

**Examen final -
- Álgebra y trigonometría**

(31-03-2022)

1) Encuentre (a) el número de referencia para cada valor de t y (b) el punto terminal determinado por t .

a) $t = -\frac{11\pi}{3}$ b) $t = \frac{16\pi}{3}$

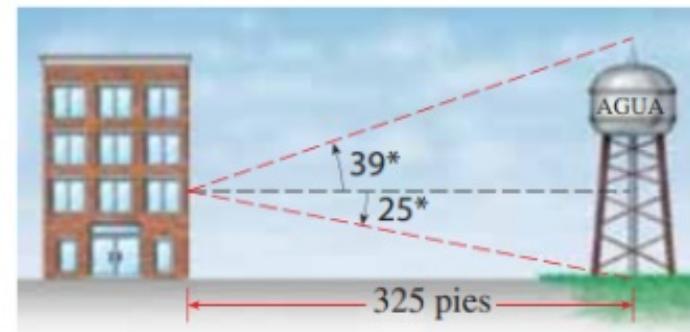
2) Encuentre el valor exacto de la función trigonométrica en el número real dado.

a) $\csc\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ b) $\sec\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

3) Encuentre el valor de cada una de las seis funciones trigonométricas (si está definido) en el número real t dado. Use sus respuestas para completar la tabla.

t	$\text{sen } t$	$\text{cos } t$	$\text{tan } t$	$\text{csc } t$	$\text{sec } t$	$\text{cot } t$
0	0	1		indefinido		
$\frac{\pi}{2}$						
π			0			indefinido
$\frac{3\pi}{2}$						

4) **Altura de una torre** Una torre de agua está situada a 325 pies de un edificio (vea la figura). Desde una ventana del edificio, un observador ve que el ángulo de elevación a la parte superior de la torre es 39° y que el ángulo de depresión de la parte inferior de la torre es 25° . ¿Cuál es la altura de la torre? ¿Cuál es la altura de la ventana?



5) Considere la ecuación dada. Verifique algebraicamente que la ecuación sea una identidad

$$\frac{\text{sen } x - 1}{\text{sen } x + 1} = \frac{-\text{cos}^2 x}{(\text{sen } x + 1)^2}$$

SOLUCIÓN

1) (a) $\pi/3$ (b) $(\frac{1}{2}, \sqrt{3}/2)$

$$a) t = \frac{-11\pi}{3} + 4\pi = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \bar{t} = t \Rightarrow P = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

b) (a) $\pi/3$ (b) $(-\frac{1}{2}, -\sqrt{3}/2)$

$$t = 6\pi - \frac{16\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \bar{t} = \pi - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$$

$$P = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

(está en el tercer cuadrante)

2) a) -1

$$\csc\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)} = \frac{1}{-\sin\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{-1} = -1$$

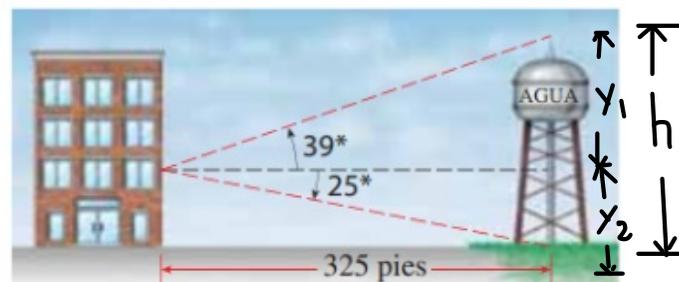
$$b) \sec\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)} = \frac{1}{\cos\frac{\pi}{3}} = \frac{1}{1/2} = 2$$

3) 25. $t = 0$ 26. $t = \frac{\pi}{2}$ 27. $t = \pi$ 28. $t = \frac{3\pi}{2}$

t	$\sin t$	$\cos t$	$\tan t$	$\csc t$	$\sec t$	$\cot t$
0	0	1	0	indefinido	1	ind.
$\frac{\pi}{2}$	1	0	ind.	1	ind.	0
π	0	-1	0	ind.	-1	indefinido
$\frac{3\pi}{2}$	-1	0	ind.	-1	ind.	0

4) **Altura de una torre** Una torre de agua está situada a 325 pies de un edificio (vea la figura). Desde una ventana del edificio, un observador ve que el ángulo de elevación a la parte superior de la torre es 39° y que el ángulo de depresión de la parte inferior de la torre es 25° . ¿Cuál es la altura de la torre? ¿Cuál es la altura de la ventana?

415 pies, 152 pies



a)

$$\tan 39^\circ = \frac{y_1}{325} \rightarrow y_1 = (325)(\tan 39^\circ) = 263,2$$

$$\tan 25^\circ = \frac{y_2}{325} \rightarrow y_2 = (325)(\tan 25^\circ) = 151,5$$

$$h = y_1 + y_2 = 415 \text{ pies}$$

b) la altura de la ventana es y_2 : $y_2 = (325)(\tan 25^\circ) = 151,5$

$$5) \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} = \frac{-\cos^2 x}{(\sin x + 1)^2}$$

$$\cdot \text{Lado Izq} = \frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} \cdot \frac{\sin x + 1}{\sin x + 1} = \frac{\sin^2 x - 1}{(\sin x + 1)^2} = \text{Lado Der}$$