo, la similitud entre las líneas de campo eléctrico y las líneas de corrientes de los fluidos es únicamente de carácter matemático, porque en los campos eléctricos no hay nada que “fluya”). El científico inglés Michael Faraday (1791-1867) introdujo por primera vez el concepto de líneas de campo. Las llamó “líneas de fuerza”, aunque es preferible el término “líneas de campo”.

Las líneas de campo eléctrico muestran la dirección de $\vec{E}$ en cada punto, y su espaciamiento da una idea general de la *magnitud* de $\vec{E}$ en cada punto. Donde $\vec{E}$ es fuerte, las líneas se dibujan muy cerca una de la otra, y donde $\vec{E}$ es más débil se trazan separadas. En cualquier punto específico, el campo eléctrico tiene dirección única, por lo que sólo una línea de campo puede pasar por cada punto del campo. En otras palabras, las *líneas de campo nunca se cruzan*.

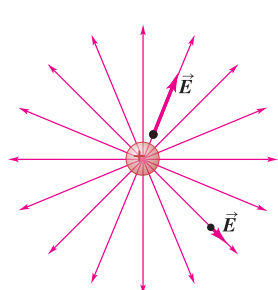
En la figura 21.29 se ilustran algunas líneas de campo eléctrico en un plano que contiene a) una sola carga positiva; b) dos cargas de igual magnitud, una positiva y otra negativa (un dipolo); y c) dos cargas positivas iguales. A veces estos diagramas reciben el nombre de *mapas de campo*; son secciones transversales de los patrones reales en tres dimensiones. La dirección del campo eléctrico total en cada punto de cada diagrama está a lo largo de la tangente a la línea de campo eléctrico que pasa por el punto. Las flechas indican la dirección del vector del campo $\vec{E}$ a lo largo de

21.28 La dirección del campo eléctrico en un punto cualquiera es tangente a la línea de campo que pasa por ese punto.

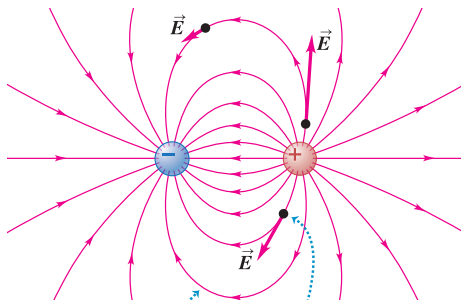


21.29 Líneas de campo eléctrico para tres diferentes distribuciones de carga. En general, la magnitud de $\vec{E}$ es diferente en distintos puntos a lo largo de una línea de campo dada.

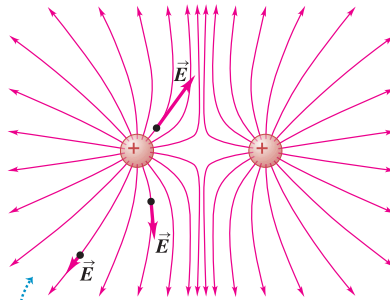
a) Una sola carga positiva



b) Dos cargas iguales y opuestas (un dipolo)



c) Dos cargas positivas iguales



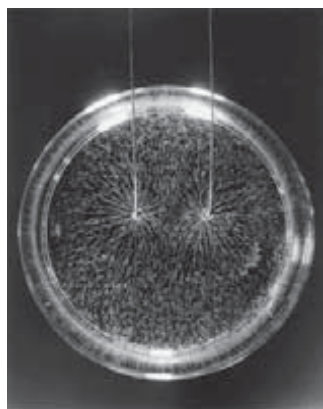
Las líneas de campo siempre apuntan *alejándose* de las cargas (+) y *hacia* las cargas (-).

En cada punto en el espacio, el vector de campo eléctrico es *tangente* a la línea de campo que pasa a través de ese punto.

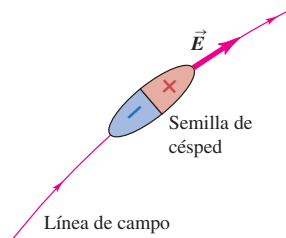
Las líneas de campo están muy cercanas donde el campo es intenso, y más alejadas donde el campo es más débil.

21.30 a) Las líneas de campo eléctrico producidas por dos cargas puntuales iguales. El patrón se forma con semillas que flotan en un líquido encima de dos alambres con carga. Compare este patrón con la figura 21.29c. b) El campo eléctrico causa la polarización de las semillas de césped, lo cual a la vez hace que las semillas se alineen con el campo.

a)



b)



cada línea de campo. Los vectores de campo reales se dibujaron en varios puntos de cada patrón. Observe que, en general, la magnitud del campo eléctrico es diferente en distintos puntos de una línea de campo dada; ¡una línea de campo *no* es una curva de magnitud de campo eléctrico constante!

La figura 21.29 muestra que las líneas de campo se dirigen *alejándose* de las cargas positivas (ya que al estar cerca de una carga puntual positiva, $\vec{E}$ apunta alejándose de la carga) y *van hacia* las cargas negativas (puesto que al estar cerca de una carga puntual negativa, $\vec{E}$ apunta hacia la carga). En las regiones donde la magnitud del campo es grande, como la zona entre las cargas positiva y negativa de la figura 21.29b, las líneas de campo se dibujan aproximándose entre sí; mientras que donde la magnitud del campo es pequeña, como la región entre las dos cargas positivas de la figura 21.29c, las líneas están muy separadas. En un campo *uniforme*, las líneas de campo son rectas, paralelas y con espaciamiento uniforme, como en la figura 21.20.

La figura 21.30 es una vista superior de un arreglo experimental para visualizar las líneas de campo eléctrico. En el arreglo que se muestra, los extremos de dos alambres con carga positiva se insertan en un contenedor de líquido aislante, en el cual se dejan flotando algunas semillas de césped. Tales semillas son aislantes eléctricamente neutros; sin embargo, el campo eléctrico de los dos alambres cargados provoca su *polarización*; en las moléculas de cada semilla, hay un ligero desplazamiento de las cargas positivas y negativas, como se ilustra en la figura 21.8. El extremo cargado positivamente de cada semilla de césped es atraído en la dirección de $\vec{E}$; y el extremo de cada semilla cargado negativamente es atraído en dirección opuesta a $\vec{E}$. De ahí que el eje largo de cada semilla de césped tienda a orientarse en forma paralela al campo eléctrico, en la dirección de la línea de campo que pasa por la posición que ocupa la semilla (figura 21.30b).

CAUTION Las líneas de campo eléctrico no son trayectorias Es un error común suponer que si una partícula con carga q está en movimiento en presencia de un campo eléctrico, la partícula debe moverse a lo largo de una línea de campo eléctrico. Como en cualquier punto $\vec{E}$ es tangente a la línea de campo que pasa por ese punto, es cierto que la *fuerza* sobre la partícula, $\vec{F} = q\vec{E}$ y, por lo tanto, la aceleración de la partícula, son tangentes a la línea de campo. Pero en el capítulo 3 vimos que cuando una partícula se mueve con una trayectoria curva, su aceleración *no puede* ser tangente a la trayectoria. Así que, en general, la trayectoria de una partícula cargada *no* es la misma que una línea de campo. ■

Evalúe su comprensión de la sección 21.6 Suponga que las líneas de campo eléctrico en una región del espacio son rectas. Si una partícula cargada parte del reposo en esa región, ¿su trayectoria será una línea de campo?

21.7 Dipolos eléctricos

Un **dipolo eléctrico** es un par de cargas puntuales de igual magnitud y signos opuestos (una carga positiva q y una carga negativa $-q$) separadas por una distancia d . En el ejemplo 21.9 se presentaron los dipolos eléctricos (sección 21.5); el concepto es digno de estudiarse con más detenimiento porque muchos sistemas físicos, desde moléculas hasta antenas de televisión, se pueden describir como dipolos eléctricos. También usaremos mucho este concepto en el análisis de los dieléctricos en el capítulo 24.

La figura 21.31a muestra una molécula de agua (H_2O), que en muchos sentidos se comporta como un dipolo eléctrico. La molécula de agua en su totalidad es eléctricamente neutra; no obstante, los enlaces químicos dentro de la molécula ocasionan un desplazamiento de la carga. El resultado es una carga neta negativa en el extremo del oxígeno de la molécula, y una carga neta positiva en el extremo del hidrógeno, formando así un dipolo. El efecto es equivalente al desplazamiento de un electrón alrededor de sólo $4 \times 10^{-11} \text{ m}$ (aproximadamente el radio de un átomo de hidrógeno); sin embargo, las consecuencias de tal desplazamiento son profundas. El agua es un magnífico solvente para las sustancias iónicas como la sal de mesa (cloruro de sodio, NaCl) precisamente porque la molécula de agua es un dipolo eléctrico (figura 21.31b). Cuando se disuelve en agua, la sal se disocia en un ion de sodio positivo (Na^+) y un ion de cloro negativo (Cl^-), los cuales tienden a ser atraídos hacia los extremos negativo y positivo, respectivamente, de las moléculas de agua; esto mantiene los iones en solución. Si las moléculas de agua no fueran dipolos eléctricos, el agua sería un mal solvente, y casi toda la química que ocurre en soluciones acuosas sería imposible. Esto incluye todas las reacciones bioquímicas que hay en las formas de vida terrestres. En un sentido muy real, ¡nuestra existencia como seres humanos depende de los dipolos eléctricos!

Estudiaremos dos preguntas sobre los dipolos eléctricos. La primera es ¿qué fuerzas y pares de torsión experimenta un dipolo cuando se coloca en un campo eléctrico externo (es decir, un campo originado por cargas fuera del dipolo)? La segunda es ¿qué campo eléctrico produce un dipolo eléctrico por sí mismo?

Fuerza y par de torsión en un dipolo eléctrico

Para comenzar con la primera pregunta, coloquemos un dipolo eléctrico en un campo eléctrico externo **uniforme** $\vec{E}$, como se indica en la figura 21.32. Las fuerzas $\vec{F}_+$ y $\vec{F}_-$ en las dos cargas tienen una magnitud de qE , pero sus direcciones son opuestas y su suma es igual a cero. *La fuerza neta sobre un dipolo eléctrico en un campo eléctrico externo uniforme es cero.*

Sin embargo, las dos fuerzas no actúan a lo largo de la misma línea, por lo que sus *pares de torsión* no suman cero. Los pares se calculan con respecto al centro del dipolo. Sea ϕ el ángulo entre el campo eléctrico $\vec{E}$ y el eje del dipolo; entonces, el brazo de palanca tanto para $\vec{F}_+$ como para $\vec{F}_-$ es $(d/2) \sin \phi$. El par de torsión de $\vec{F}_+$ y el par de torsión de $\vec{F}_-$ tienen ambos la misma magnitud de $(qE)(d/2) \sin \phi$, y los dos pares de torsión tienden a hacer girar el dipolo en el sentido horario (es decir, en la figura 21.32, $\vec{\tau}$ se dirige hacia la parte interna de la página). Entonces, la magnitud del par de torsión neto es el doble de la magnitud de cualquier par de torsión individual:

$$\tau = (qE)(d \sin \phi) \quad (21.13)$$

donde $d \sin \phi$ es la distancia perpendicular entre las líneas de acción de las dos fuerzas.

El producto de la carga q y la separación d es la magnitud de una cantidad llamada **momento dipolar eléctrico**, que se denota con p :

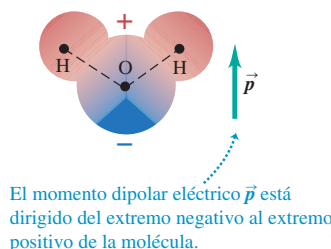
$$p = qd \quad (\text{magnitud del momento dipolar eléctrico}) \quad (21.14)$$

Las unidades de p son de carga por distancia ($\text{C} \cdot \text{m}$). Por ejemplo, la magnitud del momento dipolar eléctrico de una molécula de agua es $p = 6.13 \times 10^{-30} \text{ C} \cdot \text{m}$.

CAUIDADO El símbolo p tiene múltiples significados. Hay que tener cuidado de no confundir el momento dipolar con la cantidad de movimiento o la presión. En el alfabeto no hay tantas letras como cantidades físicas, por lo que algunas literales se utilizan con varios significados. Es el contexto el que por lo general aclara lo que se quiere decir, pero hay que estar atento. ■

21.31 a) Una molécula de agua es un ejemplo de dipolo eléctrico. b) Cada tubo de ensayo contiene una solución de diferentes sustancias en agua. El momento dipolar eléctrico grande del agua la convierte en un magnífico solvente.

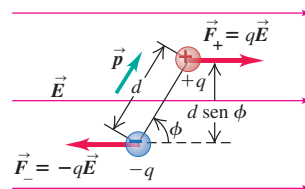
a) Una molécula de agua, con la carga positiva en color rojo, y la carga negativa en azul



b) Varias sustancias disueltas en agua



21.32 La fuerza neta sobre este dipolo eléctrico es cero, pero hay un par de torsión dirigido hacia la parte interna de la página, que tiende a hacer girar el dipolo en el sentido horario.



Además, el momento dipolar eléctrico se define como una cantidad *vectorial* $\vec{p}$. La magnitud de $\vec{p}$ está dada por la ecuación (21.14), y su dirección ocurre a lo largo del eje dipolar, de la carga negativa a la carga positiva, como se muestra en la figura 21.32.

En términos de p , la ecuación (21.13) para la magnitud τ del par de torsión ejercido por el campo se convierte en

$$\tau = pE \sin \phi \quad (\text{magnitud del par de torsión sobre un dipolo eléctrico}) \quad (21.15)$$

Como en la figura 21.32 ϕ es el ángulo entre las direcciones de los vectores $\vec{p}$ y $\vec{E}$, esto nos recuerda la expresión de la magnitud del *producto vectorial* que se estudió en la sección 1.10. (Quizás el lector desee repasar ese análisis.) Entonces, es posible escribir el par de torsión sobre el dipolo en forma vectorial como

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \quad (\text{par de torsión sobre un dipolo eléctrico, en forma vectorial}) \quad (21.16)$$

Se puede utilizar la regla de la mano derecha para el producto vectorial, con la finalidad de verificar que en la situación que se ilustra en la figura 21.32, $\vec{\tau}$ se dirige hacia la parte interna de la página. El par de torsión es el máximo cuando $\vec{p}$ y $\vec{E}$ son perpendiculares, y es igual a cero cuando son paralelos o antiparalelos. El par de torsión siempre tiende a hacer que $\vec{p}$ gire para que se alinee con $\vec{E}$. La posición $\phi = 0$, con $\vec{p}$ paralelo a $\vec{E}$, es una posición de equilibrio estable; mientras que la posición $\phi = \pi$, con $\vec{p}$ y $\vec{E}$ antiparalelos, es una posición de equilibrio inestable. La polarización de una semilla de césped en el aparato que se ilustra en la figura 21.30b le da un momento dipolar eléctrico; entonces, el par de torsión que ejerce $\vec{E}$ ocasiona que la semilla se alinee con $\vec{E}$ y por ello con las líneas de campo.

Energía potencial de un dipolo eléctrico

Cuando un dipolo cambia de dirección en un campo eléctrico, el par de torsión del campo eléctrico *realiza trabajo* sobre él, con el cambio correspondiente en su energía potencial. El trabajo dW realizado por un par de torsión τ durante un desplazamiento infinitesimal $d\phi$ está dado por la ecuación (10.19): $dW = \tau d\phi$. Como el par de torsión está en la dirección en que ϕ disminuye, debemos escribir el par de torsión como $\tau = -pE \sin \phi$, y

$$dW = \tau d\phi = -pE \sin \phi d\phi$$

En un desplazamiento finito de ϕ_1 a ϕ_2 , el trabajo total realizado sobre el dipolo es

$$\begin{aligned} W &= \int_{\phi_1}^{\phi_2} (-pE \sin \phi) d\phi \\ &= pE \cos \phi_2 - pE \cos \phi_1 \end{aligned}$$

El trabajo es el negativo del cambio de energía potencial, como se vio en el capítulo 7: $W = U_1 - U_2$. Por lo tanto, se observa que una definición adecuada de la energía potencial U para este sistema es

$$U(\phi) = -pE \cos \phi \quad (21.17)$$

En esta expresión se reconoce el *producto escalar* $\vec{p} \cdot \vec{E} = pE \cos \phi$, por lo que también se puede escribir

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E} \quad (\text{energía potencial para un dipolo en el campo eléctrico}) \quad (21.18)$$

La energía potencial tiene su valor mínimo $U = -pE$ (es decir, su valor más negativo) en la posición de equilibrio estable, donde $\phi = 0$ y $\vec{p}$ es paralelo a $\vec{E}$. La energía potencial es máxima cuando $\phi = \pi$ y $\vec{p}$ es antiparalelo a $\vec{E}$; entonces $U = +pE$. En $\phi = \pi/2$, donde $\vec{p}$ es perpendicular a $\vec{E}$, U es igual a cero. Por supuesto, es posible definir U de manera diferente para que valga cero en alguna otra orientación de $\vec{p}$, pero nuestra definición es la más sencilla.

La ecuación (21.18) brinda otra manera de considerar el efecto ilustrado en la figura 21.30. El campo eléctrico $\vec{E}$ da a cada semilla de césped un momento dipolar eléctrico, por lo que la semilla se alinea con $\vec{E}$ para minimizar la energía potencial.

Ejemplo 21.14 Fuerza y par de torsión sobre un dipolo eléctrico

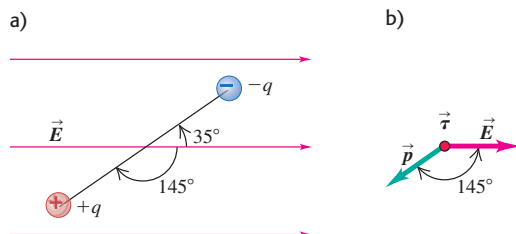
La figura 21.33 muestra un dipolo eléctrico en un campo eléctrico uniforme con magnitud de $5.0 \times 10^5 \text{ N/C}$ dirigido en forma paralela al plano de la figura. Las cargas son $\pm 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$; ambas se encuentran en el plano y están separadas por una distancia de $0.125 \text{ nm} = 0.125 \times 10^{-9} \text{ m}$. (Tanto la magnitud de la carga como la distancia son cantidades moleculares representativas.) Encuentre a) la fuerza neta ejercida por el campo sobre el dipolo; b) la magnitud y la dirección del momento dipolar eléctrico; c) la magnitud y la dirección del par de torsión; d) la energía potencial del sistema en la posición que se muestra.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Este problema utiliza las ideas de esta sección acerca de un dipolo eléctrico colocado en un campo eléctrico.

PLANTEAR: Se emplea la relación $\vec{F} = q\vec{E}$ para cada carga puntual, con la finalidad de calcular la fuerza sobre el dipolo en su conjunto. La ecuación (21.14) proporciona el momento dipolar, la ecuación (21.16)

21.33 a) Un dipolo eléctrico. b) Direcciones del momento dipolar eléctrico, el campo eléctrico y el par de torsión.



En este análisis supusimos que $\vec{E}$ es uniforme, por lo que no hay fuerza neta sobre el dipolo. Si $\vec{E}$ no fuera uniforme, las fuerzas en los extremos quizá no se cancelarían por completo y la fuerza neta no sería igual a cero. Así que un cuerpo con carga neta igual a cero, pero con momento dipolar eléctrico, puede experimentar una fuerza neta en un campo eléctrico no uniforme. Como vimos en la sección 21.1, un campo eléctrico puede polarizar un cuerpo sin carga, lo que origina una separación de la carga y un momento dipolar eléctrico. Es así como los cuerpos sin carga experimentan fuerzas electrostáticas (figura 21.8).

Campo en un dipolo eléctrico

Ahora pensemos en un dipolo eléctrico como una *fente* de campo eléctrico. ¿Cómo sería este campo? Su forma general se ilustra en el mapa de campo de la figura 21.29b. En cada punto de la distribución, el campo total $\vec{E}$ es la suma vectorial de los campos generados por dos cargas individuales, como ocurre en el ejemplo 21.9 (sección 21.5). Se invita al lector a que intente dibujar diagramas que ilustren esta suma vectorial con respecto a varios puntos.

Con la finalidad de obtener información cuantitativa sobre el campo de un dipolo eléctrico, tenemos que hacer algunos cálculos, como se ilustra en el siguiente ejemplo. Observe el uso del principio de superposición de campos eléctricos para sumar las contribuciones de las cargas individuales al campo. Asimismo, note que es necesario utilizar técnicas de aproximación aun para el caso relativamente sencillo de un campo originado por dos cargas. Es frecuente que los cálculos de campos sean muy complicados, por lo que es común usar análisis por computadora al determinar el campo debido a una distribución arbitraria de carga.

da el par de torsión sobre el dipolo y la ecuación (21.18) brinda la energía potencial del sistema.

EJECUTAR: a) Como el campo es uniforme, las fuerzas sobre las dos cargas son iguales y opuestas, y la fuerza total es igual a cero.

b) La magnitud p del momento dipolar eléctrico $\vec{p}$ es

$$p = qd = (1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(0.125 \times 10^{-9} \text{ m}) \\ = 2.0 \times 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m}$$

La dirección de $\vec{p}$ es de la carga negativa a la positiva, a 145° en el sentido horario, a partir de la dirección del campo eléctrico (figura 21.33b).

c) La magnitud del par de torsión es

$$\tau = pE \sin \phi = (2.0 \times 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m})(5.0 \times 10^5 \text{ N/C})(\sin 145^\circ) \\ = 5.7 \times 10^{-24} \text{ N} \cdot \text{m}$$

De acuerdo con la regla de la mano derecha para el producto vectorial (véase la sección 1.10), la dirección del par de torsión es $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ hacia fuera de la página. Esto corresponde a un par de torsión en sentido antihorario que tiende a alinear $\vec{p}$ con $\vec{E}$.

d) La energía potencial es

$$U = -pE \cos \phi \\ = -(2.0 \times 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m})(5.0 \times 10^5 \text{ N/C})(\cos 145^\circ) \\ = 8.2 \times 10^{-24} \text{ J}$$

EVALUAR: El momento dipolar, el par de torsión y la energía potencial son muy pequeños. No se sorprenda por este resultado. Recuerde que tratamos con una sola molécula que, de hecho, ¡es un objeto muy diminuto!

Ejemplo 21.15 Otro vistazo al campo de un dipolo eléctrico

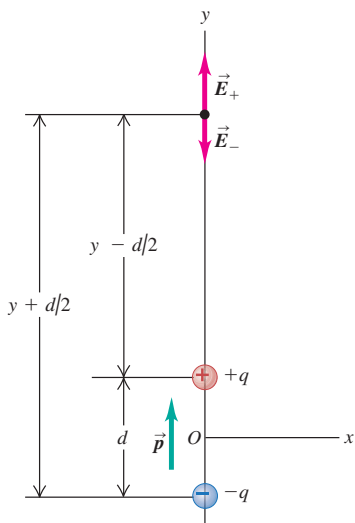
En la figura 21.34, un dipolo eléctrico tiene su centro en el origen, con $\vec{p}$ en dirección del eje $+y$. Obtenga una expresión aproximada para el campo eléctrico en un punto sobre el eje y , para el que y sea mucho mayor que d . Use la expansión binomial de $(1+x)^n$, es decir, $(1+x)^n \cong 1 + nx + n(n-1)x^2/2 + \dots$ para el caso en que $|x| < 1$. (Este problema ilustra una técnica útil para el cálculo.)

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Se emplea el principio de superposición. El campo eléctrico total es la suma vectorial del campo producido por la carga positiva y el campo causado por la carga negativa.

PLANTEAR: En el punto del campo que se muestra en la figura 21.34, el campo de la carga positiva tiene una componente en y positiva (hacia arriba); en tanto que el campo de la carga negativa tiene una componente y negativa (hacia abajo). Estas componentes se suman para obtener el campo total, para luego aplicar la aproximación en que y es mucho mayor que d .

21.34 Determinación del campo eléctrico de un dipolo eléctrico en un punto situado sobre su eje.



EJECUTAR: La componente y total, E_y , del campo eléctrico de las dos cargas es

$$E_y = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{(y - d/2)^2} - \frac{1}{(y + d/2)^2} \right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 y^2} \left[\left(1 - \frac{d}{2y}\right)^{-2} - \left(1 + \frac{d}{2y}\right)^{-2} \right]$$

Se usa el mismo enfoque que en el ejemplo 21.9 (sección 21.5). Ahora viene la aproximación. Cuando y es mucho más grande que d , es decir, cuando se está muy lejos del dipolo en comparación con su tamaño, la cantidad $d/2y$ es mucho menor que 1. Con $n = -2$ y $d/2y$ desempeñando el papel de x en la expansión binomial, tan sólo conservamos los dos primeros términos, porque los que eliminamos son mucho menores que los que conservamos, así que se tiene

$$\left(1 - \frac{d}{2y}\right)^{-2} \cong 1 + \frac{d}{y} \quad \text{y} \quad \left(1 + \frac{d}{2y}\right)^{-2} \cong 1 - \frac{d}{y}$$

De manera que E_y está dada aproximadamente por

$$E \cong \frac{q}{4\pi\epsilon_0 y^2} \left[1 + \frac{d}{y} - \left(1 - \frac{d}{y}\right) \right]$$

$$= \frac{qd}{2\pi\epsilon_0 y^3}$$

$$= \frac{p}{2\pi\epsilon_0 y^3}$$

EVALUAR: Un camino alternativo para esta expresión consiste en obtener el denominador común de las fracciones en la expresión de E_y y combinar, para luego aproximar el denominador $(y - d/2)^2(y + d/2)^2$ como y^4 . Se dejan los detalles como problema para que lo resuelva el lector (véase el ejercicio 21.65).

Para puntos P situados fuera de los ejes de coordenadas, las expresiones son más complicadas; sin embargo, en *todos* los puntos muy alejados del dipolo (en cualquier dirección) el campo disminuye con $1/r^3$. Se puede comparar esto con el decaimiento con $1/r^2$ de una carga puntual, el decaimiento con $1/r$ de una carga lineal larga, y la independencia con respecto a r de una lámina de carga grande. Hay distribuciones de carga para las que el campo disminuye aun con más rapidez. Un *cuadrupolo eléctrico* consiste en dos dipolos iguales con orientación contraria, separados por una distancia pequeña. El campo de un cuadrupolo a distancias grandes decae con $1/r^4$.

Evalúe su comprensión de la sección 21.7 Se coloca un dipolo eléctrico en una región de campo eléctrico uniforme, $\vec{E}$, con el momento dipolar eléctrico $\vec{p}$, apuntando en la dirección opuesta a $\vec{E}$. ¿El dipolo está i) en equilibrio estable, ii) en equilibrio inestable, o iii) ninguno de los anteriores? (Sugerencia: tal vez le convenga al lector repasar la sección 7.5.)

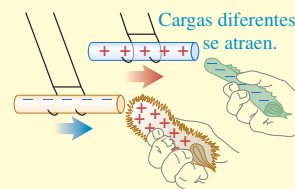
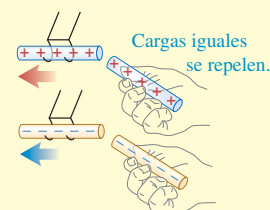


CAPÍTULO 21 RESUMEN

Carga eléctrica, conductores y aislantes: La cantidad fundamental en electrostática es la carga eléctrica. Hay dos clases de carga: positiva y negativa. Las cargas del mismo signo se repelen mutuamente; las cargas de signo opuesto se atraen. La carga se conserva; la carga total en un sistema aislado es constante.

Toda la materia ordinaria está hecha de protones, neutrones y electrones. Los protones positivos y los neutrones eléctricamente neutros del núcleo de un átomo se mantienen unidos por la fuerza nuclear; los electrones negativos circundan el núcleo a distancias mucho mayores que el tamaño de éste. Las interacciones eléctricas son las principales responsables de la estructura de átomos, moléculas y sólidos.

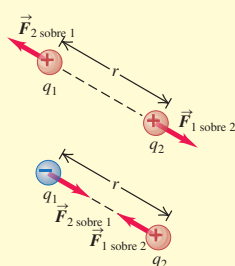
Los conductores son materiales que permiten que la carga eléctrica se mueva con facilidad a través de ellos. Los aislantes permiten el movimiento de las cargas con mucha menos facilidad. La mayoría de los metales son buenos conductores; en tanto que la mayoría de los no metales son aislantes.



Ley de Coulomb: La ley de Coulomb es la ley fundamental de la interacción de cargas eléctricas puntuales. Para las cargas q_1 y q_2 separadas por una distancia r , la magnitud de la fuerza sobre cualquiera de ellas es proporcional al producto $q_1 q_2$ e inversamente proporcional a r^2 . La fuerza sobre cada carga ocurre a lo largo de la línea que las une, de repulsión si q_1 y q_2 tienen el mismo signo, y de atracción si tienen el signo opuesto. Las fuerzas forman un par de acción-reacción y obedecen la tercera ley de Newton. En unidades del SI, la unidad de la carga eléctrica es el coulomb, que se simboliza como C. (Véanse los ejemplos 21.1 y 21.2.)

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2} \quad (21.2)$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.988 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

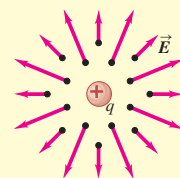


El principio de superposición de fuerzas establece que cuando dos o más cargas ejercen cada una fuerza sobre otra carga, la fuerza total sobre esa carga es la suma vectorial de las fuerzas que ejercen las cargas individuales. (Véanse los ejemplos 21.3 y 21.4.)

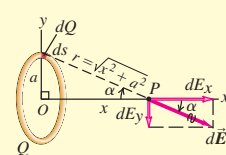
Campo eléctrico: El campo eléctrico $\vec{E}$, una cantidad vectorial, es la fuerza por unidad de carga que se ejerce sobre una carga de prueba en cualquier punto, siempre que la carga de prueba sea tan pequeña que no perturbe las cargas que generan el campo. El campo eléctrico producido por una carga puntual está dirigido radialmente hacia fuera de la carga o hacia ella. (Véanse los ejemplos 21.5 a 21.8.)

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} \quad (21.3)$$

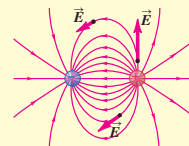
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (21.7)$$



Superposición de campos eléctricos: El principio de superposición de campos eléctricos establece que el campo eléctrico $\vec{E}$ de cualquier combinación de cargas es la suma vectorial de los campos producidos por las cargas individuales. Para calcular el campo eléctrico generado por una distribución continua de carga, la distribución se divide en elementos pequeños, se calcula el campo producido por cada elemento, y luego se hace la suma vectorial o la suma de cada componente, por lo general con técnicas de integración. Las distribuciones de carga están descritas por la densidad lineal de carga, λ , densidad superficial de carga, σ , y densidad volumétrica de carga, ρ . (Véanse los ejemplos 21.9 a 21.13.)



Líneas de campo eléctrico: Las líneas de campo proporcionan una representación gráfica de los campos eléctricos. En cualquier punto sobre una línea de campo, la tangente a la línea está en dirección de $\vec{E}$ en ese punto. El número de líneas por unidad de área (perpendicular a su dirección) es proporcional a la magnitud de $\vec{E}$ en ese punto.



Dipolos eléctricos: Un dipolo eléctrico consiste en un par de cargas eléctricas de igual magnitud q pero signo contrario, separadas por una distancia d . Por definición, el momento dipolar eléctrico $\vec{p}$ tiene magnitud $p = qd$.

La dirección de $\vec{p}$ va de la carga negativa a la carga positiva. Un dipolo eléctrico en un campo eléctrico $\vec{E}$ que experimenta un par de torsión $\vec{\tau}$ igual al producto vectorial de $\vec{p}$ y $\vec{E}$. La magnitud del par de torsión depende del ángulo ϕ entre $\vec{p}$ y $\vec{E}$. La energía potencial, U , para un dipolo eléctrico en un campo eléctrico también depende de la orientación relativa de $\vec{p}$ y $\vec{E}$. (Véanse los ejemplos 21.14 y 21.15.)

$$\tau = pE \sin \phi$$

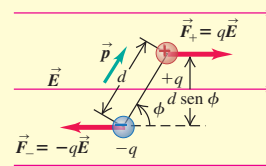
$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

$$(21.15)$$

$$(21.16)$$

$$(21.18)$$



Términos clave

carga eléctrica, 710

electrostática, 710

electrón, 711

protón, 711

neutrón, 711

núcleo, 711

número atómico, 712

ion positivo, 712

ion negativo, 712

ionización, 712

principio de conservación de la carga, 712

conductor, 713

aislante, 713

inducción, 714

carga inducida, 714

carga puntual, 716

ley de Coulomb, 716

coulomb, 717

principio de superposición de fuerzas, 719

campo eléctrico, 722

carga de prueba, 722

punto de origen, 723

punto del campo, 723

campo vectorial, 724

principio de superposición de campos eléctricos, 727

densidad lineal de carga, 727

densidad superficial de carga, 727

densidad volumétrica de carga, 727

línea de campo eléctrico, 733

dipolo eléctrico, 735

momento dipolar eléctrico, 735

Respuesta a la pregunta de inicio de capítulo ?

Las moléculas de agua tienen un momento dipolar eléctrico permanente: un extremo de la molécula tiene carga positiva; y el otro extremo tiene carga negativa. Estos extremos atraen iones negativos y positivos, respectivamente, y los mantienen separados en solución. El agua es menos eficaz como solvente de materiales cuyas moléculas no se ionizan (llamadas sustancias *no iónicas*), como los aceites.

Respuestas a las preguntas de Evalúe su comprensión

21.1 Respuestas: a) la varilla de plástico pesa más, b) la varilla de vidrio pesa menos, c) la piel pesa un poco menos, d) la seda pesa un poco menos. La varilla de plástico obtiene una carga negativa al tomar electrones de la piel, por lo que la varilla pesa un poco más y la piel pierde peso después del frotamiento. En contraste, la varilla de vidrio obtiene una carga positiva porque cede electrones a la seda, así que después de frotarse, la varilla de vidrio pesa un poco menos, y la seda un poco más. El cambio en el peso es *muy* pequeño: el número de electrones transferidos es una fracción pequeña del mol, y un mol de electrones tiene una masa de tan sólo (6.02×10^{23} electrones) (9.11×10^{-31} kg/electrón) = 5.48×10^{-7} kg = ¡0.548 miligramos!

21.2 Respuestas: a) i), b) ii) Antes de que las dos esferas se toquen, la esfera con carga negativa ejerce una fuerza de repulsión sobre los electrones de la otra esfera, lo cual origina zonas de carga inducida negativa y positiva (véase la figura 21.7b). La zona positiva está más cerca de la esfera cargada negativamente que la zona negativa, por lo que hay una fuerza neta de atracción que jala a las esferas una hacia la otra, como en el caso del peine y el aislante de la figura 21.8b. Una vez que se tocan las dos esferas metálicas, algo del exceso de electrones de la esfera con carga negativa fluirá hacia la otra esfera (porque los metales son conductores). Entonces, las dos esferas tendrán una carga negativa neta y se repelerán mutuamente.

21.3 Respuesta: iv) La fuerza ejercida por q_1 sobre Q es como en el ejemplo 21.4. La magnitud de la fuerza ejercida por q_2 sobre Q es incluso igual a F_1 sobre Q , pero la dirección de la fuerza ahora es *hacia* q_2 con un ángulo α por debajo del eje x . Entonces, las componentes x de las dos fuerzas se anulan, mientras que las componentes y (negativas) se suman, y la fuerza eléctrica total ocurre en la dirección negativa del eje y .

21.4 Respuestas: a) ii), b) i) El campo eléctrico $\vec{E}$ producido por una carga puntual positiva apunta directamente alejándose de la carga (véase la figura 21.18a) y tiene una magnitud que depende de la distancia r entre la carga y el punto del campo. De ahí que una segunda carga puntual negativa, $q < 0$, recibirá una fuerza $\vec{F} = q\vec{E}$ que apunta directamente hacia la carga positiva y tiene una magnitud que depende de la distancia r entre las dos cargas. Si la carga negativa se mueve directamente hacia la carga positiva, la dirección de la fuerza permanece igual (a lo largo de la línea del movimiento de la carga negativa); pero la magnitud de la fuerza se incrementa a medida que disminuye la distancia r . Si la carga negativa se mueve en círculo alrededor de la carga positiva, la magnitud de la fuerza permanece igual (porque la distancia r es constante); pero la dirección de la fuerza cambia (cuando la carga negativa está en el lado derecho de la carga positiva, la fuerza va hacia la izquierda; cuando la carga negativa está en el lado izquierdo de la carga positiva, la fuerza va hacia la derecha).

21.5 Respuesta: iv) Piense en un par de segmentos de longitud dy , uno en la coordenada $y > 0$ y el otro en la coordenada $-y < 0$. El segmento superior tiene carga positiva y produce un campo eléctrico $d\vec{E}$ en P , que apunta alejándose del segmento, por lo que $d\vec{E}$ tiene una componente x positiva y una componente y negativa, como el vector $d\vec{E}$ en la figura 21.25. El segmento inferior tiene la misma cantidad de carga negativa. Produce una $d\vec{E}$ que tiene la misma magnitud pero apunta *hacia* el segmento inferior, así que tiene una componente x negativa y una componente y también negativa. Por simetría, las dos componentes x son iguales pero opuestas, de manera que se cancelan. De esta manera, el campo eléctrico total únicamente tiene una componente y negativa.

21.6 Respuesta: sí Cuando las líneas de campo son rectas, $\vec{E}$ debe apuntar en la misma dirección por la región. De ahí que la fuerza $\vec{F} = q\vec{E}$ sobre una partícula de carga q siempre esté en la misma dirección. Una partícula que parta del reposo acelera en línea recta en la dirección de $\vec{F}$, por lo que su trayectoria es una línea recta que estará a lo largo de una línea de campo.

21.7 Respuesta: ii) Las ecuaciones (21.17) y (21.18) indican que la energía potencial para un dipolo en un campo eléctrico es $U = -\vec{p} \cdot \vec{E} = -pE \cos \phi$, donde ϕ es el ángulo entre las direcciones de $\vec{p}$ y $\vec{E}$. Si $\vec{p}$ y $\vec{E}$ apuntan en direcciones opuestas, de manera que $\phi = 180^\circ$, entonces $\cos \phi = -1$ y $U = +pE$. Éste es el valor máximo que U puede tener. De nuestro análisis de los diagramas de energía en la sección 7.5, se desprende que se trata de una situación de equilibrio inestable.

Otra forma de verlo es con la ecuación (21.15), que dice que la magnitud del par de torsión sobre un dipolo eléctrico es $\tau = pE \sin \phi$. Ésta es igual a cero si $\phi = 108^\circ$, por lo que no hay par de torsión, y si el dipolo se deja sin perturbación, no girará. No obstante, si se perturba ligeramente el dipolo de modo que ϕ sea un poco menor de 180° , habrá un par de torsión diferente de cero que trata de hacer girar al dipolo hacia $\phi = 0$, así que $\vec{p}$ y $\vec{E}$ apuntan en la misma dirección. De ahí que cuando el dipolo se perturba en su orientación de equilibrio en $\phi = 180^\circ$, se mueve lejos de esa orientación, lo cual es lo distintivo del equilibrio inestable.

Se puede demostrar que la situación en que $\vec{p}$ y $\vec{E}$ apuntan en la misma dirección ($\phi = 0$) es un caso de equilibrio estable: la energía potencial es mínima, y si el dipolo se desplaza un poco hay un par de torsión que trata de regresarlo a la orientación original (un par de torsión restaurador).

PROBLEMAS

Para las tareas asignadas por el profesor, visite www.masteringphysics.com



Preguntas para análisis

P21.1. Si usted desprende dos tiras de cinta adhesiva transparente del mismo carrete y de inmediato las deja colgando una cerca de la otra, se repelerán mutuamente. Si luego pega el lado con adhesivo de una con el lado brillante de la otra y las separa, se atraerán entre sí. Dé una explicación convincente donde intervenga la transferencia de electrones entre las tiras de cinta en esta secuencia de eventos.

P21.2. Dos esferas de metal cuelgan de cordones de nailon, y cuando se les acerca una a la otra tienden a atraerse. Con base en esta sola información, analice todas las maneras posibles en que las esferas pudieran estar cargadas. ¿Sería posible que después de que las esferas se toquen quedaran pegadas? Explique su respuesta.

P21.3. La fuerza eléctrica entre dos partículas cargadas se hace más débil a medida que aumenta la distancia. Suponga que la fuerza eléctrica fuera independiente de la distancia. En este caso, ¿un peine cargado haría que un aislante neutro se polarizara, como en la figura 21.8? ¿Por qué? ¿El aislante neutro sería atraído por el peine? Otra vez, ¿por qué?

P21.4. Su ropa tiende a pegarse entre sí cuando regresa de la tintorería. ¿Por qué? ¿Esperaría más o menos atracción si la ropa estuviera hecha del mismo material (por ejemplo, algodón), que si estuviera hecha con distintas telas? De nuevo, ¿por qué? (Tal vez usted querrá experimentar con su próximo envío a la tintorería.)

P21.5. Una esfera de metal sin carga cuelga de un cordón de nailon. Cuando se le acerca una varilla de vidrio con carga positiva, la esfera es atraída hacia la varilla. Pero si la esfera toca la varilla, de pronto se aleja de la varilla. Explique por qué la esfera primero es atraída y luego repelida.

P21.6. Los electrones libres en un metal son atraídos por gravedad hacia la Tierra. Entonces, ¿por qué no se asientan en el fondo del conductor, como los sedimentos en el fondo de un río?

P21.7. Algunos de los electrones en un buen conductor (como el cobre) se mueven a rapidez de 10^6 m/s o más rápido. ¿Por qué no escapan volando del conductor?

P21.8. Es común que los buenos conductores eléctricos, como los metales, también sean buenos conductores del calor; asimismo los aislantes eléctricos, como la madera, por lo general son malos conductores del calor. Explique por qué debe haber una relación entre la conducción eléctrica y la conducción del calor en estos materiales.

P21.9. Defienda el siguiente enunciado: “Si en todo el Universo sólo hubiera una partícula cargada eléctricamente, el concepto de carga eléctrica carecería de significado.”

P21.10. Dos objetos metálicos idénticos están montados en soportes aislantes. Describa como podría colocar cargas de signo opuesto, pero de exactamente igual magnitud en los dos objetos.

P21.11. Se puede utilizar la envoltura de plástico para alimentos al cubrir un contenedor, estirándola en la parte superior y luego presionando las partes que cuelgan contra los lados. ¿Por qué es pegajosa? (Sugerencia: la respuesta incluye la fuerza eléctrica.) ¿La envoltura para alimentos se adhiere a sí misma con igual tenacidad? ¿Por qué? ¿Funcionaría con contenedores metálicos? Otra vez, ¿por qué?

P21.12. Si usted camina sobre una alfombra de nailon y luego toca un objeto metálico grande, como una perilla, puede recibir una chispa y una descarga. ¿Por qué esto tiende a ocurrir más bien en los días secos que en los húmedos? (Sugerencia: véase la figura 21.31.) ¿Por qué es menos probable que reciba la descarga si toca un objeto metálico pequeño, como un clip sujetapapeles?

P21.13. Usted tiene un objeto con carga negativa. ¿Cómo lo usa para colocar una carga negativa en una esfera metálica aislada? ¿Y para colocar una carga positiva neta en la esfera?

P21.14. Cuando dos cargas puntuales de igual masa y carga se liberan en una mesa sin fricción, cada una tiene una aceleración inicial a_0 . Si en vez de eso una se mantiene fija y se libera la otra, ¿cuál será su aceleración inicial: a_0 , $2a_0$ o $a_0/2$? Explique su respuesta.

P21.15. En una mesa libre de fricción, se liberan una carga puntual de masa m y carga Q , y otra carga puntual de masa m pero carga $2Q$. Si la carga Q tiene una aceleración inicial a_0 , ¿cuál será la aceleración de $2Q$: a_0 , $2a_0$, $4a_0$, $a_0/2$ o $a_0/4$? Explique su respuesta.

P21.16. Se coloca un protón en un campo eléctrico uniforme y luego se libera. Después se sitúa un electrón en el mismo punto y también se libera. ¿Experimentan las dos partículas la misma fuerza? ¿La misma aceleración? ¿Se mueven en la misma dirección cuando se liberan?

P21.17. En el ejemplo 21.1 (sección 21.3) se vio que la fuerza eléctrica entre dos partículas α es del orden de 10^{35} veces más fuerte que la fuerza gravitatoria. Entonces, ¿por qué percibimos fácilmente la gravedad de la Tierra pero no su fuerza eléctrica?

P21.18. ¿Qué similitudes hay entre las fuerzas eléctricas y las fuerzas gravitatorias? ¿Cuáles son sus diferencias más significativas?

P21.19. A una distancia R de una carga puntual, su campo eléctrico es E_0 . ¿A qué distancia (en términos de R) de la carga puntual, el campo eléctrico sería $\frac{1}{3}E_0$?

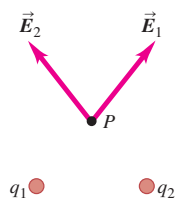
P21.20. Los núcleos atómicos están hechos de protones y neutrones. Esto demuestra que debe haber otra clase de interacción, además de las fuerzas gravitatorias y eléctricas. Explique su respuesta.

P21.21. Los campos eléctricos suficientemente fuertes hacen que los átomos se ionicen positivamente, es decir, que pierdan uno o más electrones. Explique por qué ocurre esto. ¿Qué es lo que determina la intensidad que debe tener el campo para que esto suceda?

P21.22. En la figura 21.35 se muestran los campos eléctricos en el punto P debidos a las cargas positivas q_1 y q_2 . ¿El hecho de que se crucen entre sí contraviene el enunciado de la sección 21.6 acerca de que las líneas de campo eléctrico nunca se cruzan? Explique su respuesta.

P21.23. La temperatura y la velocidad del aire tienen diferentes valores en lugares distintos de la atmósfera terrestre. ¿La velocidad del aire es un campo vectorial? ¿Por qué? ¿La temperatura del aire es un campo vectorial? De nuevo, ¿por qué?

Figura 21.35
Pregunta P21.22.



Ejercicios

Sección 21.3 Ley de Coulomb

21.1. En una esfera pequeña de plomo con masa de 8.00 g se colocan electrones excedentes, de modo que su carga neta sea de -3.20×10^{-9} C. a) Encuentre el número de electrones excedentes en la esfera. b) ¿Cuántos electrones excedentes hay por átomo de plomo? El número atómico del plomo es 82, y su masa atómica es de 207 g/mol.

21.2. Los relámpagos ocurren cuando hay un flujo de carga eléctrica (sobre todo electrones) entre el suelo y los cumulonimbos (nubes de tormenta). La tasa máxima de flujo de carga en un relámpago es de alrededor de 20,000 C/s; esto dura 100 μ s o menos. ¿Cuánta carga fluye entre el suelo y la nube en este tiempo? ¿Cuántos electrones fluyen en dicho periodo?

21.3. Estime cuántos electrones hay en su cuerpo. Haga todas las suposiciones que crea necesarias; pero diga con claridad cuáles son. (Sugerencia: la mayoría de los átomos de su cuerpo tienen números iguales de electrones, protones y neutrones.) ¿Cuál es la carga combinada de todos estos electrones?

21.4. Partículas en un anillo de oro. Usted tiene un anillo de oro puro (24 kilates) con masa de 17.7 g. El oro tiene una masa atómica de 197 g/mol y un número atómico de 79. a) ¿Cuántos protones hay en el anillo, y cuál es su carga total positiva? b) Si el anillo no tiene carga neta, ¿cuántos electrones hay en él?

21.5. El peso medio de un ser humano es de alrededor de 650 N. Si dos personas comunes tienen, cada una, una carga excedente de 1.0 coulomb, una positiva y la otra negativa, ¿qué tan lejos tendrían que estar para que la atracción eléctrica entre ellas fuera igual a su peso de 650 N?

21.6. Dos esferas pequeñas separadas por una distancia de 20.0 cm tienen cargas iguales. ¿Cuántos electrones excedentes debe haber en cada esfera, si la magnitud de la fuerza de repulsión entre ellas es de 4.57×10^{-21} N?

21.7. Se dan cargas eléctricas positivas a dos esferas pequeñas de plástico. Cuando están separadas una distancia de 15.0 cm, la fuerza de repulsión entre ellas tiene una magnitud de 0.220 N. ¿Cuál es la carga en cada esfera, si a) las dos cargas son iguales, y b) si una esfera tiene cuatro veces la carga de la otra?

21.8. Dos esferas pequeñas de aluminio tienen, cada una, una masa de 0.0250 kg, y están separadas 80.0 cm. a) ¿Cuántos electrones contiene cada esfera? (La masa atómica del aluminio es de 26.982 g/mol, y su número atómico es de 13.) b) ¿Cuántos electrones tendrían que retirarse de una esfera y agregarse a la otra, para ocasionar una fuerza de atracción entre ellas con magnitud de 1.00×10^4 N (aproximadamente 1 tonelada)? Suponga que las esferas son cargas puntuales. c) ¿Qué fracción de todos los electrones en cada esfera representa esto?

21.9. Dos esferas muy pequeñas de 8.55 g, separadas una distancia de 15.0 cm entre sus centros, se cargan con números iguales de electrones en cada una de ellas. Si se ignoran todas las demás fuerzas, ¿cuántos electrones habría que agregar a cada esfera para que las dos aceleraran a 25.0g al ser liberadas? ¿En qué dirección acelerarían?

21.10. a) Si se supone que sólo la gravedad actúa sobre un electrón, ¿qué tan lejos tendría que estar el electrón de un protón, de modo que su aceleración fuera la misma que la de un objeto en caída libre en la superficie terrestre? b) Suponga que la Tierra estuviera hecha tan sólo de protones, pero tuviera el mismo tamaño y masa que en realidad tiene. ¿Cuál sería la aceleración de un electrón que se liberara en su superficie? ¿Es necesario considerar la atracción de la gravedad además de la fuerza eléctrica? ¿Por qué?

21.11. En un experimento en el espacio, se mantiene fijo un protón y se libera otro desde el reposo a una distancia de 2.50 mm. a) ¿Cuál es la aceleración inicial del protón después de liberarlo? b) Elabore diagramas cualitativos (¡sin números!) de aceleración-tiempo y velocidad-tiempo, para el movimiento del protón liberado.

21.12. Una carga negativa de -0.550 μ C ejerce una fuerza hacia arriba de 0.200 N, sobre una carga desconocida que está a 0.300 m directamente abajo ella. a) ¿Cuál es la carga desconocida (magnitud y signo)? b) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza que la carga desconocida ejerce sobre la carga de -0.550 μ C?

21.13. Tres cargas puntuales están en línea. La carga $q_3 = +5.00$ nC está en el origen. La carga $q_2 = -3.00$ nC se encuentra en $x = +4.00$ cm. La carga q_1 está en $x = +2.00$ cm. ¿Cuál es q_1 (magnitud y signo), si la fuerza neta sobre q_3 es igual a cero?

21.14. En el ejemplo 21.4, suponga que la carga puntual sobre el eje y en $y = -0.30$ m tiene una carga negativa de -2.0 μ C, y la otra carga permanece igual. Encuentre la magnitud y la dirección de la fuerza neta sobre Q . ¿En qué difiere su respuesta de la respuesta del ejemplo 21.3? Explique las diferencias.

21.15. En el ejemplo 21.3, calcule la fuerza neta sobre la carga q_1 .

21.16. En el ejemplo 21.4, ¿cuál es la fuerza neta (magnitud y dirección) sobre la carga q_1 que ejercen las otras dos cargas?

21.17. Tres cargas puntuales están alineadas a lo largo del eje x . La carga $q_1 = +3.00$ μ C está en el origen, y la carga $q_2 = -5.00$ μ C se encuentra en $x = 0.200$ m. La carga $q_3 = -8.00$ μ C. ¿Dónde está situada q_3 si la fuerza neta sobre q_1 es de 7.00 N en la dirección negativa del eje x ?

21.18. Repita el ejercicio 21.17 para $q_3 = +8.00$ μ C.

21.19. Dos cargas puntuales se localizan sobre el eje y como sigue: la carga $q_1 = -1.50$ nC está en $y = -0.600$ m y la carga $q_2 = +3.20$ nC se halla en el origen ($y = 0$). ¿Cuál es la fuerza total (magnitud y dirección) ejercida por estas dos cargas sobre una tercera $q_3 = +5.00$ nC que se ubica en $y = -0.400$ m?

21.20. Dos cargas puntuales están situadas sobre el eje x del modo siguiente: la carga $q_1 = +4.00$ nC está en $x = 0.200$ m, y la carga $q_2 = +5.00$ nC está en $x = -0.300$ m. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza total ejercida por estas dos cargas, sobre una carga puntual negativa $q_3 = -6.00$ nC que se halla en el origen?

21.21. Una carga puntual positiva q está situada sobre la parte positiva del eje y en $y = a$, y una carga puntual negativa $-q$ está en la parte negativa del eje y en $y = -a$. Se coloca una carga puntual negativa $-Q$ en cierto punto sobre la parte positiva del eje x . a) En un diagrama de cuerpo libre, indique las fuerzas que actúan sobre la carga $-Q$. b) Encuentre las componentes x y y de la fuerza neta que ejercen las dos cargas q y $-q$ sobre $-Q$. (Su respuesta sólo debería incluir k , q , Q , a y la coordenada x de la tercera carga.) c) ¿Cuál es la fuerza neta sobre la carga $-Q$ cuando está en el origen ($x = 0$)? d) Haga la gráfica de la componente y de la fuerza neta sobre la carga $-Q$, en función de x para los valores de x entre $-4a$ y $+4a$.

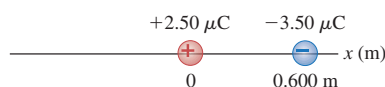
21.22. Dos cargas puntuales positivas q se colocan sobre el eje y en $y = a$ y en $y = -a$. Se coloca una carga puntual negativa $-Q$ en cierto punto de la parte positiva del eje x . a) En un diagrama de cuerpo libre, indi-

que las fuerzas que actúan sobre la carga $-Q$. b) Encuentre las componentes x y y de la fuerza neta que ejercen las dos cargas positivas sobre $-Q$. (Su respuesta sólo debería incluir k , q , Q , a y la coordenada x de la tercera carga.) c) ¿Cuál es la fuerza neta sobre la carga $-Q$ cuando está en el origen ($x = 0$)? d) Grafique la componente x de la fuerza neta sobre la carga $-Q$ en función de x para valores de x entre $-4a$ y $+4a$.

21.23. Se colocan cuatro cargas eléctricas idénticas en las esquinas de un cuadrado cuyos lados miden L . a) En un diagrama de cuerpo libre, muestre todas las fuerzas que actúan sobre una de las cargas. b) Encuentre la magnitud y la dirección de la fuerza total ejercida sobre una carga por las otras tres cargas.

21.24. Se colocan dos cargas, una de $2.50 \mu\text{C}$ y la otra de $-3.50 \mu\text{C}$, sobre el eje x , una en el origen y la otra en $x = 0.600 \text{ m}$, como se ilustra en la figura 21.36. Encuentre la posición sobre el eje x donde la fuerza neta sobre una pequeña carga $+q$ debería de ser igual a cero.

Figura 21.36 Ejercicio 21.24.



Sección 21.4 El campo eléctrico y las fuerzas eléctricas

21.25. Se coloca un protón en un campo eléctrico uniforme de $2.75 \times 10^3 \text{ N/C}$. Calcule: a) la magnitud de la fuerza eléctrica ejercida sobre el protón; b) la aceleración del protón; c) la rapidez del protón después de estar $1.00 \mu\text{s}$ en el campo, si se supone que parte del reposo.

21.26. Una partícula tiene carga de -3.00 nC . a) Encuentre la magnitud y la dirección del campo eléctrico debido a esta partícula, en un punto que está 0.250 m directamente arriba de ella. b) ¿A qué distancia de esta partícula el campo eléctrico debe tener una magnitud de 12.0 N/C ?

21.27. Un protón se mueve en forma horizontal hacia la derecha a $4.50 \times 10^6 \text{ m/s}$. a) Encuentre la magnitud y la dirección del campo eléctrico más débil que lleve al protón uniformemente al reposo en una distancia de 3.20 cm . b) ¿Cuánto tiempo le llevaría al protón detenerse una vez que entrara al campo eléctrico? c) ¿Cuál es el campo mínimo (magnitud y dirección) que sería necesario para detener un electrón en las condiciones del inciso a)?

21.28. Un electrón parte del reposo en un campo eléctrico uniforme, acelera verticalmente hacia arriba y recorre 4.50 m en los primeros $3.00 \mu\text{s}$ después de que se libera. a) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo eléctrico? b) ¿Se justifica que se desprecien los efectos de la gravedad? Explique su respuesta cuantitativamente.

21.29. a) ¿Cuál debe ser la carga (signo y magnitud) de una partícula de 1.45 g para que permanezca estacionaria, cuando se coloca en un campo eléctrico dirigido hacia abajo con magnitud de 650 N/C ? b) ¿Cuál es la magnitud de un campo eléctrico donde la fuerza eléctrica sobre un protón tiene la misma magnitud que su peso?

21.30. a) ¿Cuál es el campo eléctrico de un núcleo de hierro a una distancia de $6.00 \times 10^{-10} \text{ m}$ de su núcleo? El número atómico del hierro es 26. Suponga que el núcleo puede tratarse como carga puntual. b) ¿Cuál es el campo eléctrico de un protón a una distancia de $5.29 \times 10^{-11} \text{ m}$ del protón? (Éste es el radio de la órbita del electrón en el modelo de Bohr para el estado fundamental del átomo de hidrógeno.)

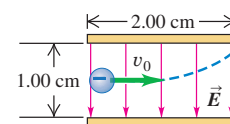
21.31. Dos cargas puntuales están separadas por 25.0 cm (figura 21.37). Encuentre el campo eléctrico neto que producen tales cargas en

a) el punto A y b) en el punto B. c) ¿Cuáles serían la magnitud y la dirección de la fuerza eléctrica que produciría esta combinación de cargas sobre un protón situado en el punto A?

21.32. Campo eléctrico de la Tierra. La tierra tiene una carga eléctrica neta que origina un campo en los puntos cerca de su superficie, y que es igual a 150 N/C , dirigido hacia el centro del planeta. a) ¿Qué magnitud y signo de la carga tendría que adquirir un ser humano de 60 kg , para vencer su peso con la fuerza ejercida por el campo eléctrico terrestre? b) ¿Cuál sería la fuerza de repulsión entre dos personas, cada una con la carga calculada en el inciso a), separadas por una distancia de 100 m ? ¿Es factible el uso del campo eléctrico de nuestro planeta como un medio para volar? ¿Por qué?

21.33. Se lanza un electrón con rapidez inicial $v_0 = 1.60 \times 10^6 \text{ m/s}$ hacia el interior de un campo uniforme entre las placas paralelas de la figura 21.38. Suponga que el campo entre las placas es uniforme y está dirigido verticalmente hacia abajo, y que el campo fuera de las placas es igual a cero. El electrón ingresa al campo en un punto equidis-

Figura 21.38 Ejercicio 21.33.



tante de las dos placas. a) Si el electrón apenas libra la placa superior al salir del campo, encuentre la magnitud del campo eléctrico. b) Suponga que en la figura 21.38 el electrón es sustituido por un protón con la misma rapidez inicial v_0 . ¿Golpearía el protón alguna de las placas? Si el protón no golpea ninguna de las placas, ¿cuáles serían la magnitud y la dirección de su desplazamiento vertical, a medida que sale de la región entre las placas? c) Compare las trayectorias que recorren el electrón y el protón, y explique las diferencias. d) Analice si es razonable ignorar los efectos de la gravedad en cada partícula.

21.34. La carga puntual $q_1 = -5.00 \text{ nC}$ se encuentra en el origen y la carga puntual $q_2 = +3.00 \text{ nC}$ está sobre el eje x en $x = 3.00 \text{ cm}$. El punto P se halla sobre el eje y en $y = 4.00 \text{ cm}$. a) Calcule los campos eléctricos $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ en el punto P debido a las cargas q_1 y q_2 . Expresé los resultados en términos de vectores unitarios (véase el ejemplo 21.6). b) Utilice los resultados del inciso a) para obtener el campo resultante en P, expresado con notación de vectores unitarios.

21.35. En el ejercicio 21.33, ¿cuál es la rapidez del electrón cuando sale del campo eléctrico?

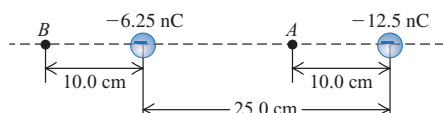
21.36. a) Calcule la magnitud y la dirección (relativa al eje $+x$) del campo eléctrico del ejemplo 21.6. b) Una carga puntual de -2.5 nC está en el punto P de la figura 21.19. Encuentre la magnitud y la dirección de i) la fuerza que la carga de -8.0 nC situada en el origen ejerce sobre esta carga, y ii) la fuerza que esta carga ejerce sobre la carga de -8.0 nC que está en el origen.

21.37. a) Para el electrón de los ejemplos 21.7 y 21.8, compare su peso con la magnitud de la fuerza eléctrica sobre el electrón. En estos ejemplos, ¿es adecuado ignorar la fuerza gravitatoria sobre el electrón? Explique su respuesta. b) Se coloca una partícula con carga $+e$ en reposo entre las placas cargadas de la figura 21.20. ¿Cuál debe ser la masa de este objeto para que permanezca en reposo? Dé su respuesta en kilogramos y en múltiplos de la masa del electrón. c) ¿La respuesta del inciso b) depende de dónde se sitúe el objeto entre las placas? ¿Por qué?

21.38. En la región entre dos placas planas paralelas con carga opuesta, existe un campo eléctrico. Se libera un protón desde el reposo en la superficie de la placa con carga positiva, y golpea la superficie de la placa opuesta, que está a una distancia de 1.60 cm de la primera, en un intervalo de tiempo de $1.50 \times 10^{-6} \text{ s}$. a) Encuentre la magnitud del campo eléctrico. b) Calcule la rapidez del protón cuando golpea la placa con carga negativa.

21.39. Una carga puntual se encuentra en el origen. Si esta carga puntual se toma como punto de origen, ¿cuál es el vector unitario $\hat{r}$ en dirección de a) el punto del campo situado en $x = 0$, $y = -1.35 \text{ m}$; b) el

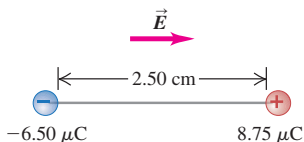
Figura 21.37 Ejercicio 21.31.



punto del campo en $x = 12.0$ cm, $y = 12.0$ cm; c) el punto del campo en $x = -1.10$ m y $y = 2.60$ m. Expresé sus resultados en términos de los vectores unitarios $\hat{i}$ y $\hat{j}$.

21.40. Una carga puntual de $+8.75 \mu\text{C}$ está adherida bajo una mesa horizontal sin fricción. Está unida a una carga puntual de $-6.50 \mu\text{C}$ con un alambre aislante de 2.50 cm. Un campo eléctrico uniforme de magnitud 1.85×10^8 N/C está dirigido en forma paralela al alambre, como se ilustra en la figura 21.39. a) Calcule la tensión en el alambre. b) ¿Cuál sería la tensión si las dos cargas fueran negativas?

Figura 21.39 Ejercicio 21.40.



21.41. a) Un electrón se mueve hacia el este en un campo eléctrico uniforme de 1.50 N/C, dirigido hacia el oeste. En el punto A, la velocidad del electrón es de 4.5×10^5 hacia el este. ¿Cuál es la rapidez del electrón cuando alcanza el punto B, 0.375 m al este del punto A? b) Un protón se mueve en el campo eléctrico uniforme del inciso a). En el punto A, la velocidad del protón es de 1.90×10^4 m/s al este. ¿Cuál es la rapidez del protón en el punto B?

21.42. Campo eléctrico en el núcleo. Los protones en el núcleo están separados alrededor de 10^{-15} m (1 fm). a) ¿Cuál es la magnitud del campo eléctrico producido por un protón que está a una distancia de 1.50 fm? b) ¿Cómo se compara la magnitud de este campo con la del campo del ejemplo 21.7?

Sección 21.5 Cálculos de campos eléctricos

21.43. Dos cargas puntuales positivas q están colocadas sobre el eje x , una en $x = a$ y la otra en $x = -a$. a) Calcule la magnitud y la dirección del campo eléctrico en $x = 0$. b) Obtenga la expresión para el campo eléctrico en puntos sobre el eje x . Use los resultados para graficar la componente x del campo eléctrico en función de x , para valores de x entre $-4a$ y $4a$.

21.44. Dos partículas con cargas $q_1 = 0.500$ nC y $q_2 = 8.00$ nC están separadas por una distancia de 1.20 m. ¿En qué punto de la línea que conecta las dos cargas, el campo eléctrico total producido por ambas cargas es igual a cero?

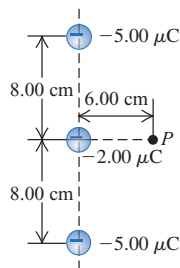
21.45. Una carga puntual de $+2.00$ nC está en el origen, y una segunda carga puntual de -5.00 nC está en el eje x en $x = 0.800$ m. a) Encuentre el campo eléctrico (magnitud y dirección) en cada uno de los puntos siguientes sobre el eje x : i) $x = 0.200$ m; ii) $x = 1.20$ m; iii) $x = -0.200$ m. b) Calcule la fuerza eléctrica neta que las dos cargas ejercerían sobre un electrón colocado en cada punto del inciso a).

21.46. Repita el ejercicio 21.44, pero ahora con $q_1 = -4.00$ nC.

21.47. Tres cargas puntuales negativas están sobre una línea, como se ilustra en la figura 21.40. Encuentre la magnitud y la dirección del campo eléctrico que produce esta combinación de cargas en el punto P, que está a 6.00 cm de la carga de $-2.00 \mu\text{C}$ medida en forma perpendicular a la línea que conecta las tres cargas.

21.48. Una carga puntual positiva q se coloca en $x = a$, y una carga puntual negativa $-q$ se sitúa en $x = -a$. a) Calcule la magnitud y la dirección del campo eléctrico en $x = 0$. b) Ob-

Figura 21.40
Ejercicio 21.47.



tenga una expresión para el campo eléctrico en los puntos sobre el eje x . Use su resultado para graficar la componente x del campo eléctrico en función de x , para valores de x entre $-4a$ y $4a$.

21.49. En un sistema de coordenadas rectangulares, se coloca una carga puntual positiva $q = 6.00 \times 10^{-9}$ en el punto $x = +0.150$ m, $y = 0$ y otra carga puntual idéntica se sitúa en $x = -0.150$ m, $y = 0$. Encuentre las componentes x y y , la magnitud y la dirección del campo eléctrico en los siguientes puntos: a) el origen; b) $x = 0.300$ m, $y = 0$; c) $x = 0.150$ m, $y = -0.400$ m; d) $x = 0$, $y = 0.200$ m.

21.50. Una carga puntual $q_1 = -4.00$ nC se encuentra en el punto $x = 0.600$ m, $y = 0.800$ m; mientras que una segunda carga $q_2 = +6.00$ nC está en el punto $x = 0.600$ m, $y = 0$. Calcule la magnitud y la dirección del campo eléctrico neto en el origen debido a estas dos cargas puntuales.

21.51. Repita el ejercicio 21.49 para el caso en que la carga puntual en $x = +0.150$ m, $y = 0$ es positiva y la otra es negativa, cada una con magnitud de 6.00×10^{-9} C.

21.52. Un alambre delgado y muy largo tiene una carga de 1.50×10^{-10} C/m por unidad de longitud. ¿A qué distancia del alambre la magnitud del campo eléctrico es igual a 2.50 N/C?

21.53. Una carga eléctrica positiva está distribuida a lo largo del eje y con una carga por unidad de longitud de λ . a) Considere el caso en que la carga está distribuida sólo entre los puntos $y = a$ y $y = -a$. Para puntos sobre la parte positiva del eje x , haga la gráfica de la componente x del campo eléctrico en función de x para valores de x entre $x = a/2$ y $x = 4a$. b) En vez de lo anterior, considere el caso en que la carga está distribuida a lo largo de todo el eje y con la misma carga por unidad de longitud λ . Usando la misma gráfica del inciso a), grafique la componente x del campo eléctrico en función de x , para valores de x entre $x = a/2$ y $x = 4a$. Indique cuál gráfica se refiere a cada situación.

21.54. Un alambre de plástico, aislante y recto, mide 8.50 cm de longitud y tiene una densidad de carga de $+175$ nC/m, distribuidos uniformemente a lo largo de su longitud. Se encuentra sobre una mesa horizontal. a) Encuentre la magnitud y la dirección del campo eléctrico que produce este alambre en un punto que está 6.00 cm directamente arriba de su punto medio. b) Si el alambre ahora se dobla para formar un círculo que se tiende sobre la mesa, calcule la magnitud y la dirección del campo eléctrico que produce en un punto que se encuentra 6.00 cm directamente arriba de su centro.

21.55. Un conductor en forma de anillo con radio $a = 2.50$ cm tiene una carga positiva total $Q = +0.125$ nC, distribuida uniformemente en toda su circunferencia, como se aprecia en la figura 21.24. El centro del anillo está en el origen de las coordenadas O . a) ¿Cuál es el campo eléctrico (magnitud y dirección) en el punto P, que está en el eje x en $x = 40.0$ cm? b) En el punto P del inciso anterior se coloca una carga puntual $q = -2.50 \mu\text{C}$. ¿Cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza ejercida por la carga q sobre el anillo?

21.56. Una carga de -6.50 nC está distribuida de manera uniforme sobre la superficie de una cara de un disco aislante con radio de 1.25 cm. a) Obtenga la magnitud y la dirección del campo eléctrico que produce este disco en el punto P sobre el eje del disco a una distancia de 2.00 cm de su centro. b) Suponga que toda la carga se coloca a lejos del centro y se distribuyera de manera uniforme sobre el borde exterior del disco. Determine la magnitud y la dirección del campo eléctrico en el punto P. c) Si toda la carga se lleva al centro del disco, encuentre la magnitud y la dirección del campo eléctrico en el punto P. d) ¿Por qué en el inciso a) el campo es más fuerte que en el inciso b)? ¿Por qué en el inciso c) el campo es el más fuerte de los tres?

21.57. Dos láminas planas, horizontales e infinitas, con carga están separadas una distancia d . La lámina inferior tiene carga negativa con densidad superficial de carga uniforme $-\sigma < 0$. La lámina superior tiene carga positiva con densidad superficial de carga uniforme $\sigma > 0$.

¿Cuál es el campo eléctrico (magnitud y dirección, si el campo es diferente de cero) a) arriba de la lámina superior, b) debajo de la lámina inferior, c) entre las dos láminas?

Sección 21.6 Líneas de campo eléctrico

21.58. Una lámina infinita A tiene una densidad de carga uniforme y positiva, σ ; en tanto que la lámina B , que está a la derecha de A y paralela a ésta, tiene una densidad de carga uniforme y negativa de $-\sigma$. a) Dibuje las líneas de campo eléctrico para este par de láminas. Incluya la región entre las láminas y también las regiones a la izquierda de A y a la derecha de B . b) Repita el inciso a) para el caso en que la lámina B tiene una densidad de carga de $+2\sigma$.

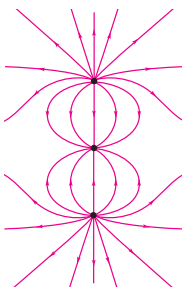
21.59. Suponga que la carga que se muestra en la figura 21.29a está fija en su posición. Después se coloca una partícula pequeña con carga positiva en cierto punto de la figura y se libera. ¿La trayectoria de la partícula sigue una línea de campo eléctrico? ¿Por qué? Suponga ahora que la partícula se sitúa en algún punto de la figura 21.29b y se libera (las cargas positiva y negativa que aparecen en la figura están fijas en su posición). ¿Esta trayectoria seguirá una línea de campo eléctrico? De nuevo, ¿por qué? Explique cualesquiera diferencias entre sus respuestas para las dos situaciones diferentes.

21.60. Dibuje las líneas de campo eléctrico para un disco de radio R con densidad superficial de carga positiva y uniforme σ . Para hacer su diagrama, utilice lo que sabe sobre el campo eléctrico cuando está muy cerca del disco y muy lejos de éste.

21.61. a) Dibuje las líneas de campo eléctrico para una línea de carga infinita. Le será de utilidad mostrar en un diagrama las líneas en un plano que contenga la línea de carga, y en otro las líneas de campo en un plano perpendicular a la línea de carga. b) Explique cómo muestra el diagrama que i) la magnitud E del campo eléctrico sólo depende de la distancia r a partir de la línea de carga, y ii) que E disminuye según $1/r$.

21.62. La figura 21.41 muestra algunas de las líneas de campo eléctrico debidas a tres cargas puntuales situadas a lo largo del eje vertical. Las tres cargas tienen la misma magnitud. a) ¿Cuáles son los signos de las tres cargas? Explique su razonamiento. b) ¿En cuál(es) punto(s) la magnitud del campo eléctrico es la más pequeña? Explique su razonamiento. Diga cómo los campos producidos por cada carga puntual individual se combinan para dar un campo neto pequeño en este(os) punto(s).

Figura 21.41
Ejercicio 21.62.



Sección 21.7 Dipolos eléctricos

21.63. Las cargas puntuales $q_1 = -4.5$ nC y $q_2 = +4.5$ nC están separadas 3.1 mm, y forman un dipolo eléctrico. a) Calcule el momento dipolar eléctrico (magnitud y dirección). b) Las cargas están en un campo eléctrico uniforme, cuya dirección forma un ángulo de 36.9° con la línea que une las cargas. ¿Cuál es la magnitud de este campo si el par de torsión que ejerce sobre el dipolo tiene una magnitud de 7.2×10^{-9} N · m?

21.64. La molécula del amoníaco (NH_3) tiene un momento dipolar de 5.0×10^{-30} C · m. Se colocan moléculas del amoníaco en fase gaseosa en un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$ con magnitud de 1.6×10^6 N/C. a) ¿Cuál es el cambio en la energía potencial eléctrica cuando el momento dipolar de una molécula cambia su orientación con respecto a $\vec{E}$ de paralela a perpendicular? b) ¿A qué temperatura absoluta T la energía cinética traslacional media, $\frac{3}{2}kT$, de una molécula es igual al cam-

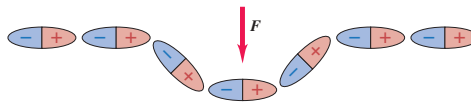
bio en energía potencial calculado en el inciso a)? (Nota: arriba de esta temperatura, la agitación térmica impide que los dipolos se alineen con el campo eléctrico.)

21.65. En el ejemplo 21.15, el resultado aproximado $E \approx p/2\pi\epsilon_0 y^3$ se obtuvo del campo eléctrico de un dipolo en puntos sobre el eje del dipolo. a) Vuelva a obtener este resultado obteniendo el denominador común de las fracciones en la expresión para E_y , como se describió en el ejemplo 21.15. b) Explique por qué el resultado aproximado también da la expresión aproximada correcta de E_y para $y < 0$.

21.66. El momento dipolar de la molécula de agua (H_2O) es 6.17×10^{-30} C · m. Considere una molécula de agua localizada en el origen, cuyo momento dipolar $\vec{p}$ apunta en la dirección positiva del eje x . Un ion de cloro (Cl^-) de carga -1.60×10^{-19} C está ubicado en $x = 3.00 \times 10^{-9}$ m. Encuentre la magnitud y la dirección de la fuerza eléctrica que la molécula de agua ejerce sobre el ion de cloro. ¿Esta fuerza es de atracción o de repulsión? Suponga que x es mucho mayor que la separación d entre las cargas en el dipolo, por lo que se puede usar la expresión aproximada para el campo eléctrico a lo largo del eje del dipolo que se obtuvo en el ejemplo 21.15.

21.67. Tensión superficial. La superficie de un líquido polar, como el agua, se puede considerar como una serie de dipolos encadenados en el arreglo estable donde los vectores del momento dipolar son paralelos a la superficie y todos apuntan en la misma dirección. Ahora suponga que algo presiona la superficie hacia adentro y desordena los dipolos, como se ilustra en la figura 21.42. a) Demuestre que los dos dipolos inclinados ejercen una fuerza neta hacia arriba sobre el dipolo entre ellos, por lo que se oponen a la fuerza externa dirigida hacia abajo. b) Demuestre que los dipolos se atraen entre sí, por lo que oponen resistencia a separarse. La fuerza entre los dipolos se opone a la penetración de la superficie del líquido y es un modelo sencillo de la tensión superficial (véase la sección 14.3 y la figura 14.15).

Figura 21.42 Ejercicio 21.67.



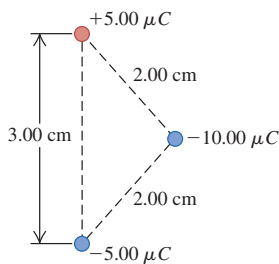
21.68. Considere el dipolo eléctrico del ejemplo 21.15. a) Obtenga una expresión para la magnitud del campo eléctrico producido por el dipolo en un punto localizado en el eje x de la figura 21.34. ¿Cuál es la dirección de este campo eléctrico? b) ¿Cómo el campo eléctrico, en puntos que están sobre el eje x , depende de x cuando x es muy grande?

21.69. Par de torsión sobre un dipolo. Un dipolo eléctrico con momento dipolar $\vec{p}$ está en un campo eléctrico uniforme $\vec{E}$. a) Encuentre las orientaciones del dipolo para el que el par de torsión sobre el dipolo es igual a cero. b) ¿Cuál de las orientaciones en el inciso a) es estable, y cuál es inestable? (Sugerencia: considere un pequeño desplazamiento fuera de la posición de equilibrio y analice lo que ocurre.) c) Demuestre que para la orientación estable del inciso b), el propio campo eléctrico del dipolo tiende a oponerse al campo externo.

21.70. Un dipolo que consiste en cargas $\pm e$ separadas 220 nm se coloca entre dos láminas muy largas (infinitas, en esencia) que tienen densidades de carga iguales pero opuestas de $125 \mu\text{C}/\text{m}^2$. a) ¿Cuál es la energía potencial máxima que este dipolo puede tener debido a las láminas, y cómo debería orientarse en relación con las láminas para que adquiriera ese valor? b) ¿Cuál es el par de torsión máximo que las láminas pueden ejercer sobre el dipolo, y cómo deberían orientarse con respecto a las láminas para que adquirieran este valor? c) ¿Cuál es la fuerza neta que ejercen las dos láminas sobre el dipolo?

21.71. Tres cargas están en las esquinas de un triángulo isósceles, como se ilustra en la figura 21.43. Las cargas de $\pm 5.00 \mu\text{C}$ forman un dipolo. *a)* Calcule la fuerza (magnitud y dirección) que la carga de $-10.00 \mu\text{C}$ ejerce sobre el dipolo. *b)* Para un eje perpendicular a la línea que une las cargas de $\pm 5.00 \mu\text{C}$, en el punto medio de dicha línea, obtenga el par de torsión (magnitud y dirección) que la carga de $-10.00 \mu\text{C}$ ejerce sobre el dipolo.

Figura 21.43 Ejercicio 21.71.



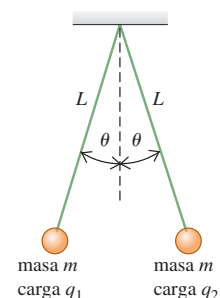
Problemas

21.72. Se coloca una carga $q = +5.00 \text{ nC}$ en el origen de un sistema de coordenadas xy , y una carga $q_2 = -2.00 \text{ nC}$ se sitúa sobre la parte positiva del eje x , en $x = 4.00 \text{ cm}$. *a)* Si ahora se coloca una tercera carga $q_3 = +6.00 \text{ nC}$ en el punto $x = 4.00 \text{ cm}$, $y = 3.00 \text{ cm}$, determine las componentes x y y de la fuerza total ejercida sobre esta carga por las otras dos. *b)* Calcule la magnitud y la dirección de esta fuerza.

21.73. Se mantienen fijas dos cargas puntuales positivas sobre el eje x en $x = a$ y $x = -a$. Se coloca una tercera carga puntual, q , con masa m , sobre el eje x , fuera del origen en una coordenada x tal que $|x| \ll a$. Después se libera la carga q , que tiene libertad de movimiento a lo largo del eje x . *a)* Obtenga la frecuencia de oscilación de la carga q . (Sugerencia: repase la definición de movimiento armónico simple en la sección 13.2. Utilice la expansión binomial $(1+z)^n = 1 + nz + n(n-1)z^2/2 + \dots$, válida para el caso en que $|z| < 1$.) *b)* Suponga ahora que la carga q se colocara sobre el eje y en una coordenada y tal que $|y| \ll a$, y luego se liberara. Si esta carga tuviera libertad para moverse a cualquier parte del plano xy , ¿qué pasaría con ella? Explique su respuesta.

21.74. Dos esferas idénticas con masa m cuelgan de cordones sintéticos con longitud L , como se indica en la figura 21.44. Cada esfera tiene la misma carga, por lo que $q_1 = q_2 = q$. El radio de cada esfera es muy pequeño en comparación con la distancia entre las esferas, por lo que pueden considerarse cargas puntuales. Demuestre que si el ángulo θ es pequeño, la separación de equilibrio d entre las esferas es $d = (q^2 L / 2\pi\epsilon_0 mg)^{1/3}$. (Sugerencia: si θ es pequeña, entonces $\theta \approx \sin \theta$.)

Figura 21.44 Problemas 21.74, 21.75 y 21.76.



21.75. Dos esferas pequeñas con masa $m = 15.0$ cuelgan de cordones de seda con longitud $L = 1.20 \text{ m}$ desde un punto común (figura 21.44). Cuando se da a las esferas cantidades iguales de carga negativa, de modo que $q_1 = q_2 = q$, cada cordón cuelga con $\theta = 25.0^\circ$ con respecto a la vertical. *a)* Elabore un diagrama que muestre las fuerzas sobre cada esfera. Trate las esferas como cargas puntuales. *b)* Encuentre la magnitud de q . *c)* Ahora se acortan ambas cuerdas a una longitud $L = 0.600 \text{ m}$; en tanto que las cargas q_1 y q_2 permanecen iguales. ¿Qué nuevo ángulo formará cada cordón con la vertical? (Sugerencia: esta parte del problema se puede resolver numéricamente con valores para θ y ajustándolos hasta que se obtenga una respuesta consistente.)

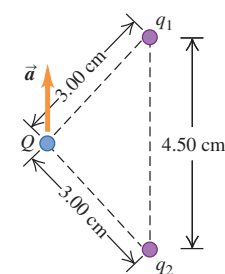
21.76. Dos esferas idénticas están atadas a cordones sintéticos de longitud $L = 0.500 \text{ m}$ y cuelgan de un punto común (figura 21.44). Cada esfera tiene masa $m = 8.00 \text{ g}$. El radio de cada esfera es muy

pequeño en comparación con la distancia entre ambas, por lo que pueden considerarse cargas puntuales. Se da carga positiva q_1 a una esfera, y a la otra carga positiva diferente q_2 ; esto hace que las esferas se separen, de manera que cuando están en equilibrio cada cordón forma un ángulo $\theta = 20.0^\circ$ con la vertical. *a)* Dibuje un diagrama de cuerpo libre para cada esfera cuando están en equilibrio, e indique todas las fuerzas que actúan sobre cada esfera. *b)* Determine la magnitud de la fuerza electrostática que actúa sobre cada esfera, y determine la tensión en cada cordón. *c)* Con base en la información proporcionada, ¿qué puede decirse sobre las magnitudes de q_1 y q_2 ? Explique sus respuestas. *d)* Ahora se conecta un alambre pequeño entre las esferas, lo cual permite que se transfiera carga de una a otra, hasta que ambas esferas tengan la misma carga; entonces se quita el conductor. Ahora, cada cuerda forma un ángulo de 30.0° con la vertical. Determine las cargas originales. (Sugerencia: se conserva la carga total sobre el par de esferas.)

21.77. El cloruro de sodio (NaCl , sal de mesa común) está formado por iones de sodio positivos (Na^+) y iones de cloruro negativos (Cl^-). *a)* Si una carga puntual, con las mismas carga y masa que todos los iones de Na^+ en 0.100 moles de NaCl , está a 2.00 cm de una carga puntual con las mismas carga y masa que todos los iones de Cl^- , ¿cuál es la magnitud de la fuerza de atracción entre esas dos cargas puntuales? *b)* Si la carga puntual positiva del inciso *a)* se mantiene en su lugar y la carga puntual negativa se libera del resto, ¿cuál será su aceleración inicial? (Véase el Apéndice D, para las masas atómicas.) *c)* ¿Parece razonable que los iones en el NaCl pudieran separarse de esta manera? ¿Por qué? (En realidad, cuando el cloruro de sodio se disuelve en agua, se separa en iones de Na^+ y Cl^- . Sin embargo, en esta situación hay fuerzas eléctricas adicionales ejercidas por las moléculas de agua sobre los iones.)

21.78. Dos cargas puntuales q_1 y q_2 se colocan a una distancia de 4.50 m entre sí. Otra carga puntual $Q = -1.75 \mu\text{C}$ con masa de 5.00 g se sitúa inicialmente a 3.00 cm de cada una de estas cargas (figura 21.45) y se libera del resto. Usted observa que la aceleración inicial de Q es de 324 m/s^2 hacia arriba, paralela a la línea que une las dos cargas puntuales. Encuentre q_1 y q_2 .

Figura 21.45 Problema 21.78.



21.79. Se colocan tres cargas puntuales idénticas q en cada una de tres esquinas de un cuadrado de lado L . Obtenga la magnitud y la dirección de la fuerza neta sobre una carga puntual de $-3q$ que se sitúa *a)* en el centro del cuadrado, y *b)* en la esquina vacía del cuadrado. En cada caso, dibuje un diagrama de cuerpo libre que muestre las fuerzas ejercidas sobre la carga de $-3q$ por cada una de las otras tres cargas.

21.80. Se colocan tres cargas puntuales sobre el eje y : una carga q en $y = a$, una carga $-2q$ en el origen, y una carga q en $y = -a$. Este arreglo se denomina cuadrupolo eléctrico. *a)* Calcule la magnitud y la dirección del campo eléctrico en los puntos sobre la parte positiva del eje x . *b)* Use la expansión binomial para encontrar una expresión aproximada para el campo eléctrico, válida para $x \gg a$. Compare este comportamiento con el del campo eléctrico de una carga puntual y con el del campo eléctrico de un dipolo.

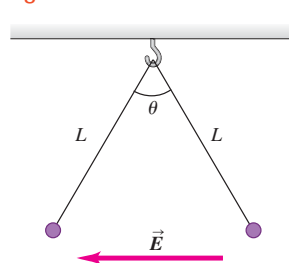
21.81. Intensidad de la fuerza eléctrica. Imagine dos bolsas de 1.0 g de protones, una en el Polo Norte de la Tierra y la otra en el Polo Sur. *a)* ¿Cuántos protones hay en cada bolsa? *b)* Calcule la atracción gravitatoria y la repulsión eléctrica que ejerce cada bolsa sobre la otra. *c)* ¿Las fuerzas del inciso *b)* son lo suficientemente grandes para que las percibiera usted, si cargara una de las bolsas?

21.82. Fuerza eléctrica dentro del núcleo. Las dimensiones normales de los núcleos atómicos son del orden de 10^{-15} m (1 fm). a) Si dos protones en un núcleo están separados por 2.0 fm, encuentre la magnitud de la fuerza eléctrica que cada uno ejerce sobre el otro. Expresé la respuesta en newtons y en libras. ¿Esta fuerza sería lo suficientemente grande como para que la sintiera un ser humano? b) Como los protones se repelen entre sí con mucha intensidad, ¿por qué no salen disparados del núcleo?

21.83. Si los átomos no fueran neutros... Puesto que las cargas en el electrón y el protón tienen el mismo valor absoluto, los átomos son eléctricamente neutros. Suponga que esto no fuera muy cierto, y que el valor absoluto de la carga del electrón fuera 0.00100% menor que la carga del protón. a) Estime cuál sería la carga neta de este libro en tales circunstancias. Haga cualesquiera suposiciones que crea usted que están justificadas, pero diga con claridad cuáles son. (Sugerencia: la mayoría de átomos en este libro tienen números iguales de electrones, protones y neutrones.) b) ¿Cuál sería la magnitud de la fuerza eléctrica entre dos libros colocados a 5.0 m uno del otro? ¿Esta fuerza sería de atracción o de repulsión? Estime cuál sería la aceleración de cada libro, si estuvieran separados por una distancia de 5.0 m y no hubiera fuerzas eléctricas sobre ellos. c) Analice cómo el hecho de que la materia ordinaria sea estable demuestra que los valores absolutos de las cargas del electrón y protón deben ser idénticas con un grado muy alto de exactitud.

21.84. Dos esferas diminutas de masa m tienen cargas iguales pero opuestas de magnitud q . Se atan al mismo gancho del techo con cuerdas ligeras de longitud L . Cuando se activa un campo eléctrico horizontal y uniforme E , las esferas cuelgan con un ángulo θ entre las cuerdas (figura 21.46). a) ¿Cuál esfera (derecha o izquierda) es positiva, y cuál es negativa? b) Encuentre el ángulo θ entre las cuerdas en términos de E , q , m y g . c) A medida que el campo eléctrico incrementa su intensidad en forma gradual, ¿cuál es el resultado del inciso b) para el ángulo θ más grande posible?

Figura 21.46 Problema 21.84.



21.85. Dos esferas de cobre pequeñas tienen un radio de 1.00 mm cada una. a) ¿Cuántos átomos contiene cada esfera? b) Suponga que cada átomo de cobre contiene 29 protones y 29 electrones. Sabemos que los electrones y los protones tienen cargas de exactamente la misma magnitud, pero estudiemos el efecto de diferencias pequeñas (véase también el problema 21.83). Si la carga de un protón es $+e$ y la magnitud de la carga de un electrón fuera 0.100% más pequeña, ¿cuál sería la carga neta de cada esfera y qué fuerza ejercería una esfera sobre la otra, si estuvieran separadas 1.00 m?

21.86. Operación de una impresora de inyección de tinta. En una impresora de inyección de tinta, las letras se forman rociando tinta en el papel mediante una boquilla en movimiento rápido. Las gotas de tinta, que tienen una masa de 1.4×10^{-8} g cada una, salen de la boquilla y viajan hacia el papel a 20 m/s, pasando a través de una unidad de carga que da a cada gota una carga q positiva al quitarle algunos de sus electrones. Las gotas pasan después entre placas deflectoras paralelas de 2.0 cm de largo, donde hay un campo eléctrico vertical y uniforme con magnitud de 8.0×10^4 N/C. Si una gota se debe desviar 0.30 mm en el momento que alcance el extremo de las placas deflectoras, ¿qué magnitud de carga se tiene que dar a la gota?

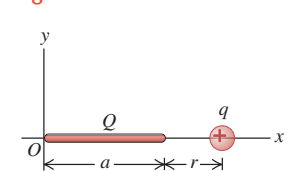
21.87. Un protón se proyecta en un campo eléctrico uniforme que apunta verticalmente hacia arriba y tiene magnitud E . La velocidad inicial del protón tiene una magnitud v_0 y está dirigida con un ángulo α por debajo de la horizontal. a) Encuentre la distancia máxima $h_{\text{máx}}$ que el protón desciende verticalmente por debajo de su elevación inicial. Ignore las fuerzas gravitatorias. b) ¿Después de qué distancia horizon-

tal d el protón regresa a su elevación original? c) Haga un diagrama de la trayectoria del protón. d) Encuentre los valores numéricos de $h_{\text{máx}}$ y d si $E = 500$ N/C, $v_0 = 4.00 \times 10^5$ m/s y $\alpha = 30.0^\circ$.

21.88. Una carga puntual negativa $q_1 = -4.00$ nC está en el eje x en $x = 0.60$ m. Una segunda carga puntual q_2 está sobre el eje x en $x = -1.20$ m. ¿Cuáles deben ser el signo y la magnitud de q_2 para que el campo eléctrico neto en el origen sea de a) 50.0 N/C en la dirección $+x$, y de b) 50.0 N/C en la dirección $-x$?

21.89. Una carga positiva Q está distribuida de manera uniforme a lo largo del eje x , de $x = 0$ a $x = a$. Una carga puntual positiva q se localiza en la parte positiva del eje x , en $x = a + r$, una distancia r a la derecha del final de Q (figura 21.47). a) Calcule las componentes x y

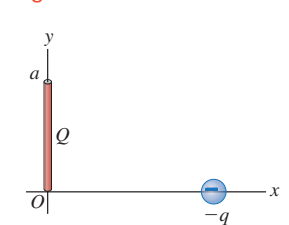
Figura 21.47 Problema 21.89.



y del campo eléctrico producido por la distribución de carga Q en puntos sobre el eje x positivo, donde $x > a$. b) Calcule la fuerza (magnitud y dirección) que la distribución de carga Q ejerce sobre q . c) Demuestre que si $r \gg a$, la magnitud de la fuerza en el inciso b) es aproximadamente $Qq/4\pi\epsilon_0 r^2$. Explique cómo se obtiene este resultado.

21.90. Una carga positiva Q está distribuida de manera uniforme a lo largo del eje y positivo entre $y = 0$ y $y = a$. Una carga puntual negativa $-q$ se encuentra sobre la parte positiva del eje x , a una distancia x del origen (figura 21.48). a) Calcule las componentes x y y del campo eléctrico producido por la distribución de carga Q en puntos sobre la parte

Figura 21.48 Problema 21.90.



positiva del eje x . b) Calcule las componentes x y y de la fuerza que la distribución de carga Q ejerce sobre q . c) Demuestre que si $x \gg a$, $F_x \approx -Qq/4\pi\epsilon_0 x^2$ y $F_y \approx +Qqa/8\pi\epsilon_0 x^3$. Explique por qué se obtiene este resultado.

21.91. Una línea cargada como la que aparece en la figura 21.25 se extiende desde $y = 2.50$ cm hasta $y = -2.50$ cm. La carga total distribuida uniformemente en la línea es -9.00 nC. a) Calcule el campo eléctrico (magnitud y dirección) sobre el eje x en $x = 10.0$ cm. b) ¿La magnitud del campo eléctrico que usted calculó en el inciso anterior es mayor o menor, que el campo eléctrico a 10.0 cm de una carga puntual que tiene la misma carga total en esa línea finita de carga? En términos de la aproximación usada para obtener $E = Q/4\pi\epsilon_0 x^2$ para una carga puntual de la ecuación (21.9), explique por qué sucede esto. c) ¿A qué distancia x el resultado para la línea finita de carga difiere en 1.0% del de la carga puntual?

21.92. Un universo paralelo. Imagine un universo paralelo donde la fuerza eléctrica tiene las mismas propiedades que en el nuestro pero no hay gravedad. En este Universo paralelo el Sol tiene una carga Q , la Tierra tiene una carga $-Q$, y la atracción eléctrica entre ellos mantiene a nuestro planeta en órbita. La Tierra en el Universo paralelo tiene la misma masa, el mismo radio orbital, y el mismo periodo orbital que en nuestro Universo. Calcule el valor de Q . (Consulte el apéndice F, según lo necesite.)

21.93. Un disco con carga uniforme como el de la figura 21.26 tiene un radio de 2.50 cm y una carga total de 4.0×10^{-12} C. a) Obtenga el campo eléctrico (magnitud y dirección) sobre el eje x en $x = 20.0$ cm. b) Demuestre que para $x \gg R$, la ecuación (21.11) se convierte en $E = Q/4\pi\epsilon_0 x^2$, donde Q es la carga total en el disco. c) ¿La magnitud del campo eléctrico que usted obtuvo en el inciso a) es mayor o menor, que la magnitud del campo eléctrico que está a 20.0 cm de una carga puntual que tiene la misma carga total que este disco? En términos de

la aproximación usada en el inciso b) para obtener $E = Q/4\pi\epsilon_0 x^2$ para una carga puntual de la ecuación (21.11), explique por qué ocurre esto. d) ¿Cuál es el porcentaje de diferencia entre los campos eléctricos producidos por el disco finito y por una carga puntual con la misma carga en $x = 20.0$ cm y en $x = 10.0$ cm?

21.94. a) Sea $f(x)$ una función par de x , de modo que $f(x) = f(-x)$. Demuestre que $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$. (Sugerencia: escriba la integral desde $-a$ hasta a como la suma de la integral desde $-a$ hasta 0 , y la integral desde 0 hasta a . En la primera integral, haga el cambio de variable $x' = -x$.) b) Sea $g(x)$ una función impar de x de modo que $g(x) = -g(-x)$. Use el método dado en la sugerencia para el inciso a), con la finalidad de demostrar que $\int_{-a}^a g(x) dx = 0$. c) Utilice el resultado del inciso b) para demostrar por qué E_y en el ejemplo 21.11 (sección 21.5) es igual a cero.

21.95. Una carga positiva $+Q$ está distribuida uniformemente a lo largo del eje $+x$, de $x = 0$ a $x = a$. Una carga negativa $-Q$ está distribuida de modo también uniforme a lo largo del eje $-x$, de $x = 0$ a $x = -a$. a) Una carga puntual positiva q está sobre el eje y positivo, a una distancia y del origen. Encuentre la fuerza (magnitud y dirección) que las distribuciones de carga positiva y negativa ejercen juntas sobre q . Demuestre que esta fuerza es proporcional a y^{-3} para $y \gg a$. b) Suponga que la carga puntual positiva q está sobre el eje x positivo, a una distancia $x > a$ del origen. Encuentre la fuerza (magnitud y dirección) que la distribución de carga ejerce sobre q . Demuestre que esta fuerza es proporcional a x^{-3} para $x \gg a$.

21.96. Una carga positiva Q está distribuida de manera uniforme alrededor de un semicírculo de radio a (figura 21.49). Encuentre el campo eléctrico (magnitud y dirección) en el centro de curvatura P .

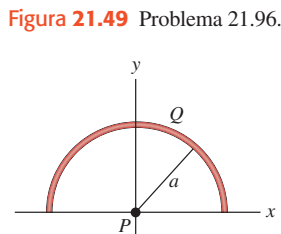


Figura 21.49 Problema 21.96.

21.97. La carga negativa $-Q$ está distribuida uniformemente alrededor de un cuarto de círculo de radio a que se encuentra en el primer cuadrante, con el centro de curvatura en el origen. Calcule las componentes x y y del campo eléctrico neto en el origen.

21.98. Una esfera pequeña con masa m tiene una carga positiva q y está atada a un extremo de una cuerda sintética de longitud L . El otro extremo de la cuerda está atado a una lámina aislante, vertical y larga, que tiene una densidad superficial de carga positiva σ . Demuestre que cuando la esfera está en equilibrio, la cuerda forma un ángulo igual a $\arctan(q\sigma/2mg\epsilon_0)$ con la lámina vertical.

21.99. Dos alambres no conductores de 1.20 m forman un ángulo recto. Un segmento tiene $+2.50 \mu\text{C}$ de carga, distribuida de modo uniforme a lo largo de su longitud; mientras que el otro segmento tiene $-2.50 \mu\text{C}$ de carga, distribuida de modo uniforme a lo largo de su longitud, como se ilustra en la figura 21.50. a) Encuentre la magnitud y la dirección del campo eléctrico que producen estos alambres en el punto P , que está a 60.0 cm de cada alambre. b) Si un electrón se libera en P , ¿cuáles son la magnitud y la dirección de la fuerza neta que ejercen estos alambres sobre él?

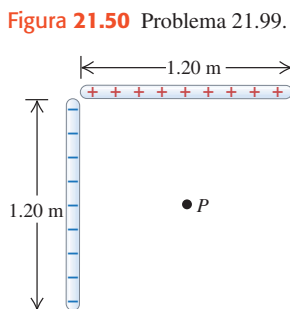


Figura 21.50 Problema 21.99.

21.100. Dos láminas paralelas muy grandes están separadas 5.00 cm. La lámina A tiene una densidad superficial de carga uniforme de $-9.50 \mu\text{C}/\text{m}^2$; y la lámina B, que está a la derecha de A, tiene una carga uniforme de $-11.6 \mu\text{C}/\text{m}^2$. Suponga que las láminas son lo sufi-

cientemente grandes como para considerarse infinitas. Encuentre la magnitud y la dirección del campo eléctrico neto que las láminas producen en un punto a) 4.00 cm a la derecha de la lámina A; b) 4.00 cm a la izquierda de la lámina A; c) 4.00 a la derecha de la lámina B.

21.101. Repita el problema 21.100 para el caso en que la lámina B sea positiva.

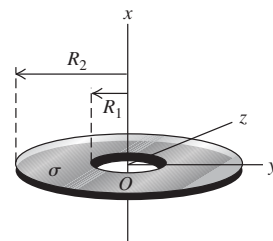
21.102. Dos láminas horizontales muy largas están separadas 4.25 cm y tienen densidades superficiales de carga uniforme, iguales pero de signo contrario, de magnitud σ . Usted desea usar las láminas para mantener estacionaria en la región entre ellas una gotita de aceite con masa de $324 \mu\text{g}$, que tiene cinco electrones excedentes. Suponga que la gotita está en el vacío. a) ¿Cuál debería ser la dirección del campo eléctrico entre las placas, y b) cuál debería ser el valor de σ ?

21.103. Una lámina infinita con carga positiva por unidad de área σ está en el plano xy . Una segunda lámina infinita con carga negativa por unidad de área $-\sigma$ está en el plano yz . Encuentre el campo eléctrico neto en todos los puntos que no estén en ninguno de esos planos. Expresese su respuesta en términos de los vectores unitarios $\hat{i}$, $\hat{j}$ y $\hat{k}$.

21.104. Un disco delgado con un agujero circular en el centro, llamado *corona circular*, tiene un radio interior R_1 y un radio exterior R_2 (figura 21.51). El disco tiene una densidad superficial de carga uniforme y positiva σ en su superficie. a) Determine la carga eléctrica total en la corona circular. b) La corona circular se encuentra en el plano yz , con su centro en el origen. Para un punto arbitrario en el eje x (el eje de la corona circular), encuentre la magnitud y la dirección del campo eléctrico $\vec{E}$. Considere puntos arriba y abajo de la corona circular en la figura 21.51. c) Demuestre que en puntos sobre el eje x que estén suficientemente cerca del origen, la magnitud del campo eléctrico es aproximadamente proporcional a la distancia entre el centro de la corona circular y el punto. ¿Qué tan cerca es "suficientemente cerca"? d) Una partícula puntual con masa m y carga negativa $-q$ tiene libertad de movimiento a lo largo del eje x (pero no puede apartarse del eje). Originalmente, la partícula está en reposo en $x = 0.01R_1$ y luego se libera. Encuentre la frecuencia de oscilación de la partícula. (Sugerencia: repase la sección 13.2. La corona circular permanece estacionaria.)

Figura 21.51

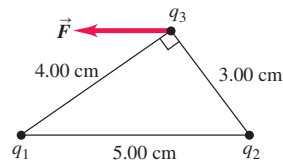
Problema 21.104.



Problemas de desafío

21.105. Tres cargas se colocan como se ilustra en la figura 21.52. La magnitud de q_1 es $2.00 \mu\text{C}$, pero no se conocen su signo ni el valor de la carga q_2 . La carga q_3 es de $+4.00 \mu\text{C}$, y la fuerza neta $\vec{F}$ sobre q_3 está por completo en la dirección negativa del eje x . a) Considere los diferentes signos posibles de q_1 y que hay cuatro posibles diagramas de fuerza que representan las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ que q_1 y q_2 ejercen sobre q_3 . Dibuje esas cuatro configuraciones de fuerza posibles. b) Con el empleo de los diagramas del inciso a) y la dirección de $\vec{F}$, deduzca los signos de las cargas q_1 y q_2 . c) Calcule la magnitud de q_2 . d) Determine F , la magnitud de la fuerza neta sobre q_3 .

Figura 21.52 Problema de desafío 21.105.

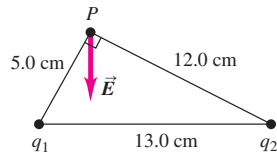


21.106. Dos cargas se colocan como se muestra en la figura 21.53. La magnitud de q_1 es $3.00 \mu\text{C}$, pero se desconocen su signo y el valor de la carga q_2 . La dirección del campo eléctrico neto $\vec{E}$ en el punto P está

por completo en la dirección negativa del eje y . a) Considerando los posibles signos diferentes de q_1 y q_2 , hay cuatro posibles diagramas que podrían representar los campos eléctricos $\vec{E}_1$ y $\vec{E}_2$ producidos por q_1 y q_2 . Dibuje las cuatro posibles configuraciones de campo eléctrico. b) Con el uso de los diagramas del inciso a) y la dirección de $\vec{E}$, deduzca los signos de q_1 y q_2 . c) Determine la magnitud de $\vec{E}$.

21.107. Dos varillas delgadas de longitud L están a lo largo del eje x , una entre $x = a/2$ y $x = a/2 + L$, y la otra entre $x = -a/2$ y $x = -a/2$

Figura 21.53 Problema de desafío 21.106.



— L . Cada varilla tiene carga positiva Q distribuida uniformemente en toda su longitud. a) Calcule el campo eléctrico producido por la segunda varilla en puntos a lo largo del eje x positivo. b) Demuestre que la magnitud de la fuerza que ejerce una varilla sobre la otra es

$$F = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 L^2} \ln \left[\frac{(a+L)^2}{a(a+2L)} \right]$$

c) Demuestre que si $a \gg L$, la magnitud de esta fuerza se reduce a $F = Q^2/4\pi\epsilon_0 a^2$. (Sugerencia: use la expansión $\ln(1+z) = z - z^2/2 + z^3/3 - \dots$, válida para $|z| \ll 1$. Considere todas las expansiones al menos hasta el orden L^2/a^2 .) Interprete este resultado.