1_TRIGONOMETRIA Y GEOMETRIA ANALITICA

En la actualidad las funciones trigonométricas se utilizan para describir y analizar fenómenos periódicos como mareas, ondas sonoras y voltaje eléctrico. El concepto básico para poder aplicar la trigonometría en casos como los anteriores es el sistema de coordenadas dentro de un plano. El **sistema de coordenadas rectangulares** es una herramienta importante para especificar posiciones y determinar distancias. (Hirsch et al, 1986).

1_TRIGONOMETRIA Y GEOMETRIA ANALITICA

Que es la trigonometría?

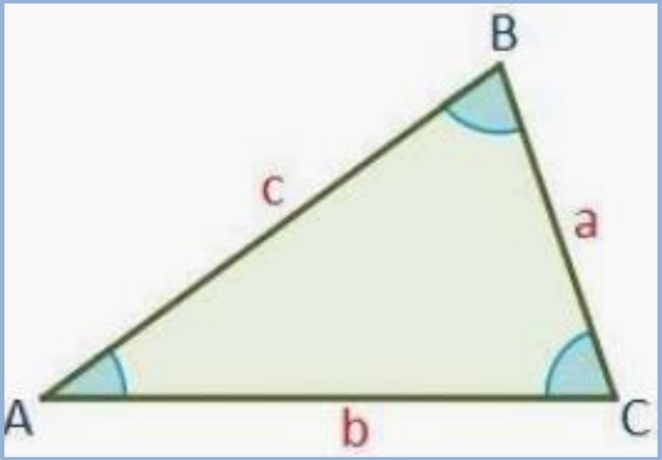
La **trigonometría** es la rama de las matemáticas que se encarga de calcular los elementos de los triángulos. Para esto se encarga de **estudiar** las relaciones entre los ángulos y los lados de los triángulos.

Se denomina **Trigonometría plana**, si el rango se aplica al estudio de triángulos planos.

1_TRIGONOMETRIA Y GEOMETRIA ANALITICA

Que es la trigonometría?

Un triángulo es la figura más básica en el estudio de las matemáticas.



La palabra trigonometría significa medida de triángulo. Ejemplos de cosas que podemos medir en un triángulo son las longitudes de los lados, los ángulos, el área, etc.

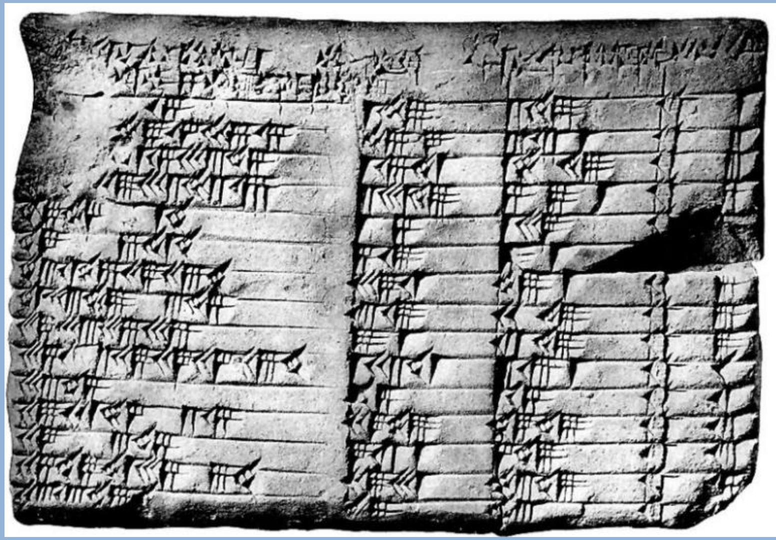
1_TRIGONOMETRIA Y GEOMETRIA ANALITICA
1.1_Que es la trigonometría?

Aproximadamente 3500 años AC, los **babilonios** ya empleaban los ángulos de un triángulo y las razones trigonométricas en sus quehaceres.

Ellos utilizaban estas razones para realizar medidas en agricultura y resolver problemas de navegación, aplicando las relaciones que existían entre los lados de triángulos semejantes. Determinaron aproximaciones de medidas de ángulos y de longitudes de los lados de los triángulos rectángulos.

1_TRIGONOMETRIA Y GEOMETRIA ANALITICA
1.1_Que es la trigonometría?

Varias tablas grabadas sobre arcilla seca lo testimonian. Así, por ejemplo, una tablilla babilónica escrita en cuneiforme, denominada Plimpton 322 (en torno al 1900 A. C.) muestra quince ternas pitagóricas y una columna de números que puede ser interpretada como una tabla de funciones trigonométricas.



1_TRIGONOMETRIA Y GEOMETRIA ANALITICA

1.1_Que es la trigonometría?

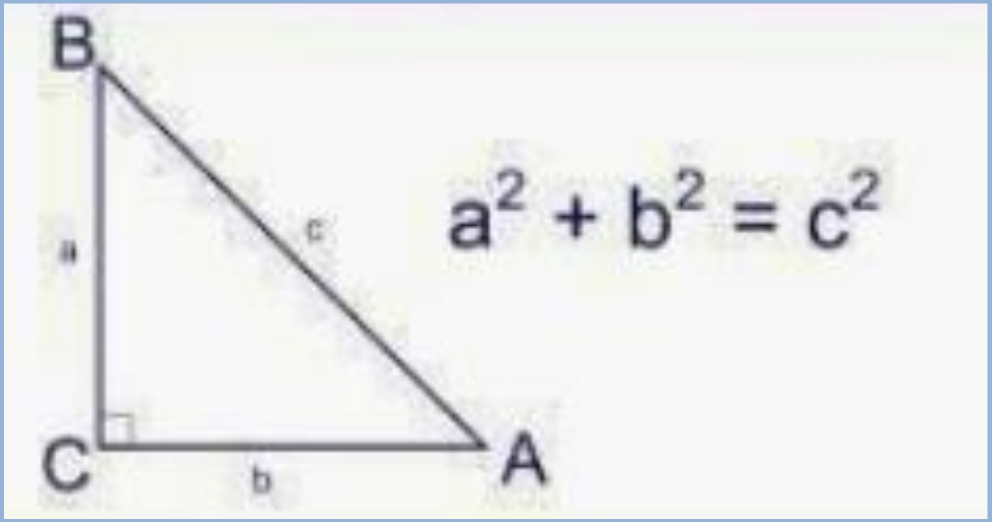
El estudio del sol, la tierra y de los demás planetas se ha promovido por el conocimiento de las razones entre los lados de triángulos semejantes.

Eratóstenes (276-194 a.C.) usó triángulos rectángulos semejantes para estimar en 252.000 estadios (39.614,4 km) la circunferencia polar de la tierra.

Si lo comparamos con la mejor estimación moderna, 40.008 km, es decir un error de menos del 1%, vemos que aunque su método tiene alguna imprecisión, su resultado final es notable.

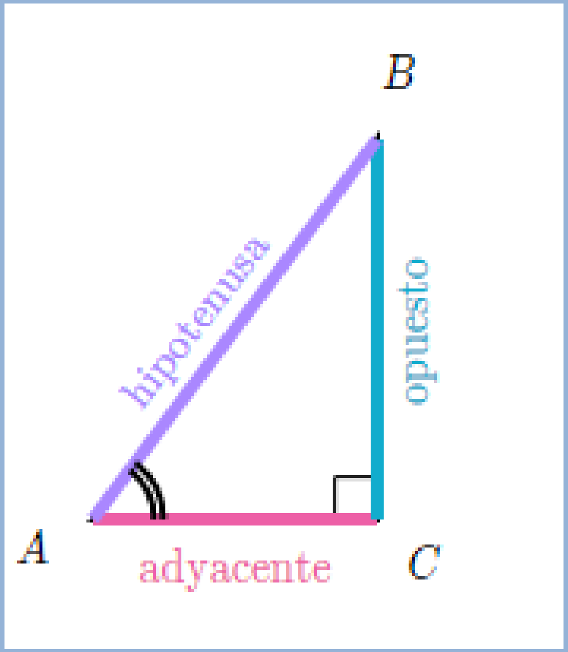
1.2 El teorema de Pitágoras

El teorema de Pitágoras establece que, en todo **triángulo rectángulo**, la longitud de la hipotenusa es igual a la raíz cuadrada de la suma del área de los cuadrados de las respectivas longitudes de los catetos.



1_TRIGONOMETRIA Y GEOMETRIA ANALITICA
1.3 Las funciones trigonométricas

Las funciones trigonométricas se definen comúnmente como el cociente entre dos lados de un **triángulo rectángulo**, asociado a sus ángulos.



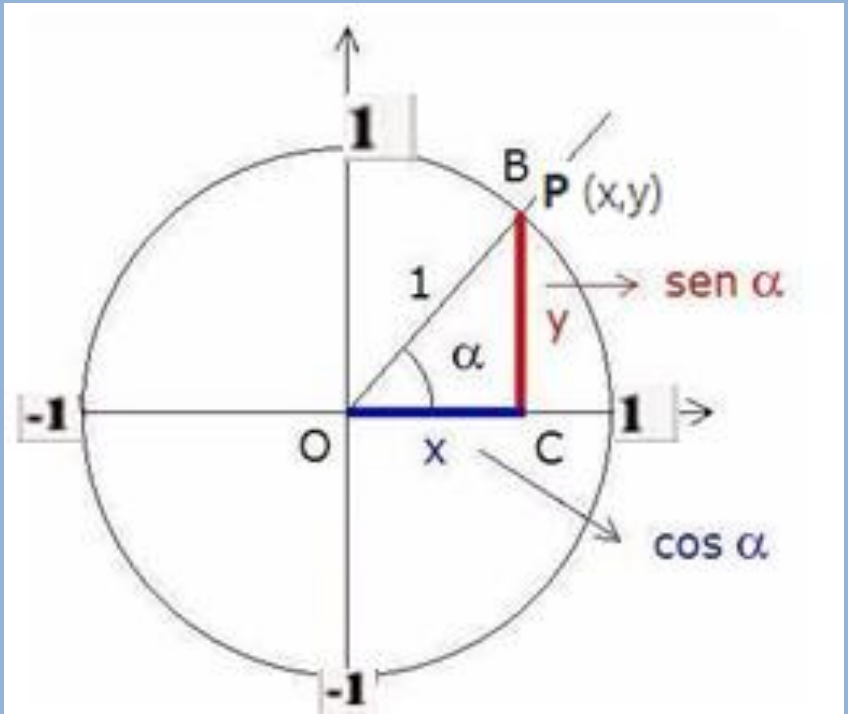
$$\sin(A) = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos(A) = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\tan(A) = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$$

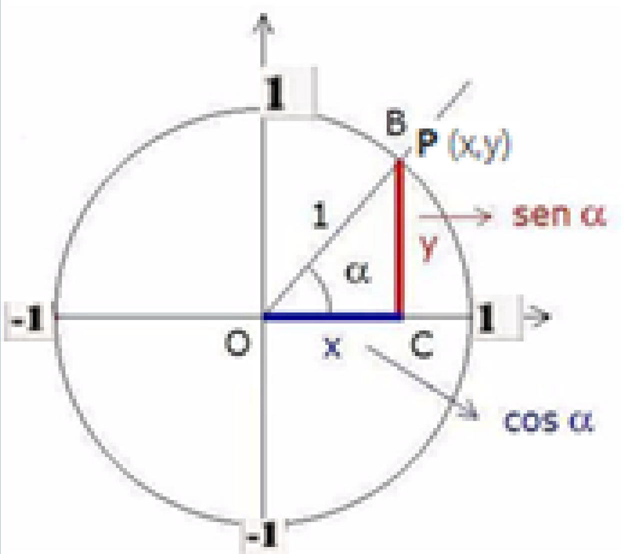
1.4 Las funciones trigonométricas en plano cartesiano

En el **círculo unitario** de radio 1 con centro en el origen del sistema de coordenadas del plano cartesiano, considerando un punto **P** (x,y) en la circunferencia unitaria, se determina un triángulo rectángulo donde con respecto al ángulo α, el cateto adyacente representa la **abscisa X** y el cateto opuesto representa la ordenada **Y.**



1_TRIGONOMETRIA Y GEOMETRIA ANALITICA

1.4 Las funciones trigonométricas en plano cartesiano

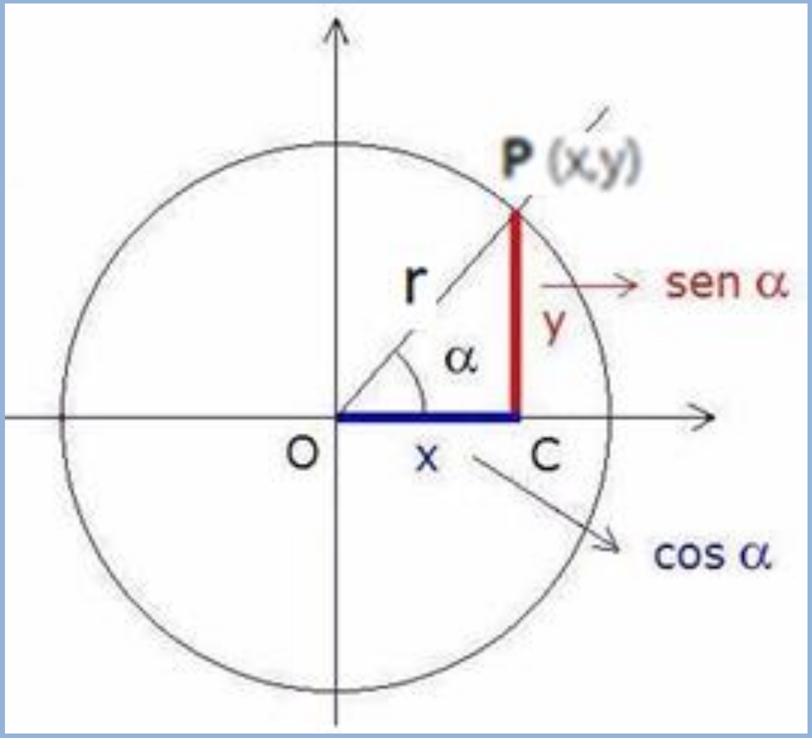


$$sen\alpha = y \qquad tan\alpha = \frac{y}{x} \qquad sec\alpha = \frac{1}{x}$$

$$cos\alpha = x \qquad ctg\alpha = \frac{x}{y} \qquad csc\alpha = \frac{1}{y}$$

El signo de la función dependerá del cuadrante donde efectuemos nuestro análisis.

1_TRIGONOMETRIA Y GEOMETRIA ANALITICA
1.4 Las funciones trigonométricas en plano cartesiano

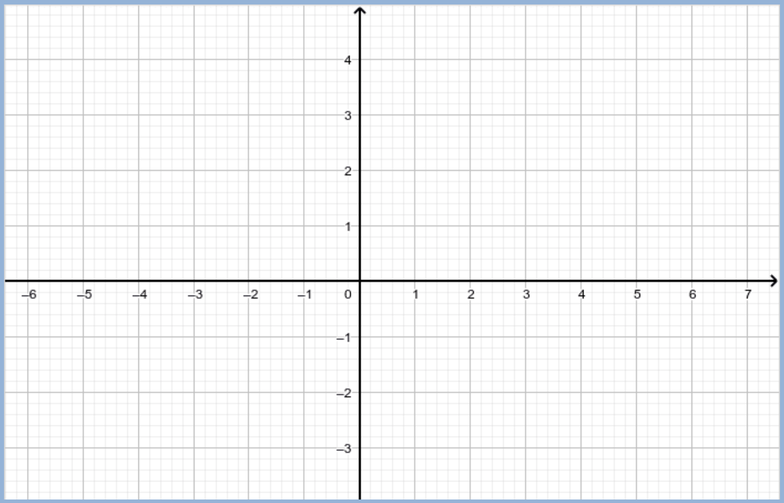


Para un punto cualquiera P (x,y) en el plano tenemos las relaciones:

- $\sin\alpha = \frac{y}{r}$
- $\cos\alpha = \frac{x}{r}$
- $\tan\alpha = \frac{y}{x}$
- $\csc\alpha = \frac{r}{y}$
- $\sec\alpha = \frac{r}{x}$
- $\cot\alpha = \frac{x}{y}$

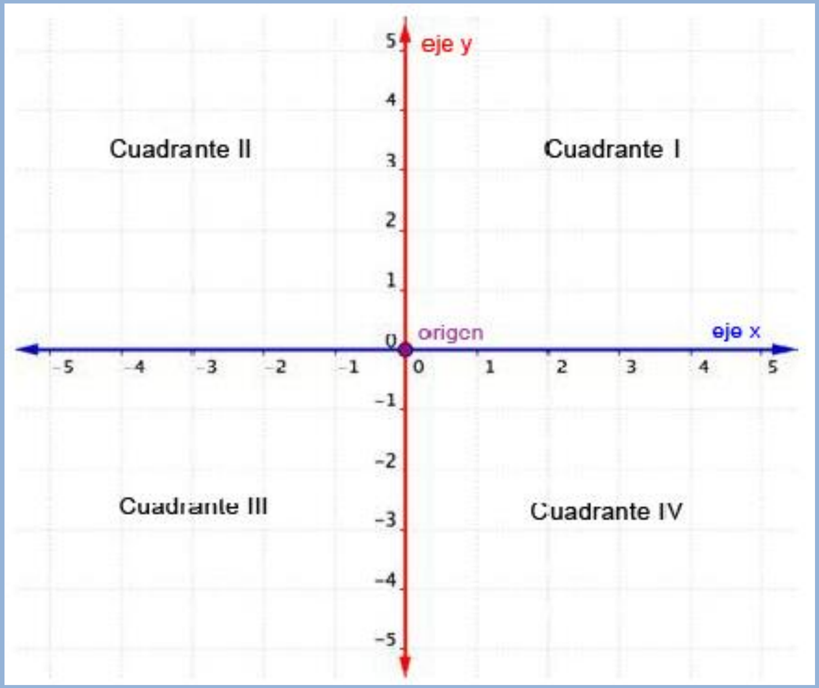
1_TRIGONOMETRIA Y GEOMETRIA ANALITICA
1.5 El plano cartesiano

El plano cartesiano (Rene Descartes) o sistema de coordenadas rectangulares, es el modelo desarrollado para representar pares ordenados de números reales. Este modelo se construye a partir de dos rectas que se cortan formando ángulos rectos.



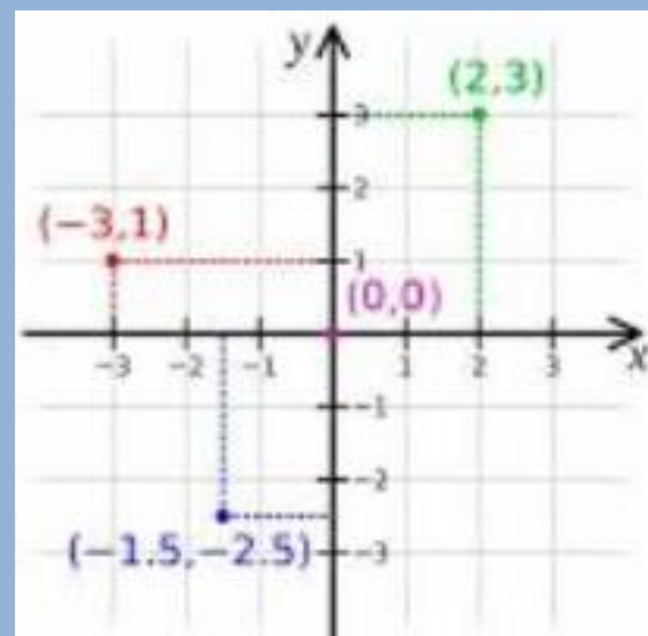
1.5 El plano cartesiano

La recta horizontal se denomina eje X y la recta vertical se llama eje Y. El punto de intersección se denomina origen, dividiendo las rectas al plano en cuatro partes llamadas cuadrantes.



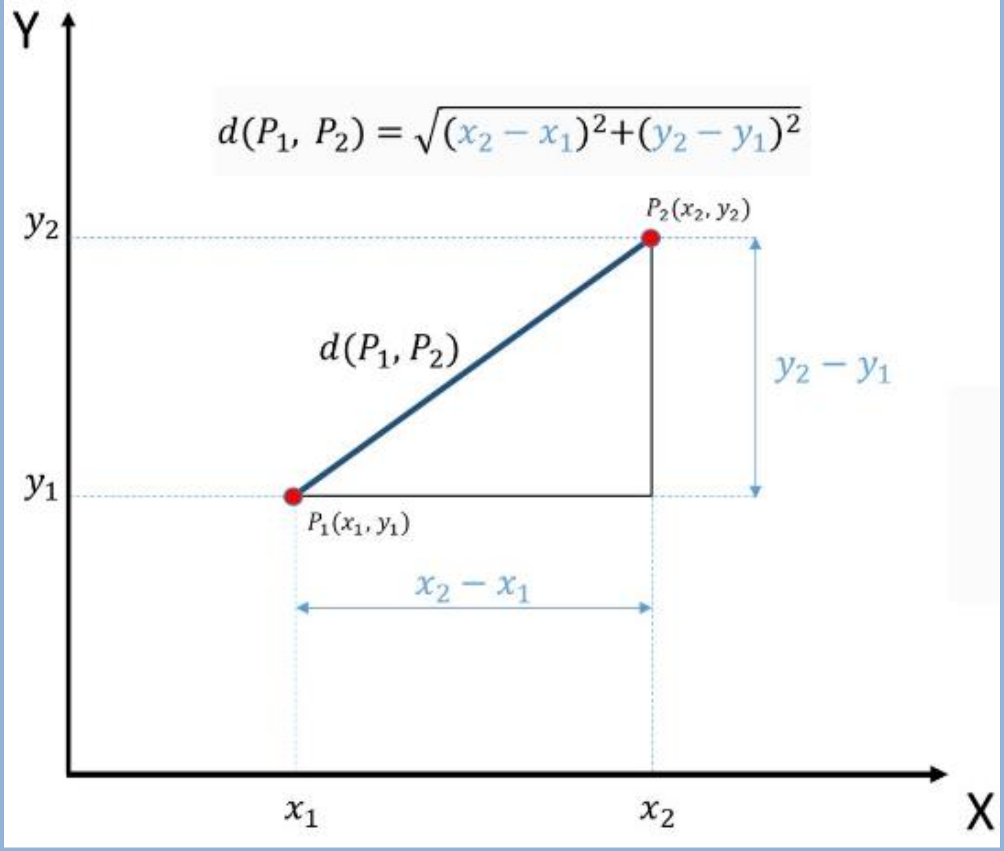
1_TRIGONOMETRIA Y GEOMETRIA ANALITICA
1.5 El plano cartesiano

Cada punto P lo identificamos por medio de un par ordenado (x,y) de números reales x e y llamados coordenadas. En un punto (x,y), la coordenada x se denomina abscisa y la coordenada y se denomina ordenada.



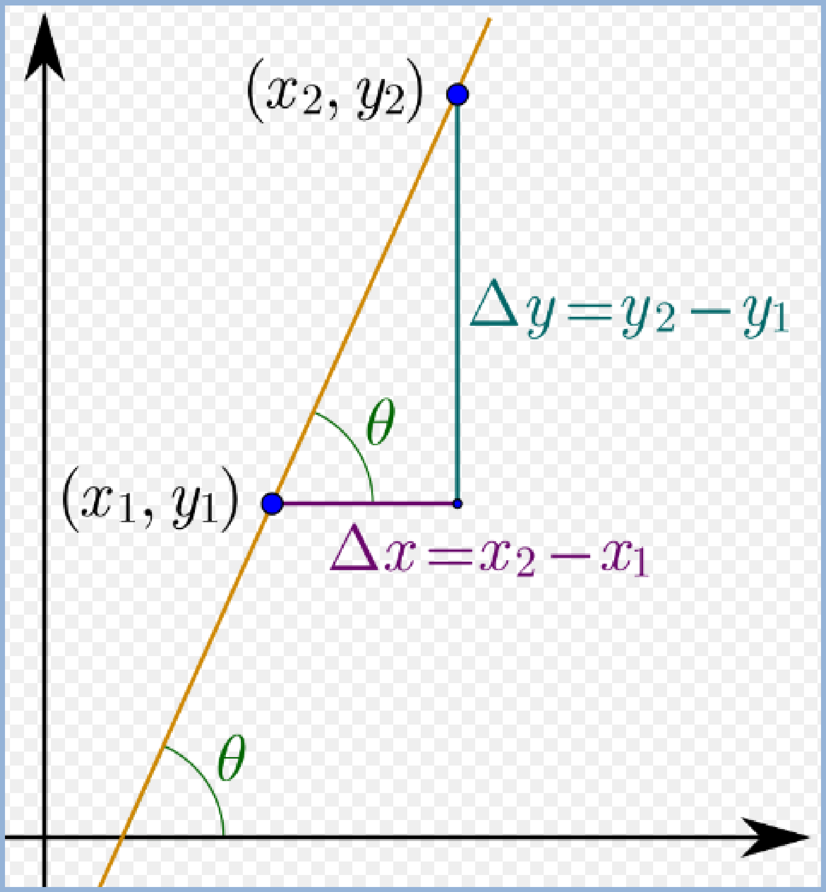
1_TRIGONOMETRIA Y GEOMETRIA ANALITICA
1.6 Distancia entre dos puntos

Para calcular la distancia (d) entre dos puntos P1(x1,y1) y P2(x2,y2) en el plano, hacemos uso del teorema de Pitágoras para construir un triangulo rectángulo a partir de los dos puntos dados así:



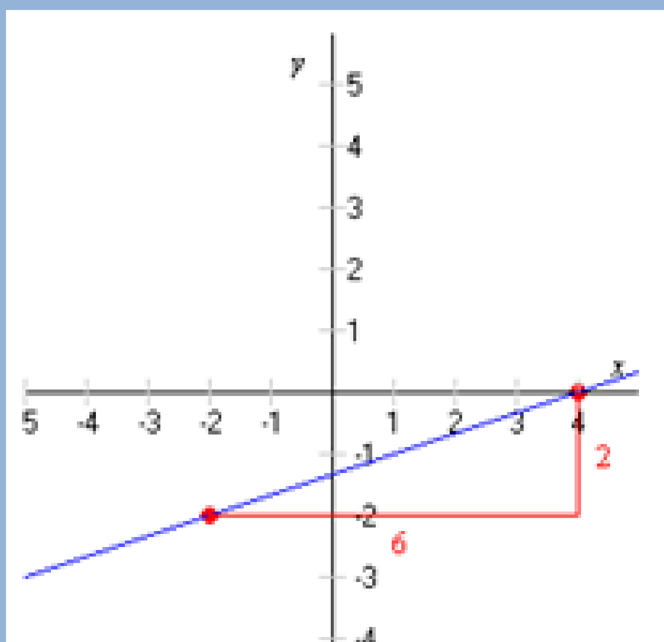
1_TRIGONOMETRIA Y GEOMETRIA ANALITICA
1.7 Pendiente de una recta

En el plano cartesiano, la pendiente (m) de una recta definida por dos puntos P1(x1,y1) y P2(x2,y2) está definida como la diferencia de coordenadas en el eje Y dividido por la diferencia de coordenadas en el eje X para dos puntos distintos en una recta.

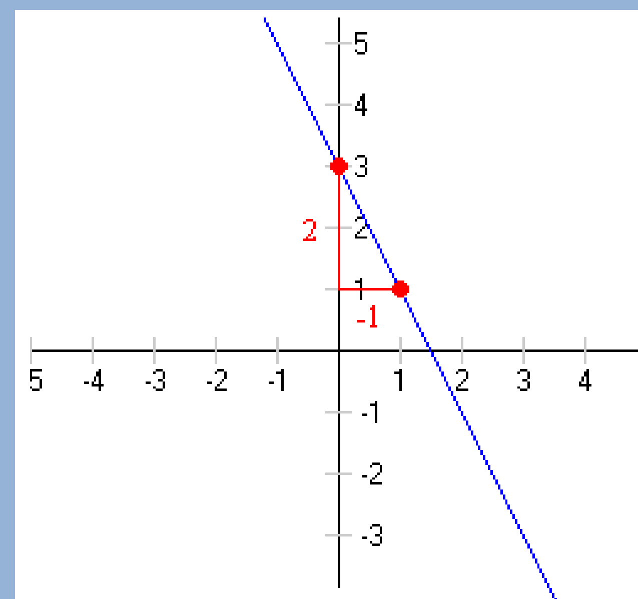


1_TRIGONOMETRIA Y GEOMETRIA ANALITICA
1.7 Pendiente de una recta

- Si X1=X2, la pendiente es indefinida.
- Si Y1=Y2, la pendiente es igual a 0
- Si Δy y Δx son positivos => m es positiva
- Si Δy es negativa y Δx es positiva => m es negativa.



$$m = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$



$$m = \frac{2}{-1} = -2$$