

## Funciones de $n$ Variables

### Ejercicios

1. Sea  $f(x, y)$  el conjunto de pares ordenados de la forma  $(P, z)$  donde

$$z = \sqrt{x^2 - y} \iff f(x, y) = \sqrt{x^2 - y}$$

Encuentre lo siguiente:

(a)  $f(6, 11)$

(b)  $f(4, -9)$

(c)  $f(x + 2, 4x + 4)$

(d)  $f\left(\frac{1}{x}, \frac{-3}{x^2}\right)$

2. Sea  $h(x, y, z)$  el conjunto de pares ordenados de la forma  $(P, w)$  donde

$$w = \sqrt{6 - x^2 - y^2 - z^2} \iff h(x, y, z) = \sqrt{6 - x^2 - y^2 - z^2}$$

Encuentre lo siguiente:

(a)  $h(-1, -1, -1)$

(b)  $h\left(1, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right)$

(c)  $h\left(\frac{1}{3}x, \frac{1}{3}y, \frac{1}{3}z\right)$

(d)  $[h(x, y, z)]^2 - [h(x + 2, y, z + 2)]^2$

3. Sea  $g(x, y, z)$  el conjunto de pares ordenados de la forma  $(P, w)$  donde

$$w = \frac{8}{x^2 + y^2 + z^2 - 25} \iff g(x, y, z) = \frac{8}{x^2 + y^2 + z^2 - 25}$$

Encuentre lo siguiente:

(a)  $g(3, 2, 5)$

(b)  $g\left(-2, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

(c)  $g\left(-\frac{1}{z}, \frac{2}{z}, \frac{2}{z}\right)$

(d)  $g(x - 2, 5, x + 2)$

4. Dadas las siguientes funciones, determine explícitamente el dominio de cada una, luego gráfíquelas.

(a)  $f(x, y) = \frac{9}{9 - x^2 - y^2}$

⋮  
⋮  
⋮

(b)  $h(x, y) = \sqrt{x^2 - y^2 - 4}$

(c)  $g(x, y) = \frac{1}{36 - x^2 - 6y^2}$

5. Dadas las siguientes funciones, determine explícitamente el dominio de cada una, luego grafíquelo.

(a)  $f(x, y, z) = \frac{x + y + z}{x - y - z}$

(b)  $f(x, y, z) = \frac{z}{x^2 - y}$

(c)  $f(x, y, z) = \sqrt{81 - x^2 - 9y^2 - z^2}$

(d)  $f(x, y, z) = \sin^{-1}(x) + \sin^{-1}(y) + \sin^{-1}(z)$

(e)  $f(x, y, z) = \ln(x) + \ln(y) + \ln(z)$

6. Realizar la gráfica de  $f(x, y) = e^{xy}$ , analizar y graficar en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^3$  las trazas en el plano  $xy$ ,  $yz$ ,  $xz$ .

7. Dadas  $f(x, y) = x - y$ ,  $g(t) = \sqrt{t}$ ,  $h(s) = s^2$ . Encuentre lo siguiente:

(a)  $(g \circ f)(5, 1)$

(b)  $f(h(3), g(9))$

(c)  $f(g(x), h(y))$

(d)  $g((h \circ f)(x, y))$

(e)  $(h \circ g)(f(x, y))$

8. Un sólido rectangular del primer octante, con tres caras en los ejes planos coordenados, tiene un vértice en el origen y el vértice opuesto en el punto  $(x, y, z)$  en el plano  $x + 3y + 2z = 6$ .

(a) Obtenga un modelo matemático que exprese el volumen del sólido como una función de las dimensiones de la base. Determine el dominio de la función.

(b) ¿Cuál es el volumen si la base es un cuadrado de lado 1.25 unidades?

9. La presión de un gas en el punto  $(x, y, z)$  del espacio tridimensional es  $P(x, y, z)$  atmósferas, donde

$$P(x, y, z) = 4e^{-(x^2+y^2+z^2)}$$

Describe las superficies de nivel de  $P$  para 4, 2, 1, y  $\frac{1}{2}$ .

10. El potencial eléctrico en un punto  $(x, y, z)$  del espacio tridimensional es

$$V(x, y, z) = \frac{8}{\sqrt{16x^2 + 4y^2 + z^2}}$$

en volts. Describe las superficies de nivel para 4, 2, 1, y  $\frac{1}{2}$ .