TALLER No. 3-Álgebra y Trigonometría

10-02-2022

1) **(a)** ¿Cuáles de las siguientes funciones tienen 5 en sus dominios?

$$f(x) = x^2 - 3x \qquad g(x) = \frac{x-5}{x} \qquad h(x) = \sqrt{x-10}$$

(b) Para las funciones de la parte (a) que *tienen* 5 en sus dominios, encuentre el valor de la función en 5.

2) [redacted] Exprese la regla en notación de función. (Por ejemplo, la regla "elevar al cuadrado, luego restar 5" se expresa como la función $f(x) = x^2 - 5$.)

(a) Sumar 3, luego multiplicar por 2

(b) Restar 5, luego elevar al cuadrado

3) Exprese la función (o regla) en palabras.

(a) $h(x) = x^2 + 2$ **(b)** $f(x) = \dfrac{x-4}{3}$

4) **Trace un diagrama de máquina para las funciones.**

(a) $f(x) = \sqrt{x-1}$ **(b)** $f(x) = \dfrac{3}{x-2}$

5)

(a) $f(x) = 2(x-1)^2$

x	$f(x)$
-1	
0	
1	
2	
3	

(b) $g(x) = |2x + 3|$

x	$g(x)$
-3	
-2	
0	
1	
3	

6) **Evalúe la función en los valores indicados.**

$$f(x) = x^2 + 2x;$$
$$f(0), f(3), f(-3), f(a), f(-x), f\left(\frac{1}{a}\right)$$

7) **Encuentre el dominio de la función.**

a) $f(x) = \dfrac{(x+1)^2}{\sqrt{2x-1}}$ **b)** $g(x) = \sqrt[4]{x^2 - 6x}$

8) **Ley de Torricelli.**
Un tanque contiene 50 galones de agua, que se descarga por una fuga en el fondo, haciendo que el tanque se vacíe en 20 minutos. El tanque se descarga con más rapidez cuando está casi lleno porque es mayor la presión sobre la fuga. La Ley de Torricelli da el volumen de agua restante en el tanque después de t minutos como:

$$V(t) = 50\left(1 - \frac{t}{20}\right)^2 \qquad 0 \le t \le 20$$

(a) Encuentre V(5) y V(15)

(b) ¿Qué representan sus respuestas del inciso a)?

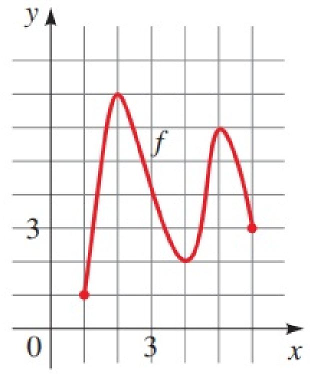
9) **Trace la gráfica de la función haciendo primero una tabla de valores.**

a) $g(x) = (x-3)^2$ **b)** $g(x) = \sqrt{-x}$

10) **Determine si la ecuación define y como función de x.**

a) $x^2 + (y-1)^2 = 4$ **b)** $\sqrt{x} + y = 12$

11) **Conteste los incisos a) y b) a partir de la siguiente gráfica.**



a) Para hallar el valor de una función f(x) a partir de la gráfica de f, encontramos la altura de la gráfica arriba del eje x en x = ______. De la gráfica de f vemos que f(3) ______.

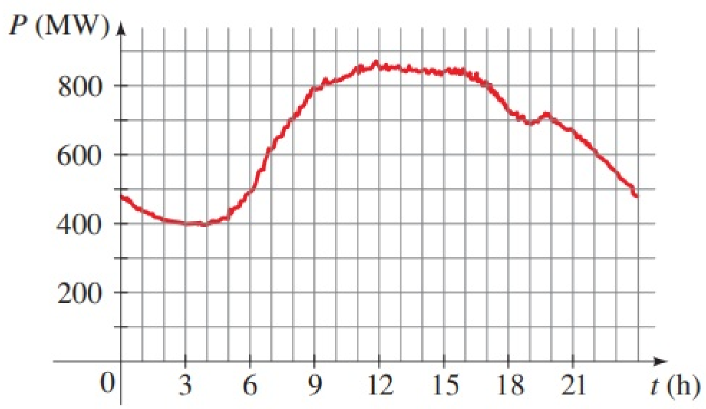
b) El dominio de la función f son todos los valores de ___ de los puntos sobre la gráfica, y el rango son todos los valores ____ correspondientes. De la gráfica de f vemos que el dominio de f es el intervalo _____ y el rango de f es el intervalo _____.

12) **Consumo de energía eléctrica** La figura muestra el consumo de energía eléctrica en San Francisco para el 19 de septiembre de 1996 (P se mide en megawatts; t se mide en horas empezando a la medianoche).

(a) ¿Cuál fue el consumo de energía eléctrica a las 6:00 a.m.? ¿A las 6:00 p.m.?

(b) ¿Cuándo fue mínimo el consumo de energía eléctrica?

(c) ¿Cuándo fue máximo el consumo de energía eléctrica?



Fuente: Pacific Gas & Electric

13) Sea $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$ $\quad g(x) = \sqrt{x}$.

Encuentre:

a) (f+g)(4)
b) (f-g)(4)
c) (fg)(4)
d) (f/g)(4)

14) **Trace la gráfica de la función, no localizando los puntos sino empezando con la gráfica de una función estándar y aplicando transformaciones.**

a) $y = (x-3)^2 + 5$ **b)** $y = \sqrt{x+4} - 3$

15) **Nos dan una función f, y las transformaciones indicadas se aplican a su gráfica (en el orden dado). Escriba la ecuación para la gráfica final transformada.**

a) $f(x) = |x|$; desplazar 3 unidades a la derecha y desplazar 1 unidad hacia arriba

b) $f(x) = \sqrt[4]{x}$; reflejar en el eje y y desplazar hacia arriba 1 unidad

SOLUCIÓN

1. (a) $f(x) = x^2 - 3x$ y $g(x) = \dfrac{x-5}{x}$

(b) f(5) = 5^2 - 3(5) = 10

$$g(x) = \frac{x-5}{x} = \frac{5-5}{5} = 0$$

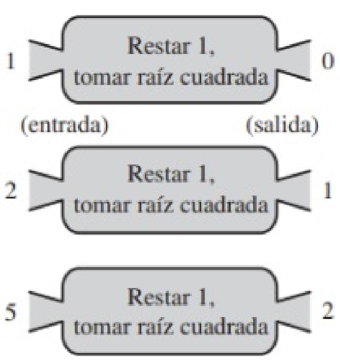
2. (a) $f(x) = 2(x+3)$

(b) $F(x) = (x-5)^2$

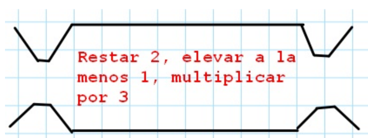
3. (a) Elevar al cuadrado luego sumar dos.

(b) Restar 4, luego dividir entre 3.

4. (a)



(b)



5. (a) $f(x) = 2(x-1)^2$

x	$f(x)$
-1	8
0	2
1	0
2	2
3	8

(b) $g(x) = |2x+3|$

x	$g(x)$
-3	3
-2	1
0	3
1	5
3	9

6. $f(x) = x^2 + 2x$;

$f(0), f(3), f(-3), f(a), f(-x), f\left(\frac{1}{a}\right)$

$f(0) = 0^2 + 2(0) = 0$

$f(3) = 3^2 + 2(3) = 15$

$f(-3) = (-3)^2 + 2(-3) = 3$

$f(a) = a^2 + 2a$

$f(-x) = (-x)^2 + 2(-x) = x^2 - 2x$

$f(1/a) = \left(\frac{1}{a}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{1}{a^2} + \frac{2}{a}$

7.

a) $f(x) = \frac{(x+1)^2}{\sqrt{2x-1}}$; $x \neq 1/2$

$2x - 1 > 0 \rightarrow 2x > 1 \rightarrow x > 1/2$

$\Rightarrow \{x \mid x \neq 1/2 \ \ y \ \ x > \frac{1}{2}\} = (\frac{1}{2}, \infty)$

b) $g(x) = \sqrt[4]{x^2 - 6x}$; $x^2 - 6x \geq 0$

$x(x-6) \geq 0$

puntos críticos: $x = 0$; $(x-6) = 0 \rightarrow x = 6$

	$(-\infty, 0]$	$[0, 6]$	$[6, \infty)$
x	$-$	$+$	$+$
$(x-6)$	$-$	$-$	$+$
signo de x(x-6)	$+$	$-$	$+$

$\Rightarrow (-\infty, 0] \cup [6, \infty)$

8) Ley de Torricelli.
Un tanque contiene 50 galones de agua, que se descarga por una fuga en el fondo, haciendo que el tanque se vacíe en 20 minutos. El tanque se descarga con más rapidez cuando está casi lleno porque es mayor la presión sobre la fuga. La Ley de Torricelli da el volumen de agua restante en el tanque después de t minutos como:

$$V(t) = 50\left(1 - \frac{t}{20}\right)^2; \quad \underline{0 \le t \le 20}$$

(a) Encuentre V(5) y V(15)

$$V(5) = 50\left(1 - \frac{5}{20}\right)^2$$
$$= 50(0{,}75)^2$$
$$= 28{,}125 \text{ galones}$$

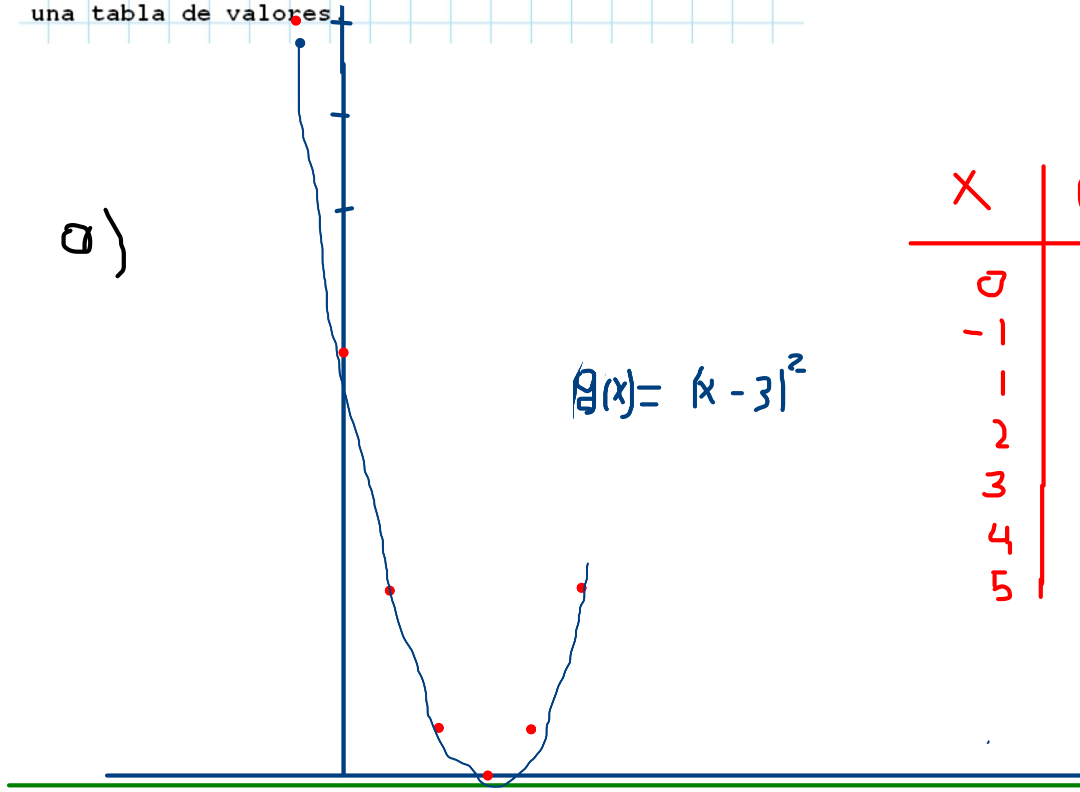
$$V(15) = 3{,}125 \text{ galones}$$

b) V(5) es la cantidad e galones contenidos en el tanque 5 minutos mas tarde.
V(15)es la cantidad e galones contenidos en el tanque 15 minutos mas tarde.

9)Trace la gráfica de la función haciendo primero una tabla de valores.

a)

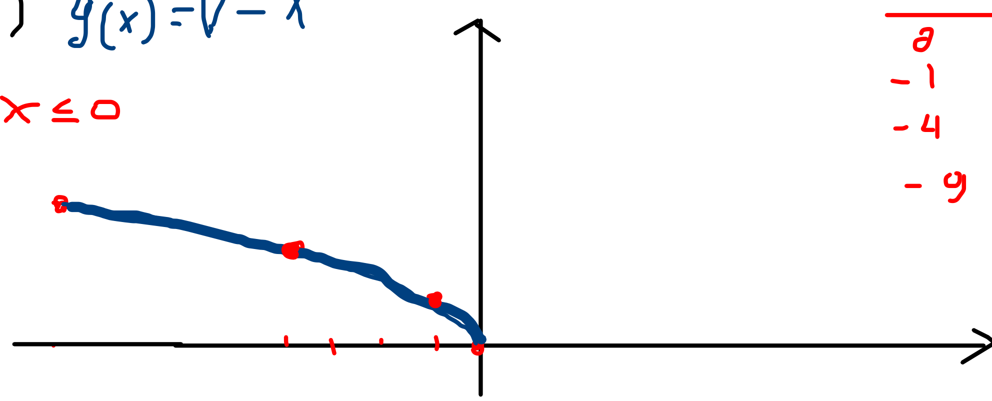
$g(x) = (x-3)^2$



x	$(x-3)^2$
0	9
-1	16
1	4
2	1
3	0
4	1
5	4

b) $g(x) = \sqrt{-x}$

$x \le 0$



x	$\sqrt{-x}$
0	0
-1	1
-4	2
-9	3

10) Determine si la ecuación define y como función de x.

a) $x^2 + (y-1)^2 = 4$

$$(y-1)^2 = 4 - x^2$$

$$y - 1 = \pm\sqrt{4-x^2}$$

$$y = 1 \pm \sqrt{4-x^2}$$

==>
La ecuación NO define a Y como fucnión de X ya que da 2 valores por cada valor dado.

b) $\sqrt{x} + y = 12$

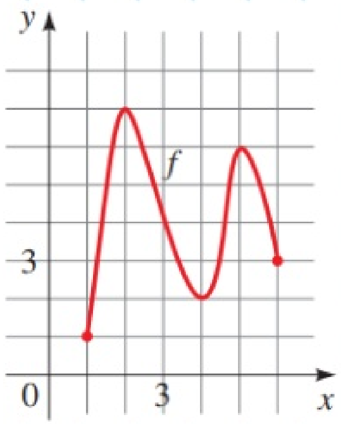
$$y = 12 - \sqrt{x}$$

==> Sí define a Y como una función de X ya que da un solo valor por cada valor dado de X.

$\Rightarrow$ por lo tanto podemos escribir:

$$\boxed{f(x) = 12 - \sqrt{x}}$$

11) Conteste los incisos a) y b) a partir de la siguiente gráfica.



a) Para hallar el valor de una función f(x) a partir de la gráfica de f, encontramos la altura de la gráfica arriba del eje x en x = _f(x)____. De la gráfica de f vemos que f(3) ___4___.

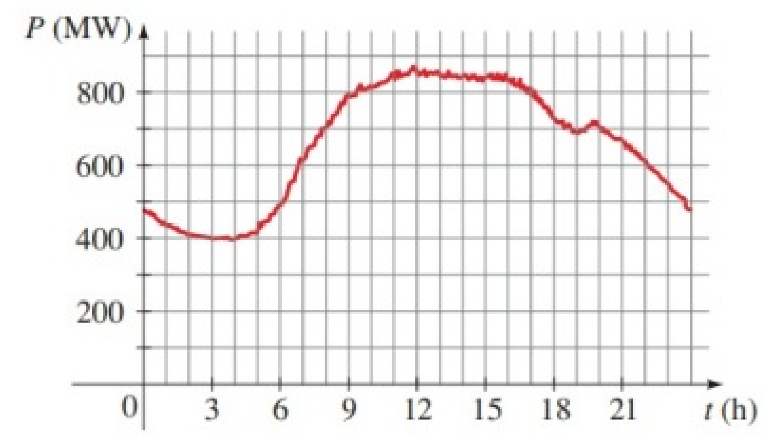
b) El dominio de la función f son todos los valores de _x__ de los puntos sobre la gráfica, y el rango son todos los valores __y__ correspondientes. De la gráfica de f vemos que el dominio de f es el intervalo [1,6]_____ y el rango de f es el intervalo [1,7]_____.

12) **Consumo de energía eléctrica** La figura muestra el consumo de energía eléctrica en San Francisco para el 19 de septiembre de 1996 (*P* se mide en megawatts; *t* se mide en horas empezando a la medianoche).

(a) ¿Cuál fue el consumo de energía eléctrica a las 6:00 a.m.? ¿A las 6:00 p.m.?

(b) ¿Cuándo fue mínimo el consumo de energía eléctrica?

(c) ¿Cuándo fue máximo el consumo de energía eléctrica?



Fuente: Pacific Gas & Electric

a) a las 6 am = 500MW; 6pm = 700 MW

b) entre 3 am y 4 am.

c) a las 12pm

13) Sea $f(x) = \frac{1}{x-2}$ $g(x) = \sqrt{x}$.

$$(f+g)(4) = f(4) + g(4) = \frac{1}{4-2} + \sqrt{4} = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$$

$$(f-g)(4) = f(4) - g(4) = \frac{1}{4-2} - \sqrt{4} = -\frac{3}{2}$$

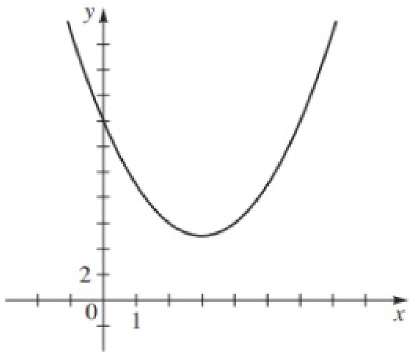
$$(fg)(4) = f(4) \cdot g(4) = \left(\frac{1}{4-2}\right)\sqrt{4} = \left(\frac{1}{2}\right)2 = 1$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(4) = \frac{f(4)}{g(4)} = \frac{1}{(4-2)\sqrt{4}} = \frac{1}{4}$$

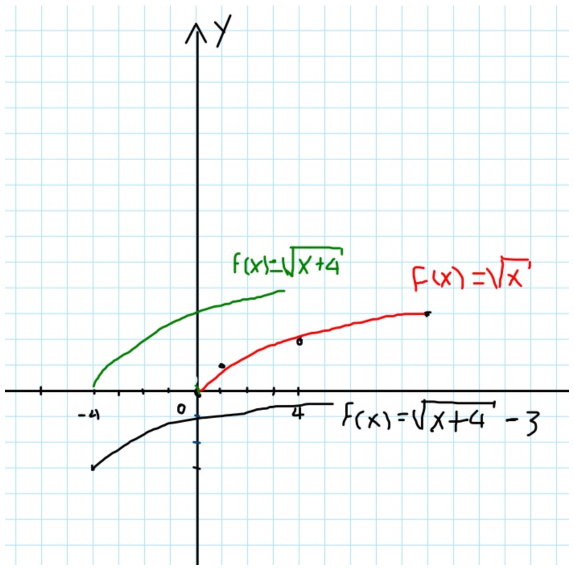
Cada uno de estos valores existe porque x=4 está en el dominio de cada función.

14)

a)



b)



15)

a) $f(x) = |x - 3| + 1$

b) $f(x) = \sqrt[4]{-x} + 1$