

Límites

Ejercicios

1. Mediante el uso de trayectorias y análisis gráfico determine si el límite dado existe o no.

$$(a) \lim_{(x,y) \rightarrow (2,-1)} \frac{3x - 2y}{x + 4y}$$

$$(e) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^9 y}{(x^6 + y^2)^2}$$

$$(b) \lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{(x-1)^{4/3} - (y-1)^{4/3}}{(x-1)^{2/3} + (y-1)^{2/3}}$$

$$(f) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + 2xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$(c) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 y^4}{(x^2 + y^4)^3}$$

$$(g) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y + xy^2}{x^2 + y^2}$$

$$(d) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4 + 3x^2 y^2 + 2xy^3}{(x^2 + y^2)^2}$$

2. Una función $f(x, y)$ es continua en (x_o, y_o) si se cumple:

I. $f(x_o, y_o)$ existe.

II. $\lim_{(x,y) \rightarrow (x_o, y_o)} f(x, y)$ existe.

III. Los valores obtenidos en (a) y (b) son iguales. Es decir, $\lim_{(x,y) \rightarrow (x_o, y_o)} f(x, y) = f(x_o, y_o)$

Determine si las siguientes funciones son continuas en $(0, 0)$.

$$(a) h(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^2 y}{x^4 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = 0 \end{cases}$$

$$(b) f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$(c) h(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{|x| + |y|} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$