

## Mecánica newtoniana

### CAPITULO

# 4

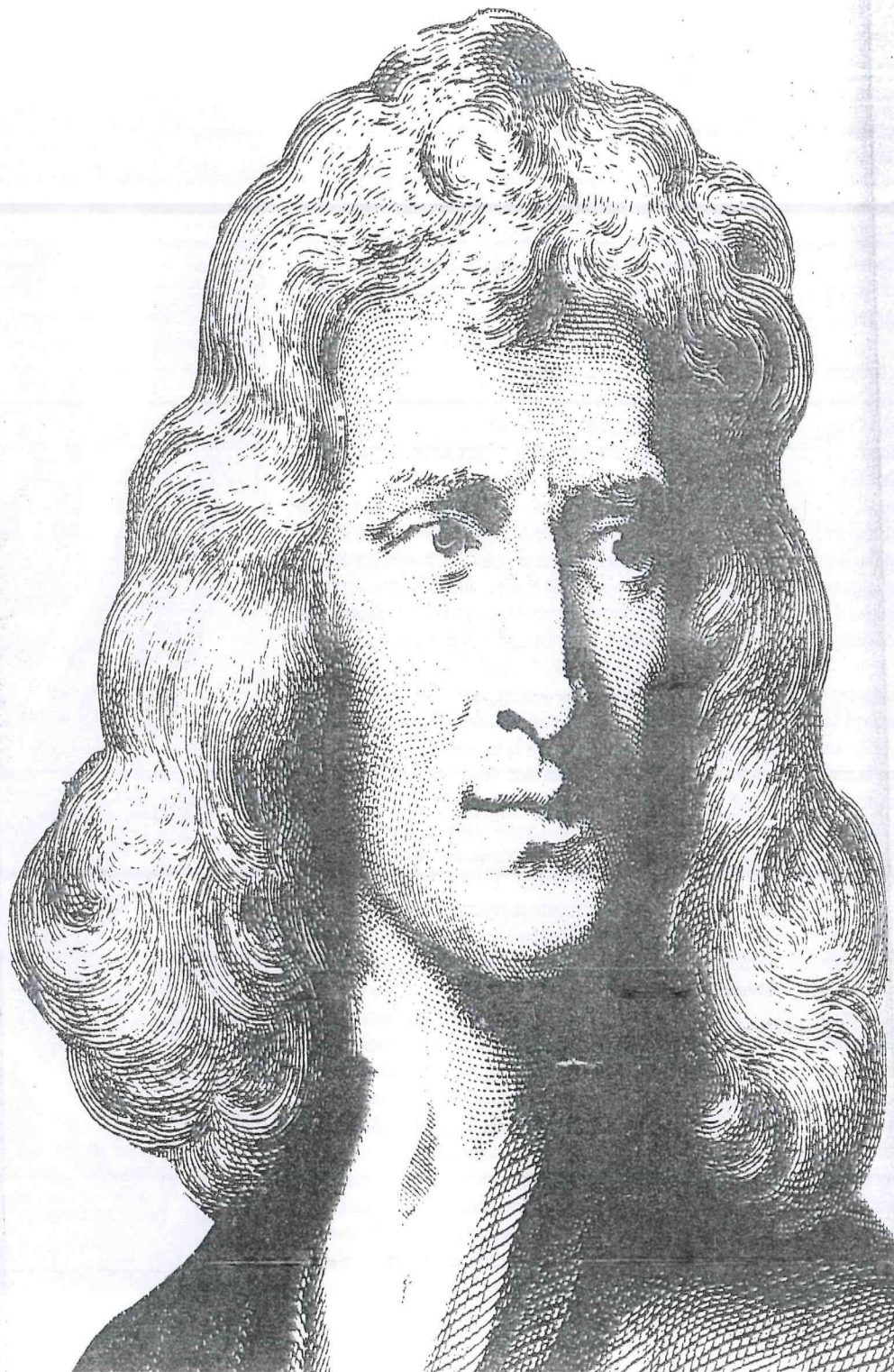
La primera parte de este capítulo es una breve introducción a *sir Isaac*, el genio y el hombre. La segunda parte constituye el tema fundamental. En él, se vuelve a estudiar **la masa y el momento lineal** expresados en términos modernos; se introducen las **tres leyes de Newton** y se examina el **principio de conservación del momento**. La última sección es, en su mayor parte, una serie de aplicaciones de estas nociones a situaciones familiares. ¿Cómo caminamos? ¿Cómo saltamos?, y ese tipo de cosas. El objetivo es reforzar la nueva interpretación y, al hacerlo, acostumbrarnos a pensar sobre el mundo que nos rodea en términos de estos conceptos poderosos —para asimilarlos, para hacerlos nuestros.

Pequeño y frágil, Isaac Newton vino al mundo en 1642, después de la muerte de su padre; nació prematuramente con pocas esperanzas de sobrevivir. Fue casi un siglo después de la publicación de *De Revolutionibus* y en los albores de la guerra civil inglesa. La sangre corría por los amplios campos ondulados de los alrededores de Woolsthorpe, donde el pequeño Newton era señor de una modesta granja. Cuando tenía cuatro años, su madre, Hanna Ayscough Newton, mujer noble, se casó de nuevo y fue a vivir con su nuevo esposo, hombre viejo y rico, abandonando a Isaac al cuidado de su abuela. Casi tres años más tarde, Carlos I se separó públicamente de su real cabeza e Inglaterra se convirtió en una comunidad sin rey y puritana. Oliver Cromwell, *lord* Protector a perpetuidad, gobernó las Islas Británicas con poder absoluto. La «Inglaterra Feliz» dio paso a la austeridad de su dictadura, al ritmo sombrío de su fe calvinista.

El día de la muerte de Cromwell, en 1658, una gran tor-

#### 4.1— COMO UN NIÑO, JUGANDO

En la página anterior, grabado de Isaac Newton tomado de una pintura de Godfrey Kneller. Nos da una idea del Newton informal de Cambridge en 1689.



Anotaciones en el  
*Libro de Cuentas de Newton*  
1665-1669

	E	s	d
Taladradores, punzones, una piedra de afilar, un martillo y un mandril	0	5	0
Un imán	0	16	0
Brújulas	0	3	0
Niveles de vidrio	0	4	0
Gastos de mi licenciatura	0	17	6
En la taberna alguna que otra vez	1	0	0
Gastado con mi primo Ayscough	0	12	6
Con otros amigos	0	10	0
Tela, 2 yardas, y hebillas para un chaleco	2	0	0
Inteligencias filosóficas	0	9	6
La historia de la Royal Society	0	7	0
Libro de Gunter y sector al doctor Fox	0	5	0
En la taberna dos veces	0	3	6
Fui al campo, 4 diciembre, 1667			
Volvi a Cambridge, 12 febrero, 1668			
Recibido de mi madre	30	0	0
Para mi graduación en la universidad	5	10	0
Al censor universitario	2	0	0
Por tres prismas	3	0	0
Cuatro onzas de masilla	0	1	4
Prestado al doctor Wiggins	1	7	6
Miscelánea de Bacon	0	1	6
Gastos causados por mi graduación	0	15	0
Encuadernación de una biblia	0	3	0
Naranjas para mi hermana	0	4	2
Gastado en mi viaje a Londres, y 4 ó 5 chelines más que mi madre me dio en el campo	5	10	0
Prestado al doctor Wiggins	0	11	0
Abril 1669			
Para vasos en Cambridge			
Para vasos en Londres			
Para aguafuertes, sublimados, óleo rosa, plata fina, antimonio, vinagre, alcohol de vino, blanco de plomo, sal de tártaro...	2	0	0
Un horno	9	8	0
Horno de aire	0	7	0
Theatrum chemicum	1	8	0
Prestado a Wardwell, 3 chelines, y a su mujer, 2 chelines	0	5	0

menta asoló todo el reino. Y Newton, que tenía entonces 16 años, acostumbraba a contar en su vejez cómo se lanzaba contra las ráfagas de viento para medir su fuerza. Mucho después, sarcásticamente, decía que éste había sido su primer experimento en física.

Aunque no fue especialmente precoz, Newton fue mejor estudiante que granjero, y Hanna, de nuevo viuda, lo envió al Trinity College, en Cambridge. Cuando abandonó Lincolnshire para ir a la universidad en 1661, Inglaterra tenía un nuevo monarca, Carlos II, y Newton una nueva novia, una tal señorita Storey.

El susceptible, tranquilo y religioso joven de la campiña puritana llegó a la gran ciudad universitaria cuando ésta estaba sacudiéndose las represiones de la Comunidad. Estaba algo desconcertado por el espíritu estridente y lascivo reinante en Cambridge, y parece ser que en cierto modo se apoderó de él —algunas visitas a la taberna, algunas partidas de cartas y poco más—. Newton empezó en el Trinity como subbecario, ganándose el precio de su educación y alojamiento con recados domésticos y, cuando se le requería, yendo a buscar alguna ración de comida a la cocina. También esto contribuyó a su aislamiento, como si su propia falta de sociabilidad no hubiera sido suficiente.

Tres años y medio después de matricularse, Newton alcanzó su licenciatura en artes, y pocos meses más tarde huyó de Cambridge para escapar de la Gran Peste de 1664-1665. La Peste Negra había asolado de manera horrible a Europa durante los siglos XIV, XV y XVI, disminuyendo paulatinamente en intensidad y espanto hasta el verano de 1665, cuando de nuevo volvió virulentamente en todo su horror, encarnizándose con una furia tan desatada que sólo en Londres perecieron 31 000 personas.

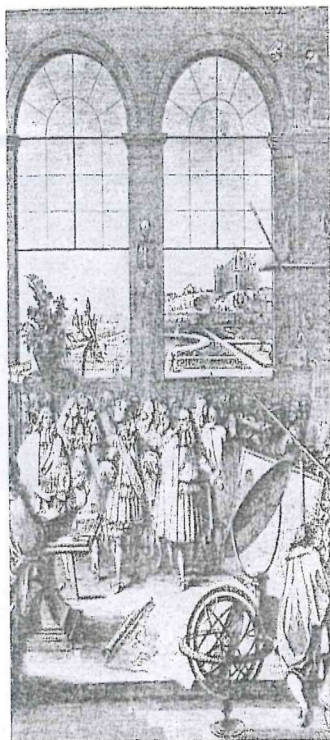
Los dos años de retiro en Woolsthorpe fueron sus años dorados de increíble creatividad, «pues en aquellos años» escribió: «Estaba en lo mejor de mi edad para la invención, y mejor predispuesto para la matemática y la filosofía que en cualquier época posterior.» En la tranquila campiña de su adolescencia, el aún desconocido joven aplicó, con intensidad maravillosa, su genio extraordinario. John Wallis, en Oxford, el matemático inglés más destacado de su tiempo, había desarrollado el análisis de Descartes utilizando series infinitas, y en 1665, Newton, ampliando dicha labor, formuló su *teorema del binomio*. En noviembre había adelantado tanto, que pudo avanzar el método de *fluxión*, es decir, el cálculo diferencial. En dos meses formuló la «teoría de los colores», con la que más tarde revolucionaría el estudio de la óptica. En mayo de 1666,

volviendo a la matemática, había construido el «método inverso de fluxiones», conocido ahora como cálculo integral. Y de nuevo con la física, su verdadera devoción, el hallazgo cumbre de Newton —la *ley universal de la gravedad*—. En una corta y solitaria explosión de milagrosa creatividad, había inventado el cálculo, descubierto la naturaleza compuesta de la luz blanca y la ley de la gravedad; y no se lo dijo a nadie. Extrañamente, Newton dejó a un lado gran parte de lo realizado, y lo olvidó durante 13 años. Tenía entonces veintitrés años y medio. Afuera, la plaga hacía estragos, el gran incendio consumió Londres, e Inglaterra y la República de Holanda estaban enzarzadas en una guerra mortal por una plaza lejana que los británicos habían capturado y rebautizado como Nueva York. Y en el tranquilo jardín, en el mundo distante de su propia mente, solo, este intelecto incomparable florecía lejos del tumulto.

Newton volvió a Cambridge a comienzos de 1667 y pronto fue nombrado miembro del Consejo de Gobierno del Trinity College. Para entonces, su compromiso con la señorita Storey se había desvanecido hasta lo que no sería sino una estrecha amistad que se mantuvo durante toda su vida. El maestro de Newton en Cambridge, Isaac Barrow, fue el primer hombre que obtuvo la prestigiosa Cátedra Lucasiana de Matemática. En 1668, Mercator publicó una determinación del área bajo una curva parabólica, y Barrow, que conocía el interés de su estudiante por las series infinitas, se la mostró al joven Isaac. Fue entonces cuando, por primera vez, reveló que él ya había resuelto ese problema cuatro años antes. Barrow, a quien sólo entonces Newton mostró sus notas sobre fluxiones, quedó asombrado ante la prodigiosa realización. Reconociendo en Newton «un genio sin parangón», Barrow (que sólo tenía 39 años), en 1669, cedió su puesto al joven sabio. A los 27 años, Newton fue nombrado catedrático lucasiano. Libre ahora para seguir sus propias inclinaciones, en seguida se concentró en el estudio de la luz.

En 1672 envió un informe de su trabajo a la Royal Society y esperó, bastante seguro de sí mismo, el reconocimiento que creía merecer. Aunque el trabajo era un opúsculo simple y claramente descriptivo que presentaba los resultados de sus magníficos experimentos de óptica, fue mal entendido por casi todos. Newton insistía en que él *no inventaba ninguna hipótesis* —o como escribió en latín, más llamativo para el oído moderno, *hypotheses non fingo*—, sus conclusiones no eran especulativas y no exponía ninguna teoría, solamente relataba observaciones. El joven profesor no estaba preparado para el clamor que resulta cuando lo que se observa es incompatible con la





Luis XIV reinó en Francia durante gran parte de la vida de Newton. Grabado del Rey Sol y su ministro de economía, Colbert, visitando la Academia Real de Ciencias. Al fondo se ven las obras del nuevo observatorio patrocinado por el rey.

teoría aceptada, cuando los hábitos largamente mantenidos se ponen en entredicho. Incluso el prestigioso Huygens, incapaz de transformar esos resultados dentro de su modelo ondulatorio de la luz, prefería argüir ciegamente contra lo que Newton consideraba realidades firmes de la experiencia imparcial. Su detractor más enérgico fue un paisano, el brillante Robert Hooke, cuya facilidad mental abarcaba un campo tan amplio de fenómenos que consideraba toda la filosofía natural como su terreno personal; el mismo Hooke, que sin demasiado convencimiento reclamaria tener prioridad sobre muchos de los trabajos de Newton. Ambos hombres eran demasiado parecidos, extraordinariamente sensibles a la crítica, recelosos, reservados y suspicaces. Estaban en constante conflicto.

Después de cuatro años de controversia, cuatro años de reiteraciones, explicaciones y más explicaciones, Newton acabó amargado, descorazonado y hostil. «Veo —escribía en 1676— que un hombre debe decidir entre no hacer nada nuevo y convertirse en un esclavo para defenderlo.» Tan enfurecido estaba por las objeciones de Hooke que decidió no publicar su mejor obra sobre la luz, la *Opticks*, hasta después de la muerte de Hooke, casi treinta años más tarde.

Newton era de baja estatura y bien parecido, canoso ya a los treinta años, corto de vista, descuidado en su apariencia, increíblemente olvidadizo, virginal a perpetuidad y, comprensiblemente, algo hipocondríaco nervioso. Volvía ahora al crisol hirviente, ya que, como Hooke, Boyle y Locke, Newton fue un alquimista de la vieja tradición hermética.

Los años siguientes fueron tiempos de aislamiento. Barrow y otro amigo habían muerto, y otro estaba demasiado enfermo para frecuentarlo. Newton estaba casi solo. Abandonó la filosofía natural y se dedicó a la teología y la profecía bíblica. Pero en 1679 volvió a la física, al haber recibido una carta conciliatoria de Hooke que, por entonces, había llegado a ser secretario de la Royal Society. La reconciliación duró poco: Hooke con su portentosa imaginación y Newton con su tremendo poder matemático eran demasiado avariciosos con sus descubrimientos, demasiado recelosos para ser otra cosa que rivales encarnizados.

Tentado y animado por su amigo el joven astrónomo Edmund Halley, Newton empezó a escribir su obra maestra, los *Principios matemáticos de la filosofía natural*. Los *Principios*, como suele llamarse, contiene la teoría del movimiento de Newton, y es considerada por muchos como la obra creativa más grande de todos los tiempos. Tomó la ley de inercia de Descartes, bebió en la obra de Galileo el aspecto esencial de la aceleración, formuló independientemente la noción de fuerza centri-

peta, descubrió la ley universal de la gravedad y combinó brillantemente todo esto desde el punto de vista de las leyes de Kepler.

Cuando finalmente se publicó en 1687, los *Principios* crearon una ola de excitación que trascendió la Royal Society y cubrió todo el mundo. Con Newton se comprendió el gran esquema del universo; el ser humano extendió su poder más allá de las estrellas. Tan deslumbrante y difícil era este trabajo que pocos podían comprenderlo. Pero el trabajo estaba ahí; existía, y esto era suficiente para la mayoría. Tendría que pasar un siglo, antes de que la comunidad científica fuera capaz de asimilar todo el significado de la teoría. La mecánica newtoniana reinaría sin discusión y supremacía hasta 1905, cuando Einstein recogió la antorcha y vio todavía más profundamente.

La subida de Jaime II al trono de Inglaterra, en 1685, levantó un temblor de aprensión en el reino. El rey era un católico romano declarado, con un imprudente celo por el «papismo» que condujo rápidamente a la revolución de 1688. Abandonado por su ejército, Jaime huyó a Francia y con este gesto propició el final de la monarquía absoluta en el reino de las islas. Se eligió un parlamento de emergencia para establecer la sucesión adecuada al trono y atender los asuntos de gobierno. La Universidad de Cambridge envió dos liberales a Londres para representarla en la Casa de los Comunes; uno de ellos era Isaac Newton. De forma apresurada, a William y Mary les fue ofrecida la corona como cosoberanos. Los días de Newton como parlamentario fueron breves; no particularmente memorables, pero sí efectivos.

Estos años fueron muy difíciles para él. Fue en este periodo cuando su madre murió de unas fiebres malignas, y un incendio en sus habitaciones destruyó muchos de sus manuscritos. Y aunque solicitó un puesto oficial en reconocimiento de su lealtad a la nueva monarquía, también esto le fue negado. Se volvió malhumorado. Convencido de haber fracasado, humillado y taciturno, se retiró de nuevo del mundo. Cuando cumplió sus 50 años, en una profunda depresión, escribió: «Estoy extremadamente perturbado por la confusión en que me encuentro; no he comido ni dormido bien en estos doce meses, ni tengo la firmeza mental anterior.» Sufrió una grave perturbación psíquica; hundido en el desengaño, creyó que sus amigos lo traicionaban. Newton escribió por entonces cartas insensatas. En una acusó a Locke de intentar «enredarlo» con mujeres. La crisis alcanzó su punto extremo en 1693, pero entonces pareció remitir.

Varios años más tarde, su viejo amigo lord Halifax le con-



*El físico moderno puede estar orgulloso con razón de sus espectaculares logros en ciencia y tecnología. Sin embargo, debe tener siempre presente que los cimientos de su imponente edificio, las nociones básicas de su disciplina, como el concepto de masa, están mezclados con serias incertidumbres y sorprendentes dificultades que todavía no han sido resueltas.*

MAX JAMMER (1961)

romano Lucrecio escribió con notable perspicacia hace 2000 años:

¿Por qué encontramos algunas cosas más pesadas que otras de igual volumen? Si hay tanta materia en una bola de lana como en una de plomo, es natural que ambas pesen lo mismo, ya que la función de la materia es presionar cada cosa hacia abajo.

Los teóricos de la Escuela de París, en el siglo XIV, utilizaron mucho el concepto en su tratamiento del movimiento desde el punto de vista del ímpetu.

La importancia de la masa como cantidad física fundamental surgió más tarde con la determinación de que la fuerza de la gravedad sobre un objeto —es decir, su peso— varía con la situación geográfica del objeto en cuestión (Sec. 1.4). En otras palabras, el peso de un cuerpo, medido, por ejemplo, con una balanza de resorte varía con su distancia al centro de la Tierra, incluso aunque el objeto permanezca inalterado en otros aspectos.

Newton reconoció sin duda alguna el papel crucial que representaría la masa en una teoría dinámica, aunque su propia definición no sea totalmente satisfactoria:

La cantidad de materia es la medida de la misma, procediendo de su densidad y volumen conjuntamente.

Tampoco existe nada paradójico en el reconocimiento de la importancia de algo y no ser capaz de definirlo con precisión. Parece ser un dilema humano general el que cuanto mayor es la importancia de una noción, menos satisfactoria resulta su definición. No obstante, sin una declaración explícita del significado de densidad —y Newton no proporcionó ninguna— nos hemos quedado a la deriva con todos los eruditos que han debatido este punto durante casi 300 años.

La densidad era un concepto familiar en tiempos de Newton; Boyle ya había hecho su famoso trabajo sobre la compresión de los gases (Sec. 14.4), y los experimentos de Arquímedes sobre la flotación de los cuerpos (Sec. 13.3) utilizaban también la idea. Pero si definimos la densidad en la forma acostumbrada como la masa de un objeto dividida por su volumen, entonces la definición de Newton se convierte en un círculo vicioso.

No obstante, cualquiera que sea su concepto, la masa puede medirse en relación con algún patrón; por ejemplo, el kilogramo patrón. Entre las diversas formas de hacer esto, la más familiar implica la gravedad, y por eso es menos atractiva en este sentido, a pesar de ser sencilla. Un esquema lógicamente más llamativo, que no tenga nada que ver con la gravedad, es

más complicado. Utilizaremos el primero y veremos después el último; sencillez antes que sutileza.

Disponiendo de un juego de masas patrón de varios tamaños, sólo se necesita equilibrar el objeto en cuestión con el número apropiado de unidades patrón sobre una simple balanza de brazos, una especie de delicado balancín. La gravedad actúa igualmente sobre ambos lados, y así, una vez que los objetos se equilibran, sus masas son también iguales. Esto constituye de hecho un cómo medirla o una definición operacional de masa, que evita en forma escrupulosa tener que desarrollar una descripción conceptual. A fin de cuentas, nuestras definiciones de trabajo serán operacionales dependientes de patrones y evitarán lo que no es mensurable. Son monótonas, pero efectivas.

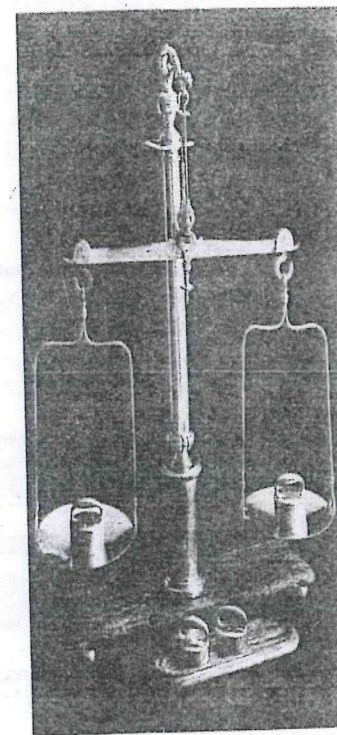
Es interesante señalar que Newton mismo no hizo uso de modo explícito del concepto de masa en ninguna de sus tres leyes del movimiento.

En la siguiente definición, Newton se planteó la especificación de alguna medida del movimiento. Un poco antes, Descartes había escrito sobre el Creador:

El puso en movimiento de muchas formas diferentes las partes de la materia al crearlas, y como las mantuvo con el mismo comportamiento y las mismas leyes que les había impuesto en su creación, El conserva continuamente en esta materia una misma cantidad de movimiento.

Para Descartes, la cantidad de movimiento estaba relacionada con el producto de materia y rapidez, pero su idea de la esencia de la materia no era la masa, sino el volumen. Newton tomó y refinó tal noción, definiendo cantidad de movimiento, o momento lineal (como empezó a conocerse), como el producto de masa y velocidad. Esto es el ímpetu de Buridan reinterpretado físicamente y muy parecido al momento de Galileo (peso por velocidad).

Al igual que sus predecesores, Newton demostró que el movimiento de un cuerpo debe caracterizarse por algo más que tan sólo por su rapidez; la masa debe entrar en la receta para precisar cuánto de movimiento. Un coche de bomberos y una luciérnaga que viajen exactamente a la misma velocidad, responden en forma completamente diferente cuando empezamos a cambiar su movimiento. Además, si ambos chocan con, digamos, una bala de cañón, el movimiento comunicado a la bala sería también bastante diferente. Newton construyó su dinámica, en forma bastante natural, en función de esta cantidad de movimiento —de su persistencia y de su cambio.



#### UNA ANTICIPACION NO APRECIADA

*Ningún cuerpo empieza a moverse o se detiene por sí mismo.*

ABU ALI IBN SINA, conocido como AVICENA  
(980-1037)

La primera ley

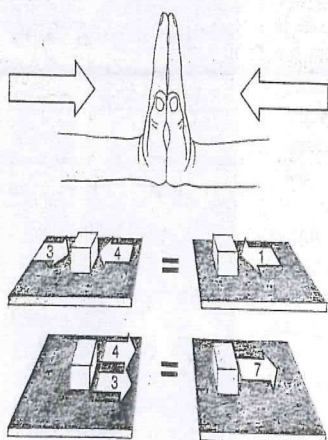
Habiendo definido varias cantidades básicas, Newton fijó los «axiomas o leyes del movimiento». La primera de ellas era la ley de inercia: *Todo cuerpo continúa en su estado de reposo, o de movimiento uniforme en línea recta, a menos que sea forzado a cambiar ese estado por fuerzas ejercidas sobre él.*

Según Aristóteles, sólo el estado de reposo es perdurable; para que un cuerpo se mueva es necesario aplicar constantemente una fuerza. Se reconsidera ahora la fuerza como un agente de cambio. Y se extrae una nueva equivalencia entre reposo y movimiento uniforme; para alterar cualquiera de ellos es preciso imponer una fuerza, pero ambos, una vez establecidos, persisten interminablemente en ausencia de fuerza.

De hecho, reposo y movimiento uniforme, tal como los presentó Newton, sólo son «relativamente distintos». El cacahuete está en reposo en la palma de mi mano abierta, incluso aunque yo me encuentre en un coche que se mueva con una rapidez constante de 80 km/h. Sin embargo, alguien que «esté inmóvil» fuera, me verá a mí, al coche y al cacahuete pasar como un rayo. Aun así, la ley de inercia se cumple para el cacahuete desde las dos perspectivas o marcos de referencia. Puede imaginarse el reposo simplemente como esa determinada rapidez constante igual a cero. Por ello, respecto a mi mano, la rapidez del cacahuete continuará siendo cero, de la misma forma que seguirá siendo 80 km/h respecto al observador externo, en tanto que ninguna fuerza aplicada altere su movimiento.

Supóngase una hoja de papel sostenida vertical entre las palmas de las manos. Si se aprieta con ambas manos al mismo tiempo, aplicando la misma fuerza sobre cada cara del papel, independientemente de la fuerza que ejerce cada mano, el papel permanecerá en reposo mientras las fuerzas ejercidas sean iguales\*. Fuerzas dirigidas en sentido opuesto actúan una contra otra, anulándose parcial o (si son iguales) totalmente una a la otra; las fuerzas que actúan en la misma dirección se combinan en una sola fuerza. Con los ojos cerrados, no hay forma de saber cuántas personas tiran de los extremos de una cuerda; se experimenta una fuerza resultante. Las fuerzas son cantidades direccionales (o, como se les llama en física, cantidades vectoriales) y no pueden sumarse por las buenas como números ordinarios sin tener en cuenta su dirección. Lo que produce un cambio en el estado de movimiento de un cuerpo es la fuerza resultante neta.

Mientras ambos equipos que tiran de la cuerda lo hagan



Las fuerzas que actúan en la misma u opuesta dirección se suman o restan, respectivamente.

\* Esta es la técnica isométrica para el desarrollo muscular ofrecida por Charles Atlas en las contraportadas de los libros de historietas.

con la misma firmeza en direcciones opuestas, la fuerza neta sobre la cuerda será cero, y permanecerá en reposo. Si la cuerda (junto con los jugadores) empieza a moverse, es decir, se acelera, podemos concluir que hay una fuerza neta en la dirección del equipo ganador. De la misma forma, si se mantiene quieta una piedra, evitando que caiga, la piedra no experimenta ninguna fuerza neta. Galileo lo sabía, y escribió:

Quando se sostiene una piedra en la mano, ¿qué otra cosa se está haciendo sino comunicarle una fuerza impulsora hacia arriba igual a la fuerza de su pesadez que la empuja hacia abajo?

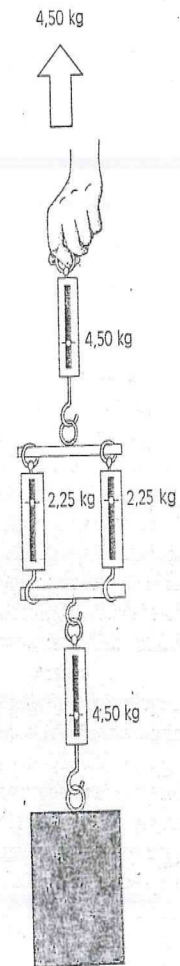
La ley de inercia es aplicable a todas las situaciones de reposo o movimiento con rapidez constante, por lo que se conocen como marcos de referencia inerciales. En otras palabras, si ninguno de los observadores sufre aceleración, ellos verán continuar en movimiento uniforme todos aquellos objetos sobre los que no actúen fuerzas netas.

El famoso juego de tirar del mantel sin que caigan los platos se basa en la ley de inercia. Y el objeto del cinturón de seguridad de los automóviles es muy claro cuando «el cuerpo en movimiento que tiende a mantenerse en movimiento», después que el coche frena en seco, es el propio. No se titubea al cruzar los pasos a nivel, pues los trenes de carga en marcha tienen la sórdida tendencia de mantenerse en movimiento mucho después de haber frenado; ni, por la misma razón, se intenta detener una bala de cañón o un piano que cae. Confiamos tanto en esa primera ley, la ley de inercia, que si las cosas que están en reposo no permanecieran en reposo cuando aparentemente no hay fuerzas en acción, casi todo el mundo gritaría «fantasmas» antes que pensar en una anulación momentánea de la inercia. «¡Dios mío, se ha movido solo!»

Sostienen algunos que la primera ley tiene su origen en la interacción gravitacional de todos los objetos en el universo, todos atrayéndose entre sí. Es probable. En resumidas cuentas, conocemos su funcionamiento, pero no sabemos lo que la hace funcionar; no podemos llegar hasta ella y cerrarla; no obstante, creemos en ella.

El estado de movimiento de un objeto cambia con la aplicación de una fuerza neta; eso ya lo hemos visto. Pero ¿cómo? ¿Cómo se interrelacionan los conceptos físicos pertinentes? ¿Cómo podemos cuantificar esa relación?

Los experimentos de Galileo habían demostrado que la fuerza constante de la gravedad, es decir, el peso, actuando sobre un cuerpo (situado en un lugar dado) producía una accele-



Una fuerza de 44,5 newtons que actúa hacia arriba es transmitida hacia la masa.

Efe Igual a Erme A

ración uniforme, un cambio constante de velocidad en cada intervalo de tiempo sucesivo. Además, Lucrecio había sugerido mucho tiempo antes una proporcionalidad entre masa y peso. Quizá fueran éstos los puntos de partida de Newton. Es una lástima que, a diferencia de Kepler, no hubiera escrito nada sobre el proceso a través del cual desarrolló sus conceptos (aunque, curiosamente, atribuyó a Galileo el conocimiento de sus dos primeras leyes).

La segunda ley de Newton, algo modernizada en su lenguaje, dice:

*El ritmo de cambio de la cantidad de movimiento (es decir, el momento lineal) de un cuerpo es igual a la fuerza neta aplicada y tiene lugar en la misma dirección.*

El momento lineal de un objeto ( $mv$ ) puede ser inicialmente cero, si está en reposo, o algún valor finito; en cualquier caso, cambiará en cierta cantidad  $\Delta(mv)$  cuando se aplica una fuerza neta  $F$  durante un intervalo de tiempo  $\Delta t$ . La segunda ley puede expresarse como una ecuación en la forma

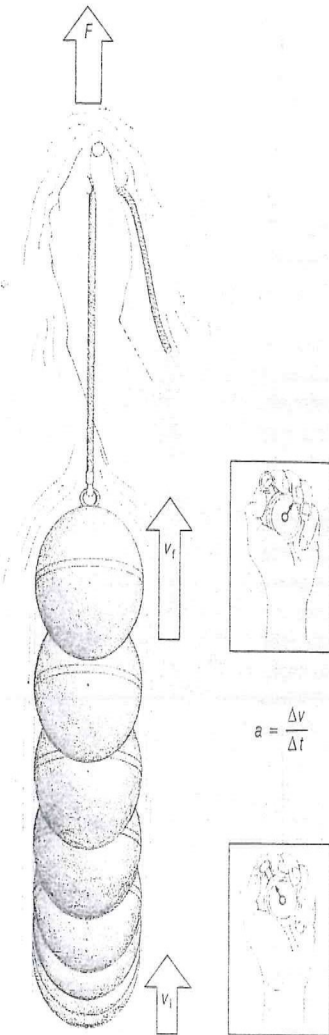
$$\text{fuerza} = \frac{\text{cambio del momento lineal}}{\text{intervalo de tiempo}}$$

o, simbólicamente,

$$F = \frac{\Delta(mv)}{\Delta t}$$

Si un cuerpo está inicialmente en reposo, se moverá en la dirección de la fuerza aplicada, adquiriendo un momento lineal,  $\Delta(mv) = F \times \Delta t$ . Y eso es justo lo que pasa cuando se empuja un vagón, se dispara un perdigón o se da un puntapié a un balón de fútbol. Durante el tiempo ( $\Delta t$ ) que el pie está sobre el balón, aplicándole fuerza, éste gana momento lineal en la dirección de  $F$ . Cuando el balón abandona el pie, ya no hay más fuerza ni cambio adicional de momento lineal. Cuanto más se tense un arco o más largo sea el cañón de un arma, mayor tiempo actuará la fuerza impulsora y mayor será el momento lineal del proyectil.

Una fuerza aplicada a un cuerpo que está en movimiento aumentará o disminuirá el momento lineal, dependiendo de si actúa a favor o en contra de la dirección del movimiento. Para frenar el módulo de excursión lunar a medida que bajaba a la superficie de la Luna, se puso en marcha un retrocohetes que



La aplicación de una fuerza  $F$  durante un tiempo  $\Delta t$  da lugar a un cambio del momento lineal. La masa  $m$  aumenta su rapidez desde su valor inicial,  $v_i$  (que puede ser o no cero), a un valor final,  $v_f$ .

ejercía una fuerza hacia arriba, reduciendo la rapidez y el momento lineal hacia abajo.

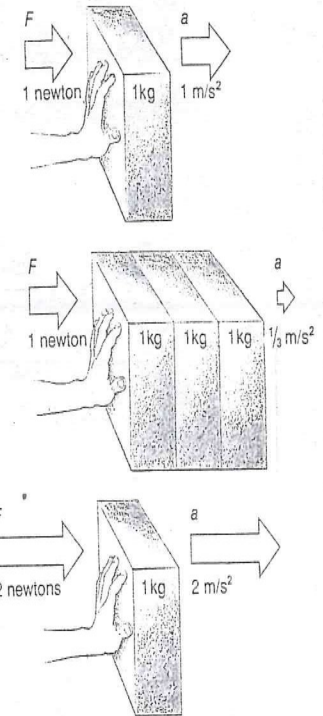
Las manos son las que proporcionan la fuerza de parada al recoger una pelota que viene por el aire. Si la pelota es blanda y se deforma, tardando relativamente mucho tiempo en quedar en reposo,  $\Delta t$  es grande y  $F$  puede ser pequeña comparada con la fuerza que se necesita para parar una pelota dura e indeformable que llegue con el mismo momento lineal. Por esa razón es mejor caer sobre una alfombra que sobre hormigón, y que los boxeadores lleven guantes. «Rueda con el puño, campeón», le recuerda al «muchacho» que debe moverse hacia atrás, con lo que el tiempo de contacto entre el puño en movimiento del contrario y su cara será mayor y menor la fuerza neta del golpe.

Saltar con zapatos de goma permite tener un tiempo de caída algo mayor, durante el cual se llega suavemente al reposo mientras la goma se comprime. La fuerza del impacto sobre el pie queda así reducida. Tirarse desde una altura a una piscina es el mismo proceso, realizado durante un tiempo más largo. De igual forma, un coche que colisiona contra un muro de ladrillos pierde todo su momento lineal en un tiempo muy corto, y la fuerza del impacto ejercida sobre él será grande y destructiva. Los parachoques que se comprimen con el impacto incrementan el tiempo de parada y disminuyen así la fuerza del choque.

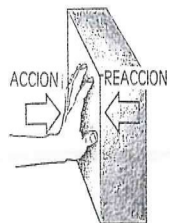
Es probable que usted no haya pensado nunca que un objeto se va acelerando a medida que cae. El proceso ocurre muy rápido, y no es fácil percibirlo en distancias cortas. Sin embargo, aunque usted esté dispuesto a recoger con la mano una piedra que cae desde unos centímetros, el «sentido común» le dirá que no debe intentar coger esa misma piedra cuando cae desde varias decenas de metros. La fuerza del impacto sería entonces considerable, pues el momento lineal sería grande como consecuencia del aumento de la velocidad, debido a la aceleración de la piedra —quizás usted ya sabía esto de forma experimental.

Un cohete que despega de su rampa de lanzamiento es impulsado hacia arriba por la fuerza de los gases que expulsa. Cuanto mayor sea el tiempo de funcionamiento de los motores, más aumentará su momento lineal y mayor será su velocidad final. A medida que el combustible se quema y es expulsado, la masa del cohete disminuye y, en consecuencia, su rapidez se incrementa todavía más de prisa.

En términos generales, sin embargo, consideraremos que la masa de un objeto será constante. El cambio de momento lineal al pasar de una velocidad inicial,  $v_i$ , a una velocidad final,  $v_f$ , puede expresarse entonces como  $(mv_f - mv_i)$  o

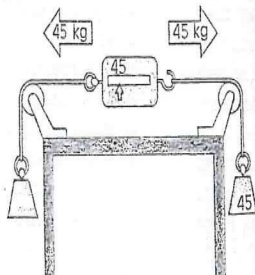
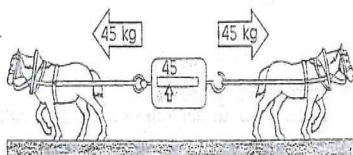
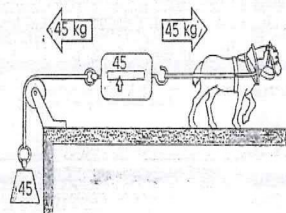
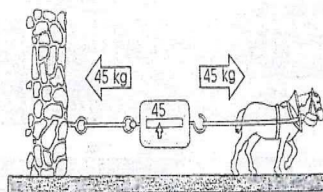


Mientras  $F = ma$ , al variar la masa o la fuerza cambiará la aceleración resultante.



La mano actúa sobre el bloque; el bloque reacciona sobre la mano.

Varias situaciones que parecen diferentes pero que son equivalentes en lo que a la balanza se refiere.



$m(v_f - v_i)$ . Pero esto es equivalente a  $m\Delta v$ , y entonces la segunda ley resulta

$$F = m \frac{\Delta v}{\Delta t} = ma,$$

Fuerza = masa  $\times$  aceleración.

Esta es la famosa  $F$  igual  $ma$ , quizá la ecuación más asociada con Newton —su marca, su firma, si se quiere— reconocida universalmente por todos los físicos. Y sin embargo, no aparece por ninguna parte en los *Principios*. Aunque resulte extraño, esta reducida formulación de la segunda ley ni siquiera fue dada explícitamente por Newton. Apareció varias décadas después en la obra del matemático suizo Leonhard Euler. Newton mantuvo la masa oculta en la noción de momento y nunca consiguió aclarar su significado, debido quizás a que en realidad no era crucial entonces ir más allá del aspecto intuitivo del concepto. El hecho de que su formulación en función de la cantidad de movimiento esté perfectamente sintonizada con la moderna teoría de la relatividad, es un tributo real a la perspicacia de Newton. Mientras que  $F$  igual  $ma$  presupone que la masa es constante, lo cual no es cierto.

Imagínese la situación idealizada de 1 kg de masa patrón (Sec. 1.4) arrastrado a lo largo de un plano sin rozamiento. Este tipo de experimento mental es más fácil de decir que de hacer, pero puede aproximarse sobre una mesa de aire o flotando en el espacio. En cualquier caso, si el objeto se acelera a  $1 \text{ m/s}^2$ , la fuerza impulsora, de acuerdo con la segunda ley, es

$$F = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m/s}^2 = 1 \text{ kg} \cdot \text{m/s}^2.$$

La complicada unidad  $\text{kg} \cdot \text{m/s}^2$ , unidad de fuerza en el Sistema Internacional, se denomina por simplicidad, un newton (N). Así, una fuerza de un newton proporcionaría una aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$  a 1 kg masa. Sin necesidad de definir más la masa, usando el kilogramo patrón —arrastrándolo con una balanza de resorte y midiendo su aceleración con reglas y relojes— podríamos calibrar escalas y después medir directamente la fuerza.

Cualquier cuerpo de masa  $m$  cayendo libremente sobre la Tierra acelera uniformemente ( $a = g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ) y, en consecuencia, ha de experimentar la acción de una fuerza constante, que debido a una larga familiaridad se conoce como peso,  $F_w$ . La segunda ley nos da la deseada relación entre peso y masa:

$$F_w = mg.$$

En general, *peso es la fuerza gravitacional que actúa sobre un cuerpo en virtud de su masa*. La falta de homogeneidad y de esfericidad de la Tierra da lugar a cambios geográficos en el peso de un objeto — $g$  varía ligeramente de un lugar a otro. Un objeto lejano en el espacio, y de cualquier otro cuerpo material, será esencialmente ingrávito. Pero si se intenta alterar su estado de movimiento, acelerándolo, habrá que aplicar una fuerza tal que  $F/a = m$ ; el objeto puede no tener peso, pero siempre tiene masa. Es lo que a veces se denomina masa inercial, ya que se manifiesta por la resistencia al cambio de movimiento.

Inténtese imaginar flotando en el vacío, «sosteniendo» sin el menor esfuerzo una gran roca sin pesa. La roca revoloteará en su mano, como si, abajo en la Tierra, estuviera sostenida por un cable invisible. Pero si intenta moverla, tendría que esforzarse en contra de su inercia, con la misma fuerza que tendría que ejercer si estuviera sobre la Tierra.

Resumiremos esto con un ejemplo práctico. Supóngase un elefante macho de 5320 kg de peso con patines de hielo sobre un lago helado y, por caridad, se decide empujar a la pobre bestia hasta tierra firme. Suponiendo que no sea necesario preocuparse por vencer el rozamiento, ¿con qué fuerza debe empujarse al paquidermo para acelerarlo desde el reposo hasta  $6,7 \text{ m/s}$  en, digamos, 10 s? El cambio de velocidad de  $6,7 \text{ m/s}$  en 10 s, representa una aceleración de  $0,67 \text{ m/s}^2$ , lo que no es mucho. La masa del elefante es igual a su peso dividido por  $g$ ; por tanto, la fuerza impulsora ha de ser:

$$F = ma = \frac{F_w}{g} a = \frac{5320}{9,8} \cdot 0,67 = 363,71 \text{ kg}.$$

Se empuja con algunos amigos o un tractor con 363,71 kg durante 10 s, y el elefante patinará a  $6,7 \text{ m/s}$ ; usando más fuerza, se alcanzará antes dicha velocidad. Por supuesto, si esa bestia se encontrara flotando ingrávita libremente en el espacio, la fuerza necesaria para acelerarla (o decelerarla) a  $0,67 \text{ m/s}^2$ , seguiría siendo 363,71 kg, igual que para acelerarlo a  $9,8 \text{ m/s}^2$  la fuerza necesaria seguiría siendo 5320 kg. La moraleja de este cuento es que uno puede ser aplastado entre dos elefantes sin peso.

Acción-reacción

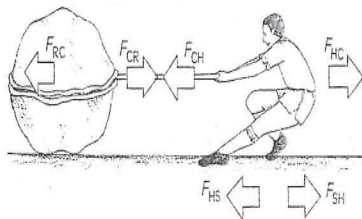
El tercer principio de sir Isaac, su tercera ley de la Naturaleza en movimiento, completa la imagen lógica del concepto de fuerza. La aceleración de la que se habló cualitativamente en la primera ley y cuantitativamente en la segunda, se origina por una fuerza impuesta, fuerza ejercida sobre el cuerpo. Newton definió la fuerza, en principio, como *toda acción que hace acelerar un cuerpo*. Pero esto es un círculo vicioso. Siempre que un cuerpo se acelera, la causa, por definición, es una fuerza que actúa sobre él. Bien, entonces, ¿cómo podría demostrarse que este sistema es falso, en caso de serlo? La respuesta es que no se puede. Falta algo (Sec. 1.1), algo que devuelva la noción al universo observable.

Un cuerpo dejado a su libre albedrío sigue la ley de inercia. No puede alterar su propio movimiento uniforme en línea recta; necesita alguna intervención externa, y ese mecanismo ha de incluirse ahora en la exposición. Un cuerpo se desvía de la primera ley por la influencia de una o más entidades externas a él. Aunque no sea necesario, parece razonable esperar que dos cuerpos en interacción se vean *ambos* afectados por su encuentro, que se alteren los movimientos de *ambos*. Esto es observable cada vez que chocan cosas. Se deduce que tales objetos ejercen entre ellos fuerzas *recíprocas*. Dos bolas idénticas que se mueven una hacia la otra a la misma rapidez, al chocar deben sufrir la misma alteración en sus movimientos —deben ejercer la misma fuerza una sobre otra—. Pero, en general, ¿qué fuerzas de interacción existen?

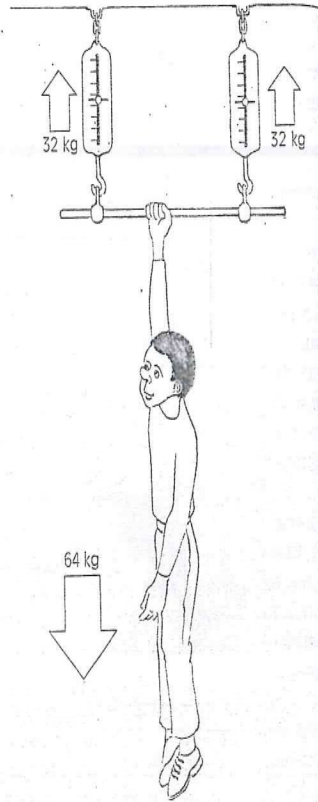
El conjunto de todos los argumentos verosímiles no constituye una teoría; para ello se requiere ir de lo que se conoce a lo que se sospecha. Newton ofrece aquí su siguiente creación, la tercera ley:

*Por cada fuerza de acción hay una fuerza de reacción igual y en dirección opuesta.*

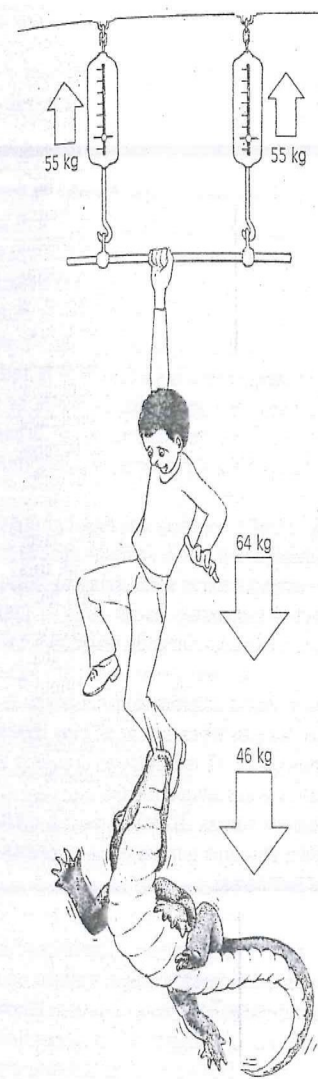
La interacción de dos cuerpos, por muy desproporcionadas que sean sus masas, ocurre siempre mediante un *par acción-*



- $F_{RC}$  = fuerza ejercida por el hombre sobre la cuerda
- $F_{CH}$  = fuerza ejercida por la cuerda sobre el hombre
- $F_{CR}$  = fuerza ejercida por la cuerda sobre la roca
- $F_{RC}$  = fuerza ejercida por la roca sobre la cuerda
- $F_{HS}$  = fuerza ejercida por el hombre sobre el suelo
- $F_{SH}$  = fuerza ejercida por el suelo sobre el hombre



Las fuerzas que actúan en la misma dirección se suman como lo hacen los números.



Todas las fuerzas puestas en juego cuando un hombre tira de una roca con una cuerda.

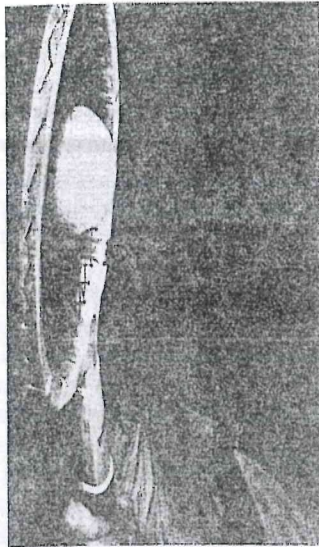
reacción igual. «Cualquier cosa que arrastre o presione a otra, es igualmente arrastrada o presionada por la otra cosa.» Se tiende erróneamente a pensar que las fuerzas son agentes singulares ejercidos por entidades activas sobre entidades pasivas; la fuerza es una cuestión de pares. Siempre que veamos desviarse un objeto de la ley de inercia, deberíamos ser capaces de encontrar (en el otro extremo del hilo conceptual) algún otro cuerpo en interacción con el primero mediante un par acción-reacción.

Mucha gente tiene ideas muy personales (y a veces peculiares) sobre la fuerza. Es creencia común (aunque errónea) que las fuerzas pueden ejercerlas sólo los seres vivos. También hay quienes creen que sólo las cosas que se mueven, sean vivientes o no, producen fuerzas. Un automóvil inanimado desconectado y parado con uno de sus neumáticos delanteros encima del pie, ejerce una fuerza aplastante hacia abajo. Al empujar un muro, primero ligeramente, y después con fuerza, se observa que la carne de la mano se ancha y retrae, a medida que la fuerza de reacción ejercida hacia afuera por el muro aplasta la mano. Igual sucede con la silla donde nos sentamos, que reacciona ante el peso hacia abajo con una fuerza hacia arriba que aplasta el trasero y lo mantiene suspendido 0,6 m sobre el suelo. Levante los pies. Si no es esa silla inanimada quien lo empuja hacia arriba, evitándole caer al suelo, ¿quién lo hace?

Si da palmetazos con ambas manos, moviendo una de ellas o las dos, ambas le dolerán lo mismo. Quizás haya visto golpear tan fuertemente una pelota que su fuerza de reacción haya destrozado el bate, o el retroceso de una pistola debido a la reacción de la bala que es lanzada hacia adelante por el arma.

Ninguna de estas ilustraciones prueba la tercera ley, pero todas sirven para dar una descripción inteligible de lo que sucede. Podría alegarse que un globo empujado sobre un muro es estrujado por quien lo empuja, y no por el muro. Sin embargo, se aplasta igual que si fuera el muro el que se hubiera movido hacia donde el globo se encuentra fijo, comprimiéndolo. Se atribuye muy a menudo la fuerza sólo a la cosa que se ve realizar el movimiento. Si se contempla una fotografía del muro, el globo y la mano, es incapaz de decir qué cosa se mueve contra cuál.

Interacción entre dos entidades significa acción y reacción: *dos fuerzas, una sobre cada participante, forman el par*. Esto no debe olvidarse; las dos fuerzas de interacción actúan siempre en direcciones opuestas, y nunca actúan sobre el mismo cuerpo. El peso de un cuerpo (como veremos ahora) se debe al empuje de la Tierra hacia abajo; el cuerpo, en cambio, debe



estar tirando hacia arriba de la Tierra, por extraño que pueda parecer.

Si se ata una cuerda gruesa a una gran roca y se tira, al tirar de la cuerda, y la cuerda tira de uno, esa fuerza se transmite a lo largo de la cuerda, que a su vez tira de la roca. La roca, al tirar de ella, reacciona tirando también de la cuerda. Aquí hay dos pares acción-reacción, cuatro fuerzas de igual magnitud en total: una fuerza ejercida hacia atrás sobre la persona, otra hacia adelante sobre la roca, y otras dos fuerzas opuestas que tienden a tensar la cuerda. Si todo esto ocurriera en el espacio o en una pista de hielo, de modo que no hubiera rozamiento en los pies, la fuerza que actúa sobre la persona, la impulsaría hacia atrás, hacia la piedra. Bajo la influencia de una sola fuerza que actúa sobre ella, la piedra se aceleraría hacia adelante, hacia la persona. En contraste, la cuerda sobre la que no actúa fuerza neta alguna quedaría colgando fláccidamente.

Esto parece extraño, pero hay que recordar que para hacer navegar una embarcación hacia adelante, puede usarse una larga pértiga y empujar hacia atrás sobre el fondo del río, o puede simplemente empujarse hacia atrás el agua con un remo. En cualquier caso, la fuerza de reacción sobre la embarcación es hacia adelante. Después de todo, para nadar, empujamos hacia atrás y somos empujados hacia adelante.

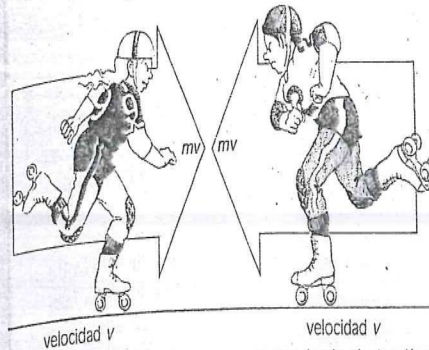
En el fondo, las tres leyes son principios inseparables de una visión teórica única. El resultado es el poema tricéfalo de Newton, que describe el movimiento del universo en términos de una cosa llamada fuerza. La teoría es tan cierta como es cierto el entendimiento que suministra a nuestras percepciones, y continúa siendo así.

### Conservación del momento lineal

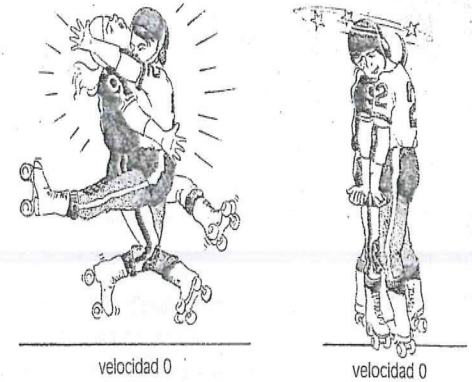
La tercera ley conduce directamente al principio fundamental de la conservación del momento lineal, y puede, en un sentido restringido, interpretarse como equivalente al mismo. Recuerdese que Descartes había configurado un maravilloso universo espiritual en el que la Deidad «continuamente conserva» la cantidad de movimiento (pág. 107). En otras palabras, el momento lineal total continúa para ser preservado eternamente. ¿No es encantador ver a uno de los pilares de la física moderna burbujeando en el brebaje de la olla de la metafísica? En cualquier caso, la humanidad durante mucho tiempo ha considerado que la materia era indestructible y que por tanto se conserva. Francis Bacon repitió la misma idea en el siglo XVI:

La suma total de materia permanece siempre igual, sin aumentar ni disminuir.

#### MOMENTO TOTAL CERO

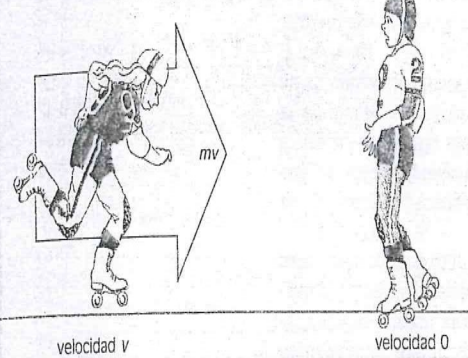


Los patinadores que van uno hacia el otro tienen igual masa y rapidez, sus momentos lineales son iguales y opuestos. El momento lineal total es, por

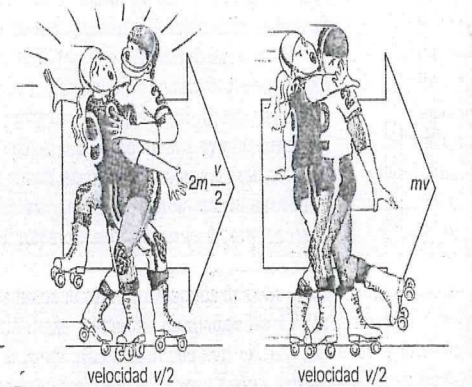


tanto, cero inicialmente, y sigue siéndolo después de la colisión, ya que los patinadores se detienen y permanecen quietos.

#### MOMENTO TOTAL mv

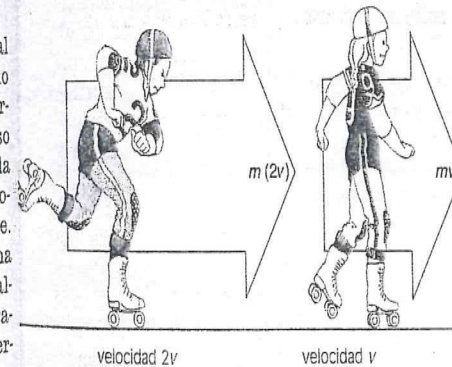


El número 9 posee inicialmente todo el momento lineal del sistema. Tras el impacto, puesto que el momento lineal total es constante y los patinadores quedan

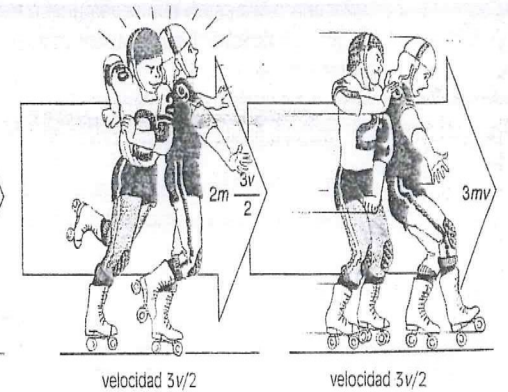


juntos, la masa en movimiento es doble que al principio, y por eso la rapidez debe ser la mitad. Los dos se desplazan con la mitad de la rapidez que traía el número 9.

#### MOMENTO TOTAL $2mv + mv = 3mv$



Para vengarse, el corredor número 2 viene embalado, con una rapidez doble de la del número 9. El momento lineal total es  $m(2v) + mv$ .



Después de la colisión, los dos patinadores se desplazan juntos ( $2m$ ) con una rapidez ( $3v/2$ ) que conserva el momento lineal inicial ( $3mv$ ).

¿Por qué no presentan otras cantidades el mismo tipo de permanencia? Newton, que fue educado en la época en que la filosofía de Descartes reinaba sin discusión, introdujo el axioma casi espiritual de la conservación del momento lineal dentro del dominio de su propia mecánica.

Recuérdese que la velocidad es una cantidad direccional. En una vieja película, Spencer Tracy corriendo por el pasillo de un tren hacia la parte de atrás con la misma rapidez con que avanza el tren, consigue permanecer inmóvil frente a Katharine Hepburn, que bañada en lágrimas dice adiós desde la plataforma. Su velocidad era igual y opuesta a la del tren, siendo su suma *cer*. El momento lineal (que es en realidad masa por *velocidad*) es también una cantidad direccional —algo que Descartes nunca descubrió, pero que Newton sí lo hizo.

Puesto que los objetos en interacción ejercen fuerzas de acción-reacción recíprocas, los cambios resultantes en momento lineal deben ser iguales y opuestos de acuerdo con la segunda ley. Al igual que ocurre con las fuerzas, momentos lineales opuestos tienden a anularse. Por eso, parece lógico que

*el momento lineal total de un sistema de masas en interacción debe permanecer inalterado, siempre que no se apliquen fuerzas externas.*

Los momentos lineales de los miembros individuales de un sistema pueden cambiar, pero cada cambio va acompañado de un cambio igual y opuesto en el momento lineal del miembro con el que ejecuta la interacción. Si se toma al universo como el sistema, no existen fuerzas externas, y el momento lineal total debe conservarse.

Imaginemos una caja cerrada que contenga media docena de bolas de billar, todas en reposo y flotando en algún lugar del espacio. Si se agita el sistema (esto es, la caja y su contenido) aplicando una fuerza *exterior*, el momento lineal seguramente cambiará. Una vez suprimida la fuerza exterior, el nuevo valor del momento lineal del sistema es probable que permanezca constante para siempre, a pesar de que las bolas vuelan ahora en el interior de la caja, chocando con las paredes y rebotando unas con otras. Desafortunadamente, ningún experimento idealizado de tal tipo podría *probar* la ley de conservación del momento lineal, pero las observaciones lo confirman siempre. Ya se sabe que no hay ningún lugar en el universo que esté libre de influencias externas, e incluso, si lo hubiera, sería muy tedioso esperar «por siempre». Aparte de esto, la caja pronto se calentaría debido a los choques y radiaría, pero ahora no nos detendremos en esto (véase Pregunta 8.4-3). Los cuer-

pos macroscópicos reales que colisionan no conservan *exactamente* el momento, aunque la disparidad (que puede «tenerse en cuenta») es en extremo pequeña y casi despreciable.

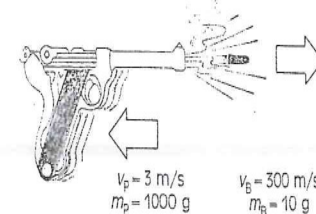
A escala atómica, las partículas que chocan y rebotan sin parar parecen hacerlo de forma que se conserve el momento lineal. Nosotros creemos en este dogma como un principio general de aplicación universal, debido en primer lugar a que aún *no nos ha fallado*. Esta es sin duda una postura pragmática, pero es la forma en que ha de jugarse el juego.

Para ver cómo funciona la lógica de este nuevo principio en la práctica, consideremos el sencillo sistema compuesto por una bala en la recámara de una pistola. Cuando ambos componentes están en reposo, el momento lineal inicial total es *cer*. Cuando se dispara, la bala vuela con un momento lineal ( $m_b v_b$ ). Si suponemos que el momento lineal de los gases que se escapan es despreciable, el momento lineal de la bala ha de ser *igual y opuesto* al adquirido ( $m_p v_p$ ) por el cañón en el retroceso si el total es todavía *cer*. Así, la pistola es despedida hacia atrás, y si el experimento se realizara flotando en el espacio, tanto la pistola como la bala saldrían despedidas en direcciones opuestas. Como la masa de la bala es pequeña, su velocidad será grande, mientras que la pistola, con una masa comparativamente mucho mayor, por lógica retrocederá a una velocidad menor.

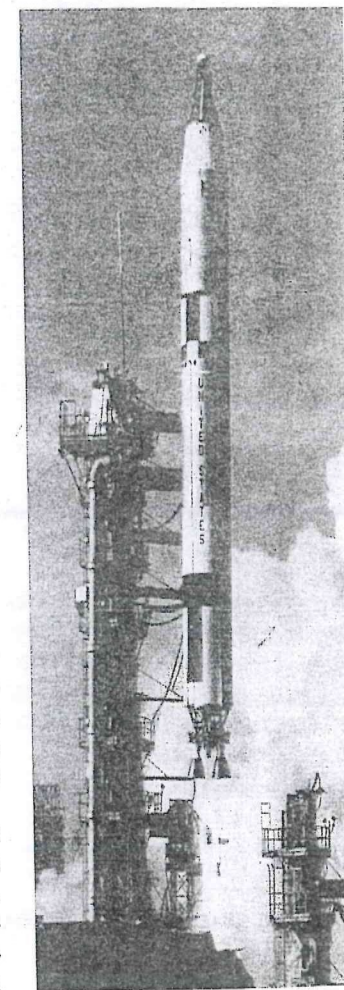
Un cohete funciona de la misma forma. Una corriente de gas quemado, expulsado a una rapidez muy alta hacia atrás, impulsa al vehículo hacia arriba como si retrocediera de un torrente de balas disparadas. Es de todo punto erróneo creer que un cohete es impulsado por el empuje sobre el suelo o sobre el aire circundante. Si fuera así, el cohete no podría en modo alguno acelerar en el vacío, algo que los vehículos espaciales impulsados por cohetes suelen hacer, y por lo general, bastante bien.

Como el billar era ya popular en Inglaterra en tiempos de Shakespeare, no es del todo improbable que nuestros maestros del siglo XVII hubieran perdido algunos momentos con aquellas maravillosas esferas de marfil. Aunque los virtuosos de las salas de billar contemporáneos suelen ignorarlo, el juego es la delicia de los físicos —un campo de juego de momentos lineales verdes.

Allí está la bola siete de color rojo profundo, el blanco, en reposo. Con todo cuidado se golpea con el taco la bola blanca en su centro, la cual rueda por la mesa con una rapidez  $v_c$ . Por supuesto, cuanto más fuerte se golpee, mayor será la fuerza y (de acuerdo con la segunda ley) mayor el cambio de momento lineal (desde 0 hasta  $m v_c$ ). Antes del impacto frontal,



Como antes de disparar la pistola, el momento lineal total era *cer*, también debe ser *cer* después ( $m_b v_b$  dirigido hacia la izquierda debe ser igual que  $m_p v_p$  hacia la derecha).



el momento lineal inicial total  $mv_0$ , está dirigido, digamos, hacia el norte. Dado que las masas de las bolas son iguales, la bola golpeada se parará completamente al colisionar de frente con la bola siete, a la que transfiere todo su momento lineal, que se lanza en línea recta, hacia el norte, con una rapidez  $v_7$ . Como el momento lineal se conserva,  $mv_0$  debe ser igual a  $mv_7$ , y  $v_0 = v_7$ , siempre que no haya fuerzas externas, como alguien que llegue y agarre la bola. Este es el golpe más sencillo. Los choques que tengan lugar fuera de centro dan lugar a que las bolas se muevan en direcciones diferentes, pero el momento lineal sigue conservándose. Si se golpea a la bola blanca fuera de su centro, ésta girará y hará toda suerte de cosas maravillosas, pero bueno, éste no es un manual del juego del billar y tenemos que dejarlo.

Poco después de su fundación en 1662, la Royal Society comenzó a promover activamente la investigación para determinar la naturaleza del proceso de colisión. Hooke realizó experimentos de demostración en sus reuniones. También lo hizo el arquitecto sir Christopher Wren, quien había vuelto a sus estudios antiguos sobre percusión. John Wallis, el matemático, se ocupó de aspectos teóricos del problema, y Huygens también fue consultado sobre sus hallazgos. Sus esfuerzos independientes estaban todos de acuerdo, aunque fue el doctor Wallis quien publicó la primera versión moderna de la ley de conservación del momento lineal en la *Transacciones filosóficas de la Sociedad* (1668). Newton relató estos esfuerzos de sus contemporáneos en los *Principios*. Si éste fue o no el origen de la tercera ley, probablemente no lo sabremos nunca.

#### 4.3 AHORA TODO JUNTO

*Me pasa igual con la mecánica que con los idiomas. Entiendo las leyes matemáticas, pero la realidad técnica más sencilla que exija percepción, me resulta más difícil que a la persona más torpe.*

KARL MARX (1818-1883)

Quien solamente está de pie

El credo de las tres leyes es una guía del universo físico. Idealmente, podríamos aplicar este sistema teórico a todas las interacciones observables, pero éste tiene sus limitaciones, como era de esperar. La *mecánica clásica*, como se denomina el sistema, es más aplicable a los aspectos cotidianos de la vida normal, donde su funcionamiento es admirable. Sus limitaciones son apreciables tan sólo en los extremos: en el diminuto dominio de los átomos, en la enorme escala de las estrellas, y en los movimientos a rapideces tremendas.

Consideremos ahora algunos ejemplos de cómo funcionan juntas las tres leyes para hacer inteligibles los acontecimientos corrientes.

Póngase de pie un momento y perciba los tirones y esfuerzos, la sensación de presión sobre los talones aplastados de sus pies. El peso de un cuerpo actúa sobre el suelo, y el suelo, a

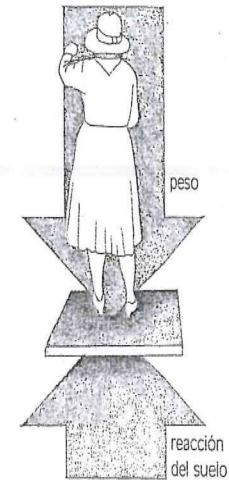
su vez, empuja hacia arriba con una reacción igual y opuesta. La fuerza externa neta que actúa sobre el cuerpo es la diferencia entre la atracción de la gravedad hacia abajo y la reacción hacia arriba del suelo. Si esta fuerza neta es cero, la segunda ley exige que el objeto en cuestión continúe en reposo respecto a la dirección vertical —y ahí está usted, de pie, inmóvil.

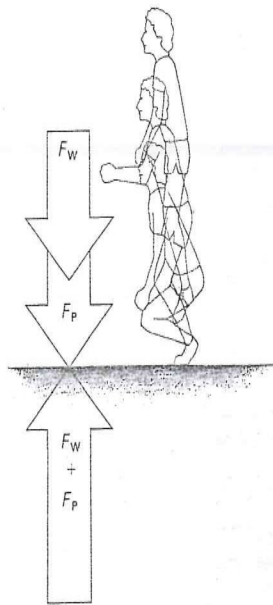
Supóngase que, por razones estructurales, el suelo no puede ejercer una reacción tan grande como el peso. Bien, entonces no podrá soportarlo. La fuerza neta distinta de cero que actúa sobre el cuerpo está dirigida hacia abajo, y acelerará hacia abajo ( $F=ma$ ) a través del suelo, igual que si usted intentara sostenerse sobre una caja de papel o caminar sobre el agua.

El suelo no soporta su peso con una fuerza exactamente igual y opuesta debido a una inteligencia inherente o a un deseo de obedecer la tercera ley. El suelo simplemente se distorsiona al ser pisado, de forma muy parecida a como lo haría un colchón o a una lámina de caucho horizontal estirada o un trampolín. Cuanto mayor sea su peso, más se estira, produciendo una contrafuerza a través de interacciones atómicas tipo resorte dentro del caucho (o del suelo). Cuanto más se hunde usted, mayor es la reacción que tiende a contrarrestar la fuerza aplicada, el cuerpo se para, y el material deja de distorsionarse —o, en caso contrario, se rompe—. Un suelo fuerte y rígido necesita deformarse tan sólo de forma muy ligera, casi imperceptible, para generar una reacción apreciable. Los suelos de madera traicionan a menudo el proceso crujiendo al ser pisados, mientras que los de hormigón apenas si se distorsionan. La arena suave de las playas se comprime varios centímetros antes de ejercer la reacción adecuada, y las arenas movedizas suelen evitarse debido a su incapacidad para generar una contrafuerza suficiente.

Por otra parte, si usted desea acelerar en dirección vertical hacia arriba, la fuerza externa neta ejercida sobre su cuerpo es evidente que ha de ser distinta de cero y dirigida hacia arriba. Lo que no puede hacer es agarrarse el cinturón y dar un tirón hacia arriba, esperando así acelerar. Al hacerlo, su cinturón dará un tirón hacia abajo, y no pasará gran cosa. Su cuerpo, cinturón incluido, es el sistema, y éstas son fuerzas internas iguales y opuestas que actúan dentro y no sobre ese sistema. Similarmente, una persona no puede sentarse dentro de un coche parado y ponerlo en movimiento empujando el cuadro de instrumentos, ni se puede parar un ascensor que descendiendo empujando el techo desde el interior.

Muy bien, entonces si usted quiere acelerar hacia arriba, no tiene más que empujar sobre el suelo con una fuerza mayor





Caminando

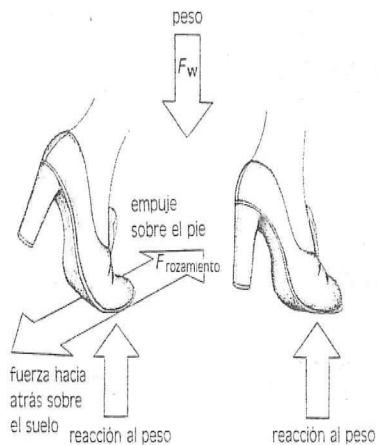
que su peso; es decir, añada presión ( $F_p$ ) con los músculos de las piernas al peso ordinario ( $F_w$ ). La reacción hacia arriba del suelo se igualará entonces a este impulso combinado  $F_p + F_w$ . El suelo no distingue los orígenes de las fuerzas aplicadas sobre él; simplemente las iguala en su reacción. Esta es una fuerza externa que actúa hacia arriba sobre usted. Como sólo hay otra influencia externa, su peso,  $F_w$ , actuando hacia abajo, la fuerza neta (igual en magnitud a  $F_p$ ) que actúa sobre usted se dirige hacia arriba, usted sube. Si encoge las piernas antes de elevarse, aumentará el tiempo de empuje ( $\Delta t$ ), con lo que aumenta el cambio de momento lineal,  $\Delta(mv)$ , y, en consecuencia, subirá más rápido. El proceso es conocido como salto, y los escépticos pueden intentar saltar sobre una báscula de baño para ver si se puede ver ( $F_p + F_w$ ) al elevarse. Esto parece muy complicado, y en realidad lo es.

Si ha visto alguna vez a un niño de un año y medio intentar saltar antes de haber aprendido a hacerlo, comprobará la complejidad del salto. El imitar los movimientos del cuerpo de un adulto no es suficiente para elevarse del suelo a pesar de los esfuerzos.

Nuestro medio usual de propulsión lenta horizontal en distancias cortas se denomina caminar. La técnica depende de algo que haga acelerar la masa de nuestro cuerpo en una dirección horizontal deseada. Considerando la segunda ley, es evidente que se necesita una fuerza externa en la dirección adecuada para hacer que el caminante abandone el reposo. ¿Cuál es esa fuerza? ¿Qué fuerza externa ejercida sobre usted le empuja hacia adelante al empezar a andar?

Por regla general, dos objetos sólidos en contacto experimentan alguna atracción mutua cuando inician un movimiento de separación. Las moléculas de las dos superficies tienden a adherirse entre sí como pequeñas soldaduras microscópicas que deben romperse para separar los objetos. La fuerza resistiva que hay que superar se llama resistencia de rozamiento, que siempre está dirigida de forma que se opone a cualquier movimiento real o inminente.

Para empezar a andar hacia el norte, lo único que se necesita es empujar sobre el suelo hacia el sur, es decir, mover cualquiera de los pies hacia atrás, ejerciendo una fuerza horizontal tal que haya un empuje de rozamiento hacia adelante que impulse la aceleración. El rozamiento que se opone al movimiento hacia atrás del pie es lo que impulsa hacia adelante. En otras palabras, al empujar sobre el suelo, éste empuja sobre nosotros. Si se piensa que realmente uno no empuja hacia atrás al caminar, recuérdese tan sólo la nube de polvo que deja tras sí un corredor



o un caballo. El proceso de empuje hacia atrás resulta más evidente cuando se anda a gatas, impulsándose con los brazos. No hay que olvidar que esta primera operación, empujar hacia atrás, es imposible sin rozamiento.

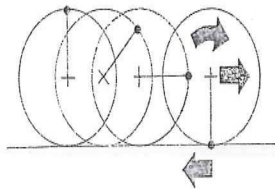
La máxima cantidad de rozamiento que puede desarrollarse en cualquier situación dada viene determinada por las propiedades de las superficies individuales y por lo fuerte que dos superficies están unidas. Arrástrese una silla por el suelo unos metros. Luego siéntese a alguien en ella y empujela hacia atrás. El aumento de rozamiento será evidente.

Un corredor en la línea de salida debe adquirir la mayor aceleración posible. Para ello se necesita una gran fuerza reactiva de rozamiento, que el corredor obtiene empujando inicialmente hacia abajo y clavándose, mientras hace fuerza con los pies hacia atrás a lo largo del suelo. Evitando sobrepasar un máximo (pues los pies resbalarían), puede empujarse hacia atrás sobre el suelo con toda la fuerza deseada, obteniendo una reacción de rozamiento igual y opuesta. El empuje de propulsión que genera una superficie pulida y recién encerada es tan pequeño que sólo se puede caminar sobre ella muy lentamente sin resbalar. En contraste, con zapatos de clavos que se adhieren al suelo, se obtienen pares acción-reacción mayores y, por tanto, aceleraciones más altas.

Por supuesto, si la superficie sobre la que se pretende andar está bien engrasada, no se desarrollará un rozamiento apreciable; no se podrá empujar hacia atrás sobre el suelo, y tan sólo con un rápido arrastre de pies se podrá avanzar algo. Tampoco se podría andar flotando sobre el suelo de una nave espacial; es por ello que a los escritores de ciencia-ficción les gustan tanto las botas magnéticas. De la misma forma, el viejo número de pisar una cáscara de plátano es un baile clásico de par acción-reacción con rozamiento nulo.

Adviértase que si el momento lineal ha de ser conservado, al caminar hacia adelante, el movimiento de la Tierra ha de ser hacia atrás. Pero su masa es tan grande que tal movimiento es imperceptible. No ocurre lo mismo, claro está, en un bote de remos, que acelera hacia atrás cuando un pasajero empieza a andar hacia adelante.

Una vez que usted ha empezado a andar o correr, las cosas se complican. El problema surge al alcanzar la velocidad deseada y querer mantenerla. Aun cuando su cuerpo como un todo se mueva uniformemente, las piernas deben acelerar y frenar todo el tiempo para mantenerse debajo del cuerpo y soportar su peso. Si uno de los pies empuja el suelo en el movimiento hacia atrás, aparecerá una fuerza hacia atrás sobre el suelo y una reacción hacia adelante que causará una aceleración inde-

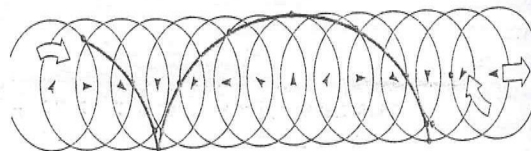
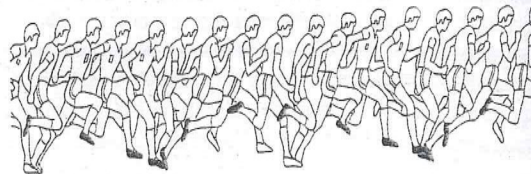


Movimiento de un punto sobre la circunferencia de una rueda que gira uniformemente.

seada. Para evitarla, cada pie debe plantarse idealmente recto hacia abajo. Esta es la razón por la cual al correr (con velocidad constante) sobre arena húmeda quedan unas pisadas tan claras.

Este concepto puede quedar más claro imaginando una rueda con un punto amarillo en el aro de la llanta rodando sobre una superficie perfectamente plana con velocidad constante. A medida que gira, el punto quedará por un instante en el punto más adelantado de la rueda, enfrente del eje. Después se moverá gradualmente hacia abajo y *hacia atrás*, disminuyendo su distancia horizontal al eje a medida que la rueda gira. En el instante en que toca el suelo, el punto se moverá hacia atrás respecto al centro a la misma rapidez con que la rueda, eje incluido, se mueve hacia adelante. En otras palabras, respecto al suelo, cuando el punto lo toca, está en reposo. Un coche que corra con rapidez constante sobre arena húmeda, deja sobre ella las marcas de sus neumáticos claras y limpias. Idealmente, la zona en contacto con la carretera no empuja ni hacia adelante ni hacia atrás; sólo lo hace al frenar o acelerar, respectivamente.

Mientras corre a rapidez constante, el pie de un corredor se mueve realmente en el espacio con una trayectoria muy parecida a la que sigue el punto amarillo de la rueda con uniformidad. La ley de inercia pone en claro que el corredor continuaría a rapidez constante en un medio sin rozamiento, sin tener que ejercer en absoluto ninguna fuerza horizontal. En realidad, hay que vencer la resistencia del aire, pero a una rapidez de marcha normal que tan sólo requiere unos cuantos gramos de fuerza. Comparada con las fuerzas verticales, que son aná-



Comparación del movimiento de un punto en una rueda con el pie de un corredor.

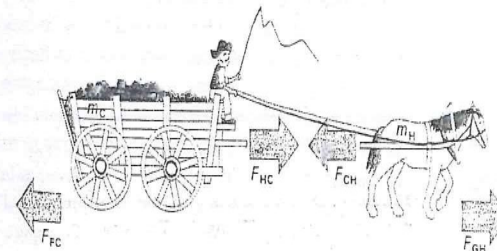
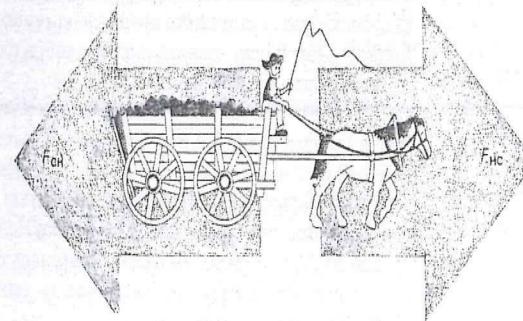
logas al peso de la persona, el empuje hacia atrás preciso para mantener una rapidez constante es muy pequeño.

A propósito, los dibujos de los neumáticos están diseñados para mantener un rozamiento uniforme en carreteras mojadas. Cuando el impulso no proviene del suelo sino, por ejemplo, de un motor a reacción, como en un avión o un coche de carreras, los neumáticos soportan tan sólo el peso, por lo que pueden construirse lisas o con una curvatura especial, para reducir el rozamiento al máximo.

Otro ejemplo famoso de acción-reacción es el problema de «la vieja yegua gris». Este ejemplo confunde al principio y ha de formularse con audaz arrogancia para desarmar a la víctima. También suele presentarse como una paradoja, pero esto sólo es un procedimiento para legitimarlo. En realidad, no es sino una simple patraña originada por concepciones poco claras, y no una verdadera paradoja. El problema es como sigue: si un caballo que arrastra una carga ejerce una fuerza ( $F_{HC}$ ) sobre el carro y el carro ejerce una fuerza de reacción igual y opuesta ( $F_{CH}$ ) sobre el caballo, ¿no se neutralizarían las dos, y entonces, cómo se las arreglan el carro o el caballo para moverse?

La confusión aparece sólo si no tiene en cuenta el hecho de que las fuerzas en un par de reacción ( $F_{HC}$  y  $F_{CH}$ ) nunca actúan sobre el mismo cuerpo. Nótese que  $F_{HC}$  y  $F_{CH}$  son fuerzas internas en el sistema caballo-carro y, por tanto, no afectan

### La vieja yegua gris



La «paradoja» del viejo caballo y el carro.

directamente a su movimiento como un todo. Despreciando el rozamiento del aire, existen sólo dos influencias externas de acción horizontal: la fuerza motriz, es decir, el suelo que empuja hacia adelante ( $F_{SH}$ ) en reacción al empuje hacia atrás del caballo, y una fuerza opuesta de rozamiento ( $F_{RC}$ ) sobre las ruedas del carro. Mientras la primera sea mayor que la segunda, carro y caballo aceleran como un todo. En otras palabras, puesto que  $F=ma$ ,

$$(F_{SH} - F_{RC}) = (m_H + m_C)a.$$

Alternativamente, si se decide considerar tan sólo el carro, es decir, tomarlo como el sistema, entonces éste acelerará siempre que la fuerza neta que actúa sobre él ( $F_{HC} - F_{RC}$ ) sea distinta de cero. Similarmente, el caballo acelerará hacia adelante siempre que ( $F_{SH} - F_{CH}$ ) sea distinta de cero. Las tres formas de considerar este análisis conducen a resultados equivalentes.

Al alcanzar la velocidad deseada, se hace que el caballo afloje un poco, de forma que  $F_{SH} = F_{RC}$ . Entonces ya no hay fuerza neta, y la vieja yegua gris trota, tirando del carro con una razón constante. Idealmente,  $F_{RC}$  ha de ser cero, pero por desgracia las ruedas se hunden un poco en el camino, y es inevitable que exista algún rozamiento. En contraste, si la carga es grande y el camino blando, es posible que  $F_{SH}$  y  $F_{RC}$  sean iguales al principio, y entonces, el pobre caballo, por mucho que se esfuerce, no podrá mover el carro. Es el momento de bajarse y empujar.

A propósito, las varas de madera (lanzas) que unen el caballo al carro tienen al menos un objetivo interesante: evitar que el carro pase por encima del caballo cuando éste frena. En algún sitio, hace mucho tiempo, la gente intuyó el significado de la primera ley.

Nótese que tanto aquí como en el ejemplo de caminar, el rozamiento es la fuerza motriz. De igual forma, un automóvil es movido por la fuerza de reacción de la carretera sobre las ruedas motrices, al igual que una locomotora es impulsada hacia adelante empujando hacia atrás sobre los rieles —todo es rozamiento.

**Caída libre**

Ponga una mano extendida con la palma hacia arriba. Sitúe un peso pequeño pero apreciable sobre ella, como un libro o un manojito de llaves. Deje caer ahora la mano hacia abajo, acelerándola exactamente a  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Si, puede hacerlo al menos por un momento. Piénselo. Esa sería la velocidad a la que el libro caería si nada se lo impidiera; así que, déjelo caer libre-

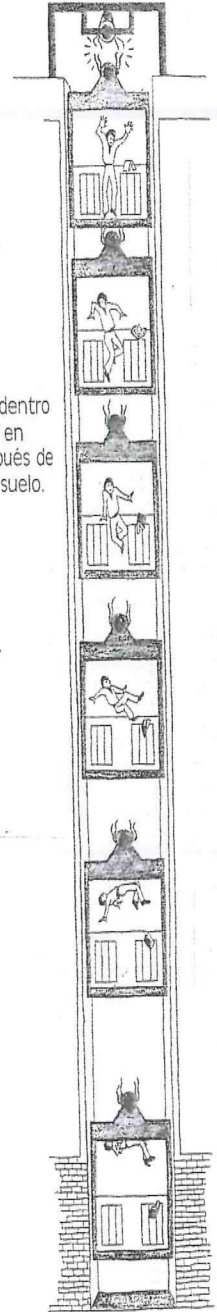
mente, haciendo que su mano simplemente lo preceda en la caída. Bajo la sola influencia de su peso, el libro sufrirá una aceleración  $g$ . Si su mano lo sostiene, es decir, lo empuja hacia arriba, la fuerza neta sobre el libro será inferior a  $F_w$ , y sufrirá una aceleración hacia abajo menor que  $9,8 \text{ m/s}^2$ . Es evidente que, a medida que deje caer la mano con mayor rapidez, justo en el momento en que la mano caiga a una aceleración  $g$ , dejará de sentirse la presión del libro; el libro habrá llegado a no tener peso efectivo en caída libre. Si el libro estuviera sobre una balanza apoyada también en la mano y se repitiera la caída con aceleración  $g$ , tanto el libro como la balanza flotarían y esta última indicaría cero. Podría obtenerse la misma situación saltando de una silla sosteniendo el libro, y yo (que acabo de hacerlo) puedo atestiguar una pérdida momentánea de «peso» del libro.

Suponga que se encuentra en un elevador que, por rotura del cable, cae libremente; es decir, su aceleración,  $a_p$ , es igual a  $g$ . En este caso, no sólo el libro flotará ingrávido en su mano, sino que usted mismo tampoco tendría peso. El suelo, cayendo bajo sus pies, no ejercería ninguna reacción hacia arriba salvo que usted empujara sobre él con una fuerza generada por sus músculos; si hiciera esto, usted flotarían en el interior, desplazándose hacia arriba respecto al elevador. Podría abrir incluso la compuerta del techo y lanzarse hacia arriba fuera del elevador. A pesar de esto, usted por supuesto caería cada vez más rápido, no tanto como el elevador, pero sí lo suficiente. Podría intentar saltar hacia arriba con la misma rapidez de caída del elevador justo antes de que éste choque contra el foso, pero desgraciadamente esto no es tan fácil de hacer.

Otra forma de apreciar lo que está pasando es imaginarse de pie sobre una silla dentro del elevador en caída libre. Si saltara de la silla, usted no llegaría al piso, pues éste estaría retirándose en el momento de saltar. En este ejemplo, donde no existe aceleración relativa entre el elevador y el pasajero, no puede haber medición de peso, aunque se esté sobre una balanza o colgado de ella.

De ordinario, un elevador que cae acelera hacia abajo con una aceleración menor que  $g$  y sólo durante uno o dos segundos antes de alcanzar su velocidad operativa. Durante estos pocos segundos, su peso resultará reducido, y usted lo percibirá. Si durante esta fase se baja de la silla, caerá al suelo del elevador con una aceleración relativa igual a la diferencia ( $g - a_p$ ). El producto de su masa por esta aceleración total correspondería a la reducción momentánea del «peso», medido por una balanza fija al elevador. Esa sería también la fuerza que el suelo ejercería sobre usted si caminara por el elevador.

Cómo se flota dentro de un elevador en caída libre después de saltar sobre el suelo.



Imagínese ahora que nuestro elevador es lanzado hacia arriba, acelerándose durante varios segundos, y cayendo después libremente. Si usted saltara de la dichosa silla durante los primeros segundos de ascenso impulsado, la gravedad lo aceleraría hacia abajo con una aceleración  $g$ , como siempre, mientras que el piso del elevador acelera hacia arriba para reunirse con usted con una aceleración  $a_e$ . El resultado es una aceleración relativa combinada ( $g + a_e$ ). Su peso efectivo (después de bajar) aumentaría de la misma manera que lo haría en un elevador en subida normal durante la aceleración. Esta es el origen de la expresión fuerza- $g$  de la era espacial. La gente dentro de un cohete que se acelera hacia arriba con una aceleración, por ejemplo, de  $3g$ , experimenta una fuerza inercial adicional hacia abajo igual a tres veces su peso terrestre.

Durante la siguiente fase de ascenso sin impulso motriz, el elevador convertido en cohete continúa subiendo, frenando a medida que asciende por la fuerza de la gravedad. Si usted vuelve a subir a la silla y salta, volverá a caer hacia la Tierra con aceleración  $g$ , igual que el propio elevador (o en forma equivalente, decelerando en la dirección de subida). Recuerde, considerando  $g$  constante, que el elevador va frenando a  $9,8 \text{ m/s}^2$ , aunque esté subiendo. Sube pero cada vez más despacio, decelerando todo el tiempo. No existen impedimentos, y tanto el pasajero como el elevador caen libremente, y usted otra vez flota como si no tuviera peso. El efecto puede reproducirse saltando simplemente con un libro en la mano —un trampolín puede ayudar—. En cuanto se abandona el suelo, el libro pierde todo su peso de forma efectiva.

Todos hemos visto flotar a los astronautas en su viaje de ida y vuelta a la Luna. No es que fueran ingravidos, sino que no pesaban —caían libremente.

### Mach y מַצֶּה

La palabra *masa* se deriva del latín *massa*, que significa una bola de pasta, que, a su vez, viene del griego  $\mu\alpha\zeta\alpha$  (maza) o pastel de cebada, que puede tener origen en el hebreo  $\text{מַצֶּה}$  (matzoh) o pan sin fermentar. Esto es fácil, pero ¿qué es la masa en un contexto físico?

En el siglo XIX, el físico y filósofo austriaco Ernst Mach propuso un ingenioso experimento mental para determinar la masa relativa, libre de toda consideración de fuerza, incluida la gravedad. La idea era usar una definición operacional para reestructurar la formulación newtoniana en un desarrollo más lógico. La interdependencia de los conceptos de fuerza y masa y la ausencia de una definición práctica de esta última hacen que estas nociones sean vagas e insatisfactorias. La propia cantidad de materia de Newton, definida en función de la den-

sidad y el volumen, le parecía a Mach que estaba enmarcada en la lógica de los círculos y la rechazó como inútil. En su lugar, regresó a la segunda ley.

Dos masas,  $M$  y  $m$ , sobre una superficie sin rozamiento, se mantienen juntas contra un resorte comprimido entre ellas. Se sueltan los cuerpos y, por la influencia de las dos fuerzas iguales y opuestas ejercidas por el resorte, se separarán. La segunda ley nos dice entonces que el producto de la masa por la aceleración sería idéntico para cada objeto; esto es,  $m\dot{A}$  es igual a  $M\dot{a}$ . Por tanto, podemos escribir

$$m = M \frac{a}{A}$$

Si reemplazamos el objeto de masa  $M$  por la unidad patrón kilogramo (es decir,  $M = 1$ ), esta fórmula se transforma en

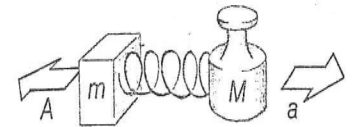
$$m = \frac{a}{A}$$

Si olvidamos ahora la lógica que nos condujo hasta aquí, podremos tomar simplemente esta relación (junto con nuestros aparatos) como una definición operacional de la masa de cualquier objeto —basada en un procedimiento de medición que, en este ejemplo, es totalmente independiente de la fuerza que se mida—. El objeto en cuestión y el kilogramo patrón se comprimen contra ambos extremos de un resorte. Con los instrumentos más básicos, reglas y relojes, sólo necesitamos determinar las dos aceleraciones resultantes al separarse el objeto y el patrón para obtener la relación  $a/A$ , que nos da el valor de la masa relativa,  $m$ .

Tendremos que demostrar, por supuesto, que en cualquier lugar (en cualquier marco de referencia inercial), independientemente del resorte usado (su estructura material, espesor, longitud, etc.) y de cuanto se comprime, la relación de las dos aceleraciones es constante para un cuerpo particular. Esto se ha confirmado siempre, y por eso  $m$  igual  $a/A$  es algo más que una simple definición arbitraria. Se basa en una propiedad intrínseca de la materia y ha sido verificada empíricamente en diversas condiciones.

Podría pensarse entonces que la segunda ley suministra la definición de fuerza que necesitábamos, es decir, el producto de la masa de un objeto por la aceleración resultante. Si observamos que un cuerpo acelera, afirmamos que sobre él actúa una fuerza igual a  $ma$ , y como conocemos  $m$ , todo va bien.

Aunque el esquema de Mach nos ofrece una regla para



Dos masas que se separan, aceleradas por un resorte.



La masa se manifiesta tanto inercial como gravitacionalmente.