CAPÍTULO 2

MOVIMIENTO UNIDIMENSIONAL

La mecánica, la más antigua de las ciencias físicas, es el estudio del movimiento de los objetos. El cálculo de la trayectoria de una bola de béisbol o de una sonda espacial enviada a Marte figuran entre los problemas de los que se ocupa, así como el análisis de la trayectoria de las partículas elementales que se forman en las colisiones en nuestros grandes aceleradores. Cuando describimos *el movimiento, estamos tratando la parte de la mecánica llamada* cinemática *(del griego kinema, que significa movimiento, y de donde viene también "cinema"). Cuando analizamos las* causas *del movimiento entramos en el terreno de la* dinámica *(de la palabra griega dynamis, fuerza, como en "dinamita"). En este capítulo, trataremos únicamente de la cinemática en una dimensión. Los dos capítulos siguientes extienden estos resultados a dos y a tres dimensiones, y en el capítulo 5 iniciaremos el estudio de la dinámica.*

2-1 CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA

Para iniciar nuestro estudio de la cinemática, elegimos un caso simple: una partícula que se mueve en línea recta. Elegimos el movimiento en línea recta porque nos permite introducir algunos de los conceptos básicos de la cinemática, tales como velocidad y aceleración, sin la complejidad matemática de los vectores, los cuales se usan con frecuencia para analizar el movimiento bidimensional y tridimensional. Sin embargo, dentro de esta limitación, podemos considerar una amplia gama de situaciones físicas: la caída de una piedra, la aceleración de un tren, el frenado de un automóvil, el deslizamiento de un disco de goma en el hockey sobre hielo, el traslado de una caja en una rampa, el movimiento rápido de un electrón dentro de un tubo de rayos X, etc. El estado del movimiento puede cambiar (el disco de goma usado en el hockey sobre hielo debe ser golpeado antes de que se deslice) y su dirección puede cambiar (la piedra puede ser arrojada hacia arriba antes de que caiga), pero el movimiento debe ser confinado a una simple línea.

También simplificaremos esta exposición considerando el movimiento de una *partícula* únicamente. Esto es, trataremos a un objeto complejo como si fuera un simple punto de masa. Esto nos permite despreciar todos los movimientos internos posibles, por ejemplo, el movimiento de rotación del objeto (el cual consideraremos en los capítulos 11 a 13) o la vibración de sus partes (capítulo 15). Para el caso que nos ocupa, todas las partes del objeto se mueven exactamente de la misma manera. El giro de una rueda no satisface esta restricción, porque un punto de la llanta se mueve de un modo diferente a un punto del eje. (El *deslizamiento* de la rueda, en cambio, sí la satisface. Entonces la rueda, lo mismo que otros objetos materiales, podría ser considerada como una partícula en ciertos cálculos pero no en otros.) En tanto que nos conciernan solamente las variables cinemáticas, no existe razón para no considerar sobre la misma base la marcha de un tren que la de un electrón como ejemplos del movimiento de una *partícula*.

Dentro de estas limitaciones, consideraremos todas las clases de movimiento posibles. Las partículas pueden acelerar, decelerar, e incluso detener e invertir su movimiento. Buscaremos una descripción del movimiento que incluya cualquiera de estas posibilidades.

2-2 DESCRIPCIONES DEL MOVIMIENTO

Describiremos el movimiento de una partícula de dos maneras: con ecuaciones matemáticas y con gráficas. Cualquier manera es apropiada para el estudio de la cine-

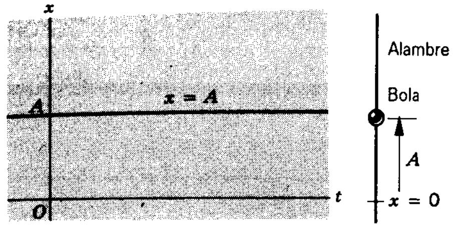

Figura 1 Una bola perforada se desliza libremente a lo largo de un alambre en una dimensión; la dirección del movimiento es arbitraria y no necesariamente vertical. En este caso la bola está en reposo en el punto A de la coordenada x, y su "movimiento" se halla descrito por la línea recta horizontal $x = A$.

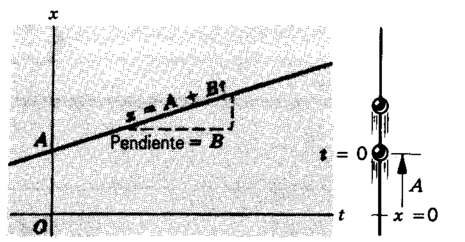

Figura 2 Una bola que se desliza a lo largo de un alambre en una dimensión se mueve a velocidad constante B en la dirección positiva x; comienza en el tiempo 0 en el punto A sobre la coordenada x. Su movimiento está descrito por la línea $x = A + Bt$.

mática, y comenzaremos usando ambos métodos. El enfoque matemático es usualmente mejor para resolver problemas, porque permite más precisión que el método gráfico. El método gráfico es útil porque a menudo provee más introspección física que un grupo de ecuaciones matemáticas.

Puede obtenerse una descripción completa del movimiento de una partícula si conocemos la dependencia matemática de su posición x (relativa a un origen elegido de un marco de referencia en particular) en el tiempo t en todo momento. Ésta es precisamente la función $x(t)$. Aquí presentamos algunas clases de movimiento posibles junto con las funciones y las gráficas que las describen:

1. *Ningún movimiento en absoluto.* Aquí la partícula ocupa la posición A en la coordenada en todo momento:

$$x(t) = A. \tag{1}$$

En la figura 1 se presenta una gráfica de este "movimiento". Para el objeto de estas ilustraciones, imaginemos la partícula descrita por la gráfica como una bolita perforada que se desliza sin fricción por un alambre largo. En este caso la bolita está en reposo en la ubicación $x = A$. Nótese que hemos trazado la gráfica con x como la variable dependiente (sobre el eje vertical) y t como la variable independiente (sobre el eje horizontal).

2. *Movimiento a velocidad constante.* La razón de movimiento de una partícula se describe por su *velocidad*. En el movimiento unidimensional, la velocidad puede ser o bien positiva, si la partícula se mueve en la dirección en que x crece, o bien negativa, si se mueve en la dirección opuesta. Otra medida de la razón de movimiento de una partícula es la magnitud de la velocidad de la partícula. La magnitud de la velocidad es siempre positiva y no conlleva una información direccional.

En el caso del movimiento a velocidad constante, la posición de trazado en la gráfica contra el tiempo es una línea recta con una pendiente constante. En cálculo aprendimos que la *pendiente* de cualquier función nos habla de su *cantidad de cambio*. Aquí la cantidad de cambio de la posición es la velocidad, y cuanto más acentuada sea la pendiente de la gráfica, mayor será la velocidad. Matemáticamente, tenemos que

$$x(t) = A + Bt, \tag{2}$$

que es la forma acostumbrada de la expresión de una línea recta (más comúnmente expresada como $y = mx + b$) de pendiente B.

La ilustración gráfica de la figura 2 muestra a la partícula en la posición $x = A$ en el tiempo $t = 0$. Se está moviendo con rapidez constante en la dirección creciente de x. Su velocidad es, entonces, positiva, como lo indica la pendiente positiva.

3. *Movimiento acelerado.* En este caso la velocidad está cambiando (la aceleración se define como la razón de cambio de la velocidad), y por lo tanto la pendiente cambiará también. Estas gráficas son, entonces líneas curvas más bien que rectas. Dos ejemplos son:

$$x(t) = A + Bt + Ct^2, \tag{3}$$

$$x(t) = A \cos \omega t. \tag{4}$$

En el primer caso, suponiendo que $C > 0$, la pendiente aumenta en forma continua al moverse la partícula más y más rápidamente (Fig. 3a). En el segundo caso, la partícula oscila entre $x = +A$ y $x = -A$ (Fig. 3b), y su velocidad cambia de la posición positiva a la negativa al cambiar de signo la pendiente.

A menudo, las descripciones completas del movimiento son más complejas que las ilustraciones sencillas que hemos llevado a cabo. Aquí se citan algunos ejemplos:

4. *Aceleración y frenado en un automóvil.* Un automóvil parte del reposo y acelera hasta determinada velocidad. Luego se mueve durante un tiempo a velocidad constante, después del cual se aplican los frenos, trayendo al automóvil de nuevo al reposo. La figura 4 muestra el movimiento. Ninguna ecuación matemática única describe el movimiento; podríamos usar expresiones de la forma de la ecuación 1 para las partes del movimiento en reposo, y una expresión de la forma de la ecuación 3 para la parte de la aceleración; una de la forma de la ecuación 2 para la parte con velocidad constante y, finalmente, otra, también de la forma de la ecuación 3, para la parte de frenado.

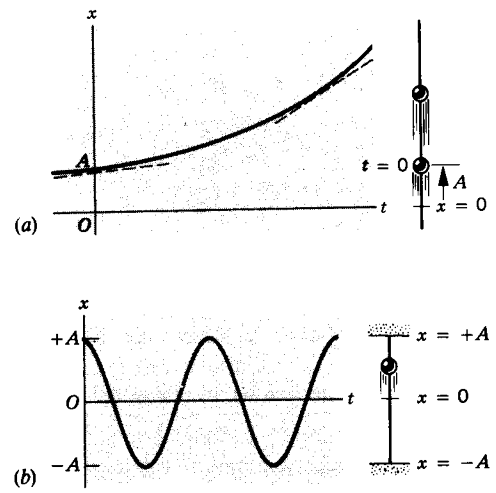

Figura 3 (*a*) Una bola deslizándose a lo largo de un alambre unidimensionalmente se mueve en la dirección positiva x a una velocidad constantemente creciente. La velocidad es igual a la pendiente de la curva que describe el movimiento de la partícula; se puede ver cómo la pendiente de la curva crece en forma continua. (*b*) Una bola deslizándose a lo largo de un alambre unidimensionalmente oscila entre $x = +A$ y $x = -A$.

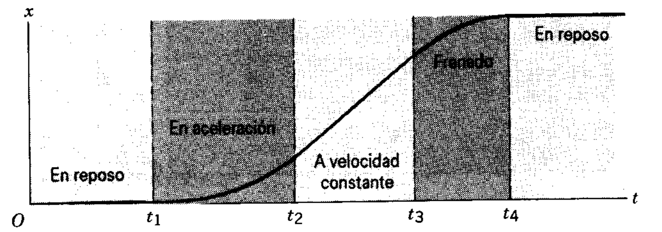

Figura 4 La curva describe a un automóvil que está en reposo desde $t = 0$ hasta $t = t_1$, en cuyo tiempo comienza a acelerar. En $t = t_2$ para de acelerar y comienza a moverse a velocidad constante. Los frenos actúan en el tiempo $t = t_3$, y la velocidad decrece gradualmente hasta que llega a 0 en el tiempo $t = t_4$.

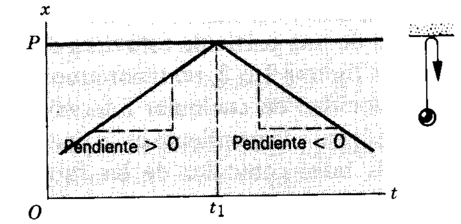

Figura 5 Un disco de goma de hockey se mueve sobre el hielo a velocidad constante cuando choca con una pared rígida en $x = P$ en el tiempo t_1, después de lo cual se aleja de la pared a una velocidad igual en magnitud pero opuesta en dirección. El movimiento del disco de goma se da unidimensionalmente. Para un objeto en rebote real, el punto agudo en $x(t)$ estaría ligeramente redondeado.

Nótese que la gráfica tiene dos características: $(x)t$ es continua (la gráfica no se rompe) y la pendiente es continua (no hay puntos agudos). Esperamos que $x(t)$ sea siempre continua, de otro modo el automóvil desaparecería en un punto y reaparecería en otro. Los picos de la gráfica, como veremos más tarde, significan que la velocidad cambia *instantáneamente* de un valor a otro. Esto, por supuesto, no es una situación completamente física, pero a menudo es una buena aproximación a tal situación.

5. *Rebote de un disco de goma.* Un disco de goma de los que se usan en el hockey se desliza en el hielo a velocidad constante, choca con la pared, y luego rebota en la dirección opuesta con la misma velocidad. La figura 5 muestra el movimiento donde se supone que el choque invierte instantáneamente al movimiento. En realidad, si examinamos con cuidado el "punto", hallaremos que no es agudo sino ligeramente redondeado, a consecuencia de la elasticidad de la pared y del disco de goma.

6. *Una bola pegajosa de arcilla.* Un estudiante arroja hacia arriba una bola de arcilla; el punto de liberación está sobre la cabeza del estudiante. La bola se eleva a cierta altura, luego cae y se pega al piso. La figura 6 describe el movimiento. La pendiente en $t = 0$ representa la velocidad inicial con la cual fue arrojada la arcilla hacia arriba. La velocidad pasa a través de cero en la parte superior de la trayectoria (donde la pendiente es cero), y luego la arcilla se mueve hacia abajo a velocidad creciente. Cuando toca el suelo, súbitamente llega al reposo y su velocidad es cero.

Recuérdese que las gráficas mostradas en esta sección son representaciones del movimiento, no trazos de las trayectorias reales seguidas por las partículas. En la figura 6, por ejemplo, la partícula se mueve hacia arriba y hacia abajo a lo largo de la misma línea; no sigue la trayectoria curva que se muestra en la figura.

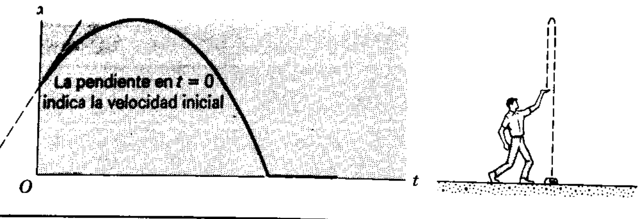

Figura 6. Una bola de arcilla es arrojada hacia arriba, se eleva a cierta altura, y luego cae al suelo. Al chocar con el suelo queda en reposo. La curva describe su movimiento. En realidad, el punto abrupto en $x(t)$ estaría ligeramente redondeado.

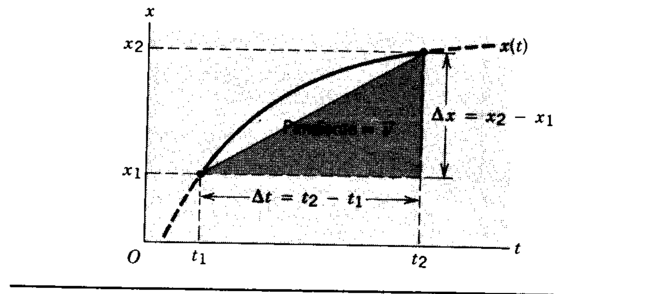

Figura 7 La velocidad promedio en el intervalo Δt entre t_1 y t_2 se determina por el desplazamiento Δx durante el intervalo; la forma real de la curva $x(t)$ en el intervalo no es de consecuencia en la determinación de la velocidad promedio.

2-3 VELOCIDAD PROMEDIO

Si el movimiento de una partícula estuviera descrito por gráficas como las figuras 1 ó 2, no tendríamos problema en obtener la velocidad en cualquier intervalo de tiempo: es constante e igual a la pendiente de la línea. En casos más complicados, tales como los de las figuras 3 a 6, donde la velocidad cambia, es conveniente definir la *velocidad media* o *velocidad promedio* $\bar{v}$. (Una barra sobre el símbolo en *cualquier* cantidad física indica un valor promedio de esa cantidad.)

Supongamos, como se indica en la figura 7, que la partícula está en un punto x_1 en el tiempo t_1 y luego se mueve hasta el punto x_2 en el tiempo t_2. La velocidad promedio en el intervalo se define así:

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \qquad (5)$$

donde

$$\Delta x = x_2 - x_1 \qquad (6)$$

y

$$\Delta t = t_2 - t_1. \qquad (7)$$

Aquí Δx es el *desplazamiento* (esto es, el cambio de posición) que ocurre durante el *intervalo de tiempo* Δt. En la figura 7 puede verse que $\bar{v}$ es simplemente la pendiente de la línea recta que conecta a los puntos extremos del intervalo.

La velocidad promedio nos proporciona el comportamiento promedio durante el intervalo de tiempo Δt. *El comportamiento real entre x_1 y x_2 no interesa para el cálculo de la velocidad promedio.* Cualquier detalle del movimiento particular entre x_1 y x_2 se pierde cuando tomamos el promedio.

Si suponemos que nuestros relojes están siempre marchando hacia adelante ($t_2 > t_1$), entonces el signo de $\bar{v}$ está determinado por el signo de $\Delta x = x_2 - x_1$. Si $\bar{v}$ es positiva, entonces, en promedio, la partícula se mueve de modo que x aumenta con el tiempo. (Puede moverse hacia atrás un tanto en el intervalo, pero acaba con una coordenada x más grande que cuando comenzó.) Si $\bar{v}$ es negativa, entonces, en promedio, la partícula se mueve hacia atrás. En particular, nótese que de acuerdo con esta definición de v, la velocidad promedio es cero en cualquier viaje en el que se retorne al punto de partida, no importa qué tan rápido se haya podido mover en cualquier segmento en particular, porque el desplazamiento será cero. En el conteo del tiempo desde la línea de arranque hasta la meta, la velocidad promedio de un corredor de Indianápolis 500 ¡es cero!

Problema muestra 1 Usted maneja su BMW por una carretera recta durante 5.2 mi a 43 mi/h, en cuyo punto se queda sin gasolina. Camina 1.2 millas hacia adelante, hasta la estación de gasolina más próxima, durante 27 min. ¿Cuál fue la velocidad promedio desde el momento en que arrancó con su automóvil hasta el momento en que llegó a la estación de gasolina?

Solución. Se puede hallar la velocidad promedio por la ecuación 5 si se conocen tanto Δx, la distancia neta que fue cubierta (el desplazamiento), como Δt, el tiempo transcurrido correspondiente. Estas cantidades son:

$$\Delta x = 5.2 \text{ mi} + 1.2 \text{ mi} = 6.4 \text{ mi}$$

y

$$\Delta t = \frac{5.2 \text{ mi}}{43 \text{ mi/h}} + 27 \text{ min}$$
$$= 7.3 \text{ min} + 27 \text{ min} = 34 \text{ min} = 0.57 \text{ h}.$$

Entonces, según la ecuación 5 tendremos que

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6.4 \text{ mi}}{0.57 \text{ h}} = 11.2 \text{ mi/h}.$$

La gráfica de $x(t)$ de la figura 8 ayuda a visualizar el problema. Los puntos O y P definen el intervalo en el que queremos hallar la velocidad promedio, siendo esta cantidad la pendiente de la línea recta que une a estos puntos.

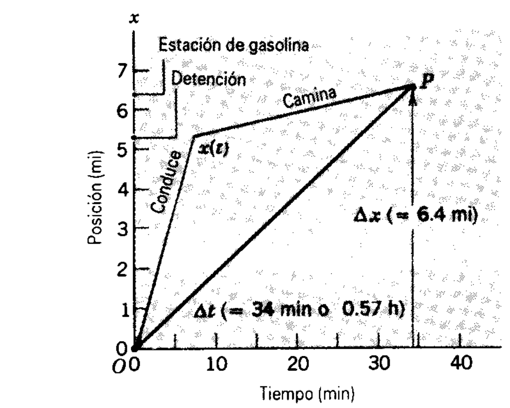

Figura 8 Problema muestra 1. Las líneas de "conduce" y "camina" muestran movimientos a velocidades constantes diferentes en las dos porciones del viaje. La velocidad promedio es la pendiente de la línea OP.

2-4 VELOCIDAD INSTANTÁNEA

La velocidad promedio puede ser útil al considerar el comportamiento total de una partícula durante cierto intervalo, pero para describir los *detalles* de su movimiento la velocidad promedio no es particularmente útil. Sería más apropiado obtener una función matemática $v(t)$, la cual da la velocidad en cualquier punto durante el movimiento. Ésta es la *velocidad instantánea*; de ahora en adelante, cuando usemos el término "velocidad" entenderemos que significa velocidad instantánea.

Supongamos que tratamos de calcular la velocidad promedio, como se muestra en la figura 9, cuando el intervalo Δt se vuelve cada vez más pequeño. En este caso límite, en que $\Delta t \to 0$, la línea que une a los puntos extremos del intervalo se aproxima a la tangente de la curva $x(t)$ en un punto, y la velocidad promedio se aproxima a la pendiente de $x(t)$, la cual define la velocidad instantánea en ese punto:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}. \qquad (8)$$

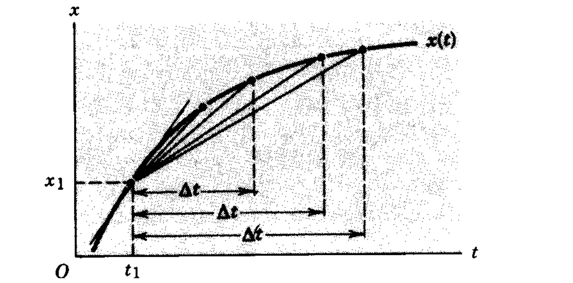

Figura 9 El intervalo Δt crece menos en este caso ya que mantenemos a t_1 fijo y nos movemos al otro punto extremo t_2 más cercano a t_1. En el límite, el intervalo tiende a cero y la cuerda se vuelve una tangente.

El lado derecho de la ecuación 8 está en la forma de la *derivada* de $x(t)$ con respecto a t, o sea dx/dt. Entonces

$$v = \frac{dx}{dt}. \qquad (9)$$

La velocidad (instantánea) es precisamente la cantidad del cambio de posición con el tiempo.

La tabla 1 ofrece un ejemplo de cómo converge el proceso límite hacia el valor instantáneo. Los datos de la tabla 1 se calcularon usando $x(t) = 3.000 + 1.000t + 2.000t^2$, estando t en segundos y x en metros. Hemos elegido mantener al punto (t_1, x_1) fijo y mover el punto (t_1, x_1) gradualmente hacia (t_1, x_1) para simular el proceso límite. El límite parece tender al valor v = 5.0 m/s en t_1 = 1.0 s; diferenciando la expresión de arriba para $x(t)$, hallaremos la expresión de la velocidad instantánea:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(3.000 + 1.000t + 2.000t^2)$$
$$= 0 + 1.000 + 2(2.000t) = 1.000 + 4.000t,$$

la cual verdaderamente da el valor de 5.000 m/s para t = 1.000 s. Claramente, el valor promedio converge hacia el valor instantáneo según se vuelve más pequeño el intervalo.

TABLA 1 EL PROCESO LÍMITE

Punto inicial		*Punto final*		*Intervalos*		*Velocidad promedio*
x_1(m)	t_1(s)	x_2(m)	t_2(s)	Δx(m)	Δt(s)	(m/s)
6.000	1.000	13.000	2.000	7.000	1.000	7.00
6.000	1.000	9.000	1.500	3.000	0.500	6.00
6.000	1.000	8.320	1.400	2.320	0.400	5.80
6.000	1.000	7.375	1.250	1.375	0.250	5.50
6.000	1.000	7.080	1.200	1.080	0.200	5.40
6.000	1.000	6.520	1.100	0.520	0.100	5.20
6.000	1.000	6.255	1.050	0.255	0.050	5.1
6.000	1.000	6.152	1.030	0.152	0.030	5.1
6.000	1.000	6.050	1.010	0.050	0.010	5.0

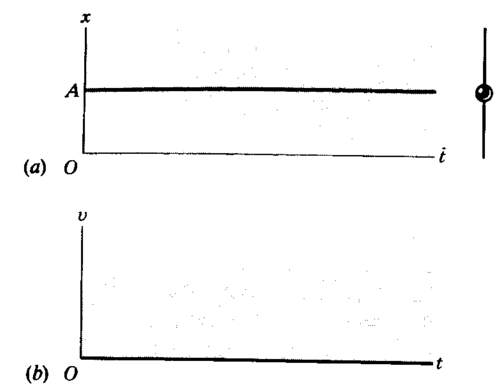

Figura 10 (*a*) La posición y (*b*) la velocidad de una bola perforada en reposo en un alambre en $x = A$.

Así pues, dada cualquier $x(t)$, podemos hallar $v(t)$ diferenciando. Gráficamente, podemos evaluar (punto por punto) la pendiente de $x(t)$ para trazar $v(t)$. Revisemos ahora los ejemplos de la sección 2-2, de los cuales los primeros tres tratan de una bola perforada que se desliza a lo largo de un alambre recto largo:

1. *Ningún movimiento en absoluto*. De la ecuación 1, $x(t) = A$ y entonces

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 0, \tag{10}$$

porque la derivada de cualquier constante es cero. La figura 10 muestra a $x(t)$ junto con $v(t)$.

2. *Movimiento a velocidad constante*. Con $x(t) = A + Bt$ de la ecuación 2, hallamos que

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A + Bt) = 0 + B. \tag{11}$$

La velocidad instantánea (constante) es B, como se muestra en la figura 11.

3. *Movimiento acelerado*. Usando la ecuación 3, $x(t) = A + Bt + Ct^2$, tenemos que

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A + Bt + Ct^2) = 0 + B + 2Ct. \tag{12}$$

La velocidad cambia con el tiempo; si $C > 0$, la velocidad *aumenta* con el tiempo. La figura 12 muestra a $x(t)$ y a $v(t)$.

4. *Un automóvil que acelera y frena*. Sin escribir $x(t)$, podemos trazar la gráfica de $v(t)$ estudiando la figura 4. En el primer intervalo, el automóvil está en reposo y $v = 0$. En el siguiente intervalo, el automóvil está acelerando y $v(t)$ tiene la forma de la ecuación 12. En el intervalo a velocidad constante, v = constante (igual a su valor al final del intervalo de aceleración), y por lo tanto $C = 0$ en este

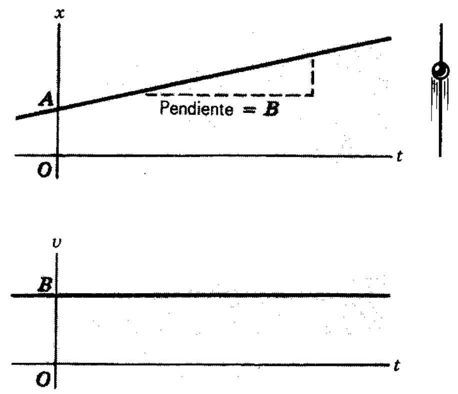

Figura 11 (*a*) La posición y (*b*) la velocidad de una bola perforada que se desliza unidimensionalmente a lo largo de un alambre con velocidad constante. La velocidad es igual a la pendiente B de la gráfica de $x(t)$. La gráfica de $v(t)$ es la línea horizontal $v = B$.

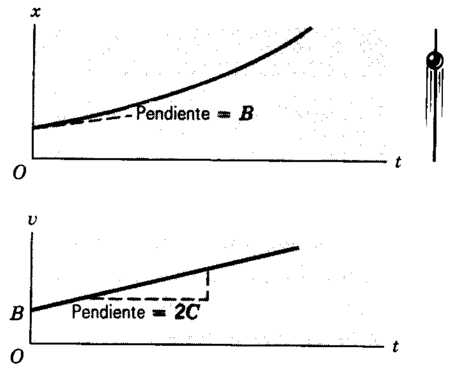

Figura 12 (*a*) La posición y (*b*) la velocidad de una bola perforada acelerada que se desliza unidimensionalmente a lo largo de un alambre. La velocidad aumenta con el tiempo, como se indica por la pendiente creciente de $x(t)$ y también por el aumento lineal de $v(t)$.

intervalo. Finalmente, en la fase de frenado, $v(t)$ nuevamente tiene la forma de la ecuación 12 pero ahora con $C < 0$ (pendiente negativa). La figura 13 muestra un trazado del movimiento.

En la realidad, no podemos saltar súbitamente de un estado de reposo a un estado de movimiento acelerado, o de un estado de aceleración a otro de velocidad constante. En términos de la gráfica de la figura 13, las esquinas agudas en el trazo de $v(t)$ estarían redondeadas para un automóvil real, y la ecuación de movimiento sería más complicada que la ecuación 12. Para simplificar continuamos suponiendo el comportamiento idealizado que se muestra en la figura 13.

5. *El rebote de un disco de goma*. Aquí tenemos una velocidad constante antes del rebote y una velocidad igual pero opuesta (negativa) después del rebote. La figura 14

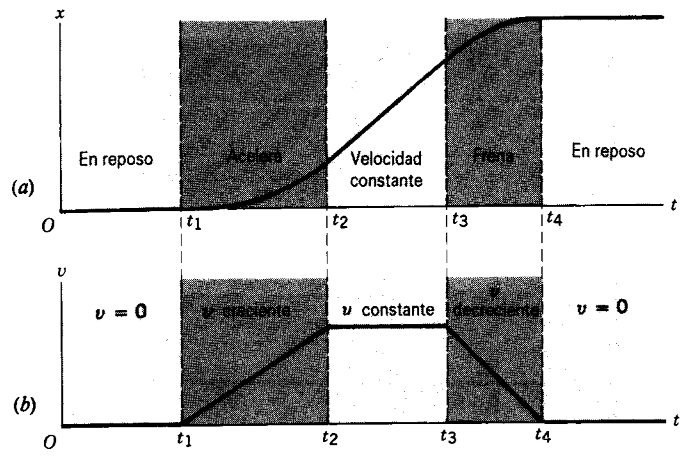

Figura 13 (*a*) La posición y (*b*) la velocidad de un automóvil que arranca del reposo, luego aumenta su velocidad durante un tiempo, después se mueve por un tiempo a velocidad constante, y finalmente disminuye su velocidad hasta llegar nuevamente al reposo. La gráfica inferior muestra a $v(t)$ correspondiendo exactamente con la gráfica $x(t)$ de arriba y en la figura 4. Para un automóvil real, los cambios en la velocidad deben ser suaves en lugar de súbitos, de modo que las puntas agudas de la gráfica $v(t)$ estarían redondeadas.

muestra a $v(t)$. Nótese que la "punta" en la gráfica $x(t)$ produce una discontinuidad en la gráfica $v(t)$, nada de lo cual ocurriría para objetos reales.

6. *Una bola pegajosa de arcilla*. Aquí, como se muestra en la figura 15, la arcilla arranca de una posición inicial v (arbitrariamente elegimos que la dirección hacia arriba sea positiva), pero su velocidad disminuye. Su movimiento se describiría con una ecuación similar a la ecuación 12, pero con $C < 0$. En la cima de su movimiento $v = 0$, de modo que la línea $v(t)$ debe cruzar al eje en ese punto. Cuando la bola choca con el suelo, v llega instantáneamente a cero. (Una vez más, una "punta" de la gráfica $x(t)$ produce una discontinuidad en $v(t)$; en la realidad la punta estaría redondeada y no habría discontinuidad.)

2-5 MOVIMIENTO ACELERADO

Como ya hemos visto (figuras 12, 13 y 15), la velocidad de una partícula puede cambiar con el tiempo según procede el movimiento. Este cambio de velocidad con el tiempo se llama *aceleración*. En analogía con la ecuación 5, podemos calcular una aceleración promedio por el cambio en la velocidad $\Delta v = v_2 - v_1$ en el intervalo Δt:

$$\bar{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \tag{13}$$

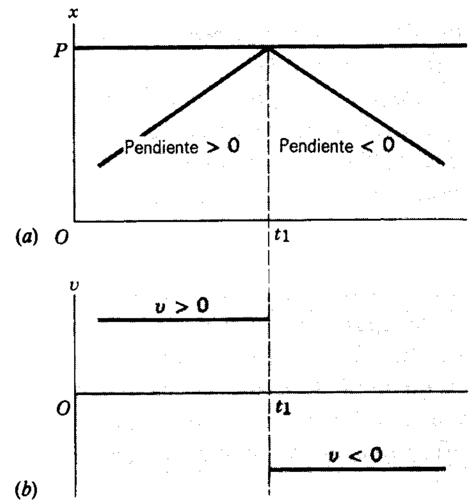

Figura 14 (*a*) La posición y (*b*) la velocidad de un disco de goma de hockey rebotando en una superficie dura. En $t = t_1$, la velocidad cambia "instantáneamente" de signo en esta gráfica idealizada, aunque en la realidad la velocidad cambiaría durante cierto intervalo pequeño (pero distinto de cero) y la punta aguda en la gráfica $x(t)$ estaría correspondientemente redondeada.

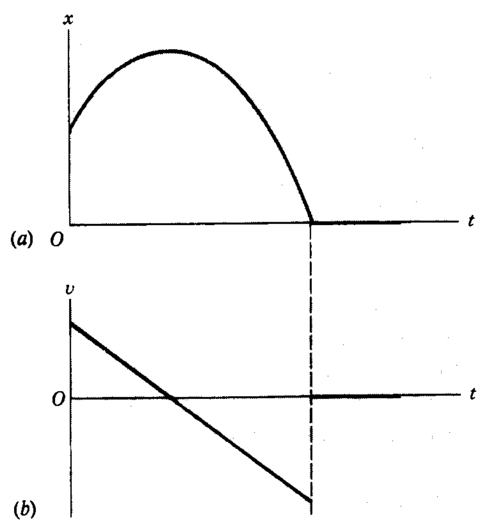

Figura 15 (*a*) La posición y (*b*) la velocidad de la bola de arcilla lanzada, como en la figura 6. En realidad, la velocidad no puede cambiar instantáneamente de un valor distinto de cero al valor cero, y la elevación vertical en $v(t)$ cuando la bola golpea al suelo sería más gradual.

La aceleración tiene unidades de velocidad divididas entre el tiempo, por ejemplo, metros por segundo por segundo, escrito en m/s^2.

Como fue el caso con la velocidad promedio $\bar{v}$, la aceleración promedio $\bar{a}$ no nos dice nada acerca de la variación de $\bar{v}(t)$ con t durante el intervalo Δt. Depende sólo del cambio neto de la velocidad durante el intervalo. Si $\bar{a}$ es evaluada como una constante (posiblemente cero) en tales intervalos, entonces podemos concluir que tenemos una aceleración constante. En este caso, el cambio en la velocidad es el mismo en todos los intervalos de la misma duración. Por ejemplo, la aceleración producida por la gravedad de la Tierra es (como se discutirá más adelante en este capítulo) casi constante cerca de la superficie de la Tierra y tiene el valor 9.8 m/s². La velocidad de un objeto en su caída cambia en 9.8 m/s cada segundo, aumentando 9.8 m/s en el primer segundo, luego otros 9.8 m/s en el siguiente segundo, y así sucesivamente.

Si el cambio de la velocidad en intervalos de tiempo sucesivos de igual longitud no es la misma, entonces tenemos un caso de aceleración variable. En tales casos es útil definir la aceleración instantánea:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

o sea

$$a = \frac{dv}{dt}, \qquad (14)$$

en analogía con la ecuación 9 para la velocidad instantánea.

Nótese que la aceleración puede ser positiva o negativa independientemente de si v es positiva o negativa: por ejemplo, podemos tener una a positiva con una v negativa. La aceleración a da el *cambio* de velocidad; el cambio puede ser un aumento o una disminución para una velocidad ya sea positiva o negativa. Por ejemplo, un elevador que se mueve hacia arriba (lo cual hemos tomado como la dirección de la velocidad positiva) puede acelerar hacia arriba ($a > 0$) y moverse más aprisa o acelerar hacia abajo ($a < 0$) y moverse más despacio (pero todavía en la dirección hacia arriba). Cuando se mueve hacia abajo ($v < 0$), puede acelerar hacia abajo ($a < 0$) y moverse más aprisa, o acelerar hacia arriba ($a > 0$) y moverse más despacio. Cuando la aceleración y la velocidad tienen signos opuestos, de modo que la rapidez (la magnitud de la velocidad) esté decreciendo, nos referimos a ello como una *deceleración*.

La aceleración definida por la ecuación 14 es justamente la pendiente de la gráfica $v(t)$. Si $v(t)$ es constante, entonces $a = 0$; si $v(t)$ es una línea recta, entonces a es una constante igual a la pendiente de la línea. Si $v(t)$ es una curva, entonces a será alguna función de t, obtenida hallando la derivada de $v(t)$.

Podemos ahora incluir la aceleración en las gráficas de las figuras 10 a 15. Como ejemplo, mostraremos el caso de la aceleración y el frenado de un automóvil (Fig. 16). Los restantes ejemplos se dejan al estudiante como ejercicios.

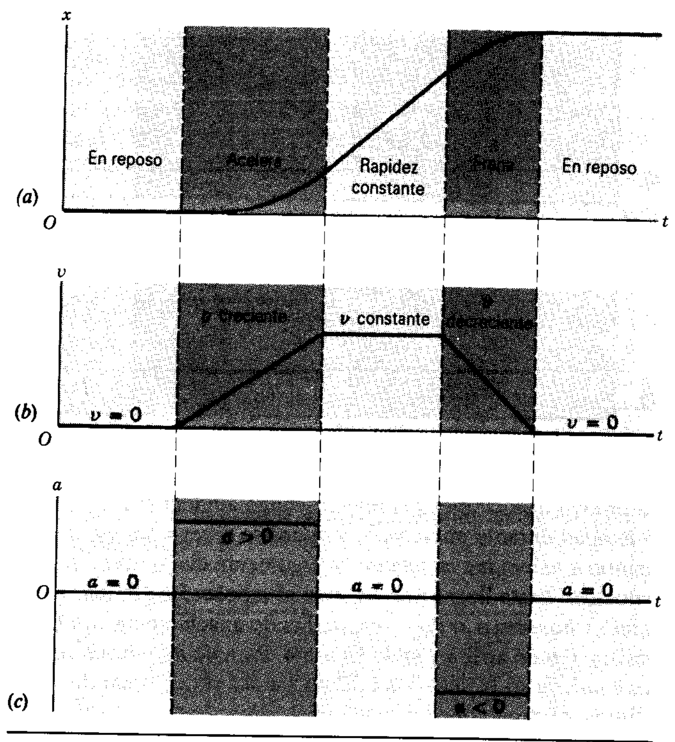

Figura 16 (*a*) La posición, (*b*) la velocidad, y (*c*) la aceleración de un automóvil que arranca del reposo, acelera durante un intervalo, luego se mueve a velocidad constante, y luego frena con una aceleración negativa para llegar de nuevo al reposo. En realidad, no podemos cambiar instantáneamente la aceleración de un automóvil de un valor a otro; tanto $a(t)$ como $v(t)$ serían, en un automóvil real, suaves y continuas. Los segmentos planos $a(t)$ estarían conectados por curvas suaves, y las puntas agudas de $v(t)$ estarían redondeadas.

Problema muestra 2 La figura 17*a* muestra seis "instantáneas" sucesivas de una partícula que se mueve a lo largo del eje x. En $t = 0$ está en la posición $x = +1.00$ m a la derecha del origen; en $t = 2.5$ s ha llegado al reposo para $x = +5.00$ m; en $t = 4.0$ s ha regresado a $x = 1.4$ m. La figura 17*b* es un trazado de la posición x contra el tiempo t de este movimiento, y las figuras 17c y 17d muestran la velocidad y la aceleración correspondientes de la partícula. (*a*) Halle la velocidad promedio para los intervalos AD y DF. (*b*) Calcule la pendiente de $x(t)$ en los puntos B y F y compare con los puntos correspondientes de la curva $v(t)$. (*c*) Halle la aceleración promedio en los intervalos AD y AF. (*d*) Calcule la pendiente de $v(t)$ en el punto D y compare con el valor de $a(t)$ correspondiente.

Solución. (*a*) Según la ecuación 5,

$$\bar{v}_{AD} = \frac{\Delta x_{AD}}{\Delta t_{AD}} = \frac{x_D - x_A}{t_D - t_A} = \frac{5.0\ \text{m} - 1.0\ \text{m}}{2.5\ \text{s} - 0.0\ \text{s}} = \frac{4.0\ \text{m}}{2.5\ \text{s}} = +1.6\ \text{m/s},$$

$$\bar{v}_{DF} = \frac{\Delta x_{DF}}{\Delta t_{DF}} = \frac{x_F - x_D}{t_F - t_D} = \frac{1.4\ \text{m} - 5.0\ \text{m}}{4.0\ \text{s} - 2.5\ \text{s}} = \frac{-3.6\ \text{m}}{1.5\ \text{s}} = -2.4\ \text{m/s}.$$

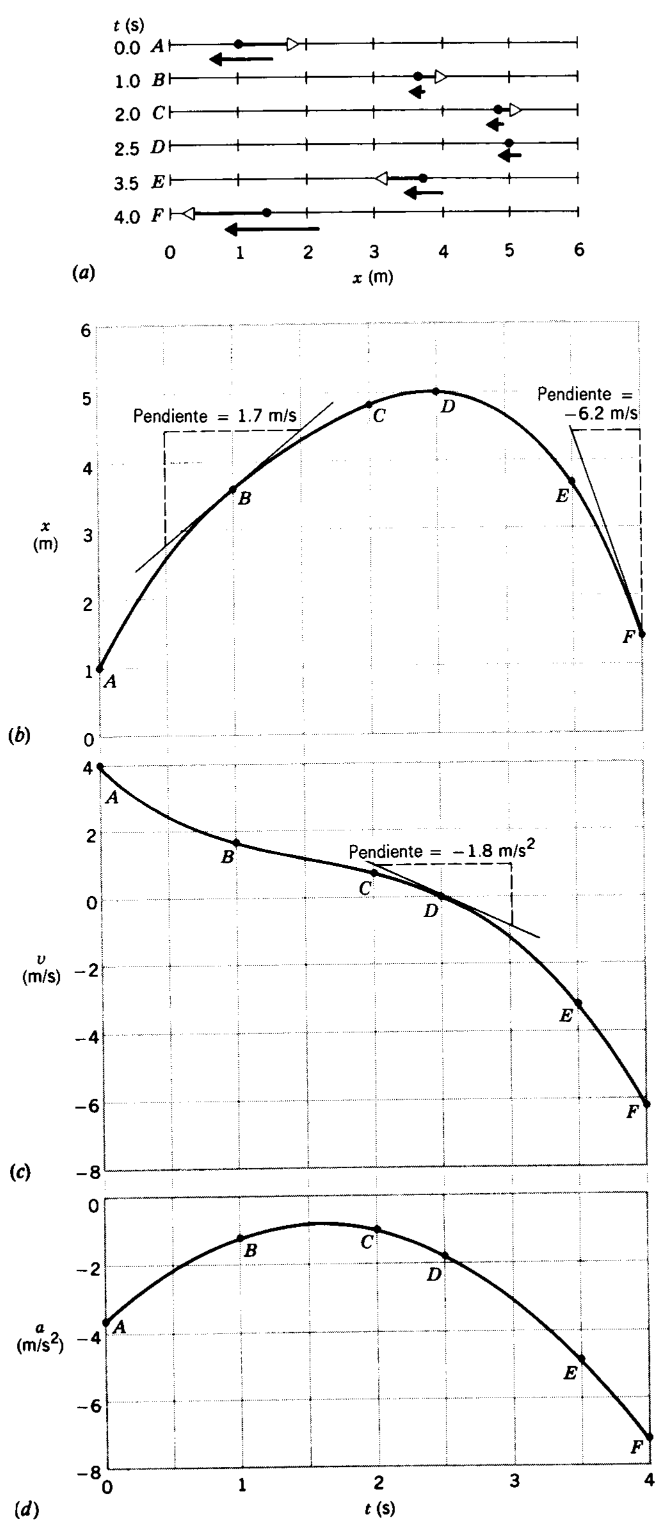

Figura 17 Problema muestra 2. (*a*) Seis "instantáneas" consecutivas de una partícula que se mueve a lo largo del eje *x*. La flecha que atraviesa la partícula muestra su velocidad instantánea, y la flecha *abajo* de la partícula muestra su aceleración instantánea. (*b*) Una gráfica de $x(t)$ para el movimiento de la partícula. Los seis puntos de *A* a *F* corresponden a las seis instantáneas. (*c*) Un trazado de $v(t)$. (*d*) Una pendiente de $a(t)$.

El signo positivo de $\bar{v}_{AD}$ nos dice que, en el promedio, la partícula se mueve en la dirección creciente de x (esto es, a la derecha en la figura 17*a*) durante el intervalo AD. El signo negativo de $\bar{v}_{DF}$ nos dice que la partícula, en el promedio, se está moviendo en la dirección decreciente de x (a la izquierda de la figura 17*a*) durante el intervalo DF.

(*b*) Por las tangentes a $x(t)$ trazadas en los puntos B y F en la figura 17*b* calculamos lo siguiente:

$$\text{punto } B;\quad \text{pendiente} = \frac{4.5\ \text{m} - 2.8\ \text{m}}{1.5\ \text{s} - 0.5\ \text{s}} = \frac{1.7\ \text{m}}{1.0\ \text{s}} = +1.7\ \text{m/s},$$

$$\text{punto } F;\quad \text{pendiente} = \frac{1.4\ \text{m} - 4.5\ \text{m}}{4.0\ \text{s} - 3.5\ \text{s}} = \frac{-3.1\ \text{m}}{0.5\ \text{s}} = -6.2\ \text{m/s}.$$

De $v(t)$ en los puntos B y F de la figura 17*c* calculamos que $v_B = +1.7$ m/s y $v_F = -6.2$ m/s, de acuerdo con las pendientes de $x(t)$. Como se esperaba, $v(t) = dx/dt$.

(*c*) De la ecuación 13,

$$\bar{a}_{AD} = \frac{\Delta v_{AD}}{\Delta t_{AD}} = \frac{v_D - v_A}{t_D - t_A} = \frac{0.0\ \text{m/s} - 4.0\ \text{m/s}}{2.5\ \text{s} - 0.0\ \text{s}} = \frac{-4.0\ \text{m/s}}{2.5\ \text{s}} = -1.6\ \text{m/s}^2,$$

$$\bar{a}_{AF} = \frac{\Delta v_{AF}}{\Delta t_{AF}} = \frac{v_F - v_A}{t_F - t_A} = \frac{-6.2\ \text{m/s} - 4.0\ \text{m/s}}{4.0\ \text{s} - 0.0\ \text{s}} = \frac{-10.2\ \text{m/s}}{4.0\ \text{s}} = -2.6\ \text{m/s}^2.$$

(*d*) De la línea tangente trazada para $v(t)$ en D, calculamos lo siguiente:

$$\text{pendiente} = \frac{-0.9\ \text{m/s} - 0.9\ \text{m/s}}{3.0\ \text{s} - 2.0\ \text{s}} = \frac{-1.8\ \text{m/s}}{1.0\ \text{s}} = -1.8\ \text{m/s}^2.$$

En el punto D de la gráfica $a(t)$ vemos que $a_D = -1.8$ m/s². Entonces $a = dv/dt$. Examinando la gráfica $v(t)$ de la figura 17*c*, vemos que su pendiente es negativa en todos los tiempos cubiertos por la gráfica, y entonces $a(t)$ sería negativa. La figura 17*d* lo confirma.

2-6 MOVIMIENTO CON ACELERACIÓN CONSTANTE

Es bastante común encontrar movimiento con aceleración constante (o casi constante): los ejemplos ya citados de objetos que caen cerca de la superficie de la Tierra o el frenado de un automóvil son típicos. En esta sección deducimos un grupo de resultados útiles para este caso especial. Sin embargo, conviene tener en cuenta que ésta es una situación especial y que los resultados no son aplicables a los casos en los que a no sea constante. Ejemplos de casos con aceleración no constante incluyen la lenteja de un péndulo en movimiento, un cohete lanzado hacia la órbita de la Tierra, y una gota de lluvia que cae contra la resistencia del aire.

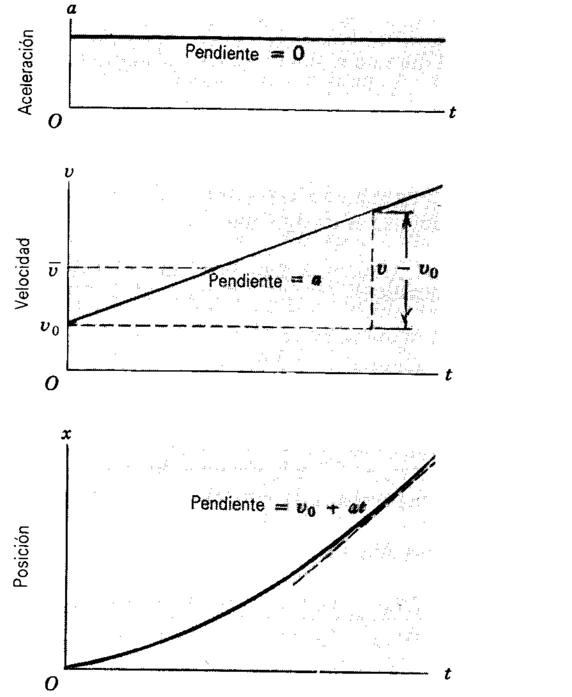

Figura 18 (*a*) La aceleración constante de una partícula, igual a la pendiente (constante) de $v(t)$. (*b*) Su velocidad $v(t)$, dada en cada punto por la pendiente de la curva $x(t)$. Se indica la velocidad promedio $\bar{v}$, que en el caso de la aceleración constante es igual al promedio de v y v_0. (*c*) La posición $x(t)$ de una partícula que se mueve con aceleración constante. La curva está trazada para la posición inicial $x_0 = 0$.

Supongamos que a representa la aceleración constante, trazada en la figura 18*a*. (Si a es realmente constante, las aceleraciones promedio e instantánea son idénticas, y podemos usar las fórmulas derivadas previamente para cada caso.) Un objeto arranca con velocidad v_0 en el tiempo $t = 0$, y en un tiempo t posterior tiene una velocidad v. La ecuación 13 resulta, para este intervalo de tiempo,

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - 0},$$

o sea

$$v = v_0 + at. \tag{15}$$

Este importante resultado nos permite hallar la velocidad de todos los tiempos posteriores. La ecuación 15 da la velocidad como una función del tiempo, lo que podría escribirse como $v(t)$, pero que usualmente escribimos simplemente como v. Nótese que la ecuación 15 está en la forma de $y = mx + b$, la cual describe la gráfica de una línea recta. Aquí a es la pendiente, como ya hemos explicado, y v_0 es la intersección (el valor de v en $t = 0$). Esta línea recta está trazada en la figura 18*b*.

Para completar el análisis de la cinemática de la aceleración constante, debemos hallar la dependencia de la posición x en el tiempo. Para esto necesitamos una expresión para la velocidad promedio en el intervalo. Si la gráfica de v contra t es una línea recta (véase la figura 18*b*), entonces el promedio o valor medio de v ocurre a medio camino a través del intervalo y es igual al promedio o media de los dos puntos extremos en el tiempo 0 y en el tiempo t:

$$\bar{v} = \tfrac{1}{2}(v + v_0). \tag{16}$$

Usando la ecuación 15 para eliminar v, obtenemos

$$\bar{v} = v_0 + \tfrac{1}{2}at. \tag{17}$$

Usando ahora la ecuación 5, que define la velocidad promedio, y suponiendo que la partícula se mueve de la posición x_0 en el tiempo 0 a la posición x en el tiempo t, la velocidad promedio puede escribirse

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - 0}. \tag{18}$$

Combinando las ecuaciones 17 y 18, obtenemos el resultado deseado para $x(t)$:

$$x = x_0 + v_0t + \tfrac{1}{2}at^2. \tag{19}$$

Dados el valor de a y las *condiciones iniciales* x_0 y v_0 (esto es, la posición y la velocidad en $t = 0$), la ecuación 19 nos permite entonces hallar la posición x de todos los tiempos posteriores, lo cual es la meta de nuestro análisis cinemático. La distancia neta viajada desde el punto de partida, $x - x_0$, suele llamarse *desplazamiento*. Por conveniencia, a menudo elegimos el origen de las coordenadas de manera que $x_0 = 0$. La figura 18*c* muestra el trazado de x contra t para este caso.

Nótese que hay cuatro variables (x, v, a, t) y dos condiciones iniciales (x_0, v_0). Las ecuaciones 15 a 19 están escritas en la forma acostumbrada para el análisis de cinemática como un problema de *valor inicial*: dada la situación física (esto es, la aceleración a) y las condiciones iniciales (x_0 y v_0), podemos hallar v y x para todos los t. Sin embargo, el problema puede plantearse, por lo general, en una forma diferente. Por ejemplo, dada la aceleración a, ¿a través de qué distancia (en lugar de "por cuánto tiempo") debe moverse la partícula para que su velocidad cambie de v_0 a v? Aquí no entra el tiempo, y así podemos tratar las ecuaciones 15 y 19 como ecuaciones algebraicas y eliminar la variable indeseable t entre ellas:

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0). \tag{20}$$

Eliminando otras variables o parámetros, podemos obtener las ecuaciones 21 y 22, las cuales se muestran en la

TABLA 2 ECUACIONES PARA EL MOVIMIENTO CON ACELERACIÓN CONSTANTE[†]

Número de la ecuación	*Ecuación*	Contenido: x	v_0	v	a	t
15	$v = v_0 + at$	×	✓	✓	✓	✓
19	$x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$	✓	✓	×	✓	✓
20	$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	✓	✓	✓	✓	×
21	$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v)t$	✓	✓	✓	×	✓
22	$x = x_0 + vt - \frac{1}{2}at^2$	✓	×	✓	✓	✓

[†] Asegúrese de que la aceleración es constante antes de usar las ecuaciones de esta tabla.

tabla 2 con el grupo completo de ecuaciones cinemáticas para la aceleración constante.

Podemos verificar que la ecuación 19 es el resultado cinemático correcto por diferenciación, lo cual nos dará la velocidad v:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(x_0 + v_0t + \tfrac{1}{2}at^2) = v_0 + at = v.$$

La cual nos da, en efecto, el resultado esperado.

Al usar las ecuaciones de la tabla 2 para resolver un problema, puede elegirse el *origen del sistema de coordenadas* en cualquier ubicación conveniente. Las cuatro ecuaciones de la tabla 2 que dependen de x dependen también de x_0 y, de hecho, siempre dependen de la diferencia $x - x_0$. Usualmente el origen se elige para hacer a $x_0 = 0$, de modo que las ecuaciones resulten un tanto simplificadas. Puede también elegirse cualquier *dirección del eje de coordenadas* como positiva. Una vez que ha sido elegida una dirección en particular para designarla como positiva, entonces todos los desplazamientos, las velocidades y las aceleraciones en esa dirección serán positivas, y las de la dirección opuesta serán negativas. La elección del *origen* y la *dirección* del eje de coordenadas deben permanecer sin cambio durante la solución de cualquier problema en particular.

Problema muestra 3 Usted frena su Porsche desde la velocidad de 85 km/h (unas 53 mi/h, por supuesto, bastante más abajo del límite de velocidad) hasta 45 km/h en una distancia de 105 m. (*a*) ¿Cuál es la aceleración, suponiendo que sea constante en el intervalo? (*b*) ¿Qué tanto tiempo transcurrió durante el intervalo? (*c*) Si usted fuera a continuar frenando con la misma aceleración, ¿qué tanto tiempo le tomaría detenerse y qué distancia adicional tendría que cubrir?

Solución. (*a*) Seleccionemos primero que la dirección positiva será la dirección de la velocidad, y elijamos el origen de modo que $x_0 = 0$ cuando comienza a frenar. Hemos dado la velocidad inicial $v_0 = 85$ km/h en el tiempo $t = 0$, y sabemos que la velocidad final es $v = +45$ km/h en el tiempo t (que no conocemos) siendo el desplazamiento +0.105 km. Necesitamos una ecuación que incluya la aceleración desconocida que buscamos, pero en la que no intervenga el tiempo. La ecuación 20 es nuestra elección, y resolvemos para obtener a:

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2(x - x_0)} = \frac{(45\ \text{km/h})^2 - (85\ \text{km/h})^2}{2(0.105\ \text{km})}$$
$$= -2.48 \times 10^4\ \text{km/h}^2 = -1.91\ \text{m/s}^2.$$

La aceleración resulta ser negativa, lo que significa que es opuesta a la dirección que habíamos elegido como positiva.

(*b*) Necesitamos una ecuación que no incluya a la aceleración, lo que nos permite hallar el tiempo a partir de los datos originales. En la tabla 2 vemos que la ecuación 21 cumple, y resolvemos para obtener t:

$$t = \frac{2(x - x_0)}{v_0 + v} = \frac{2(0.105\ \text{km})}{85\ \text{km/h} + 45\ \text{km/h}} = 1.62 \times 10^{-3}\ \text{h} = 5.8\ \text{s}.$$

Hemos seleccionado para esta parte una ecuación que no incluye a la aceleración, porque de otro modo al resolver la parte (*b*) se introduciría un error que pudiera haberse cometido al resolver la parte (*a*). Cuando se resuelvan partes independientes de un problema, es una buena práctica retornar siempre a los datos originales, de ser ello posible.

(*c*) Ahora que ya conocemos la aceleración, buscaremos el tiempo t para que el automóvil pase de $v_0 = 85$ km/h a $v = 0$. La ecuación 15 es la elegida para hallar t:

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 85\ \text{km/h}}{-2.48 \times 10^4\ \text{km/h}^2} = 3.43 \times 10^{-3}\ \text{h} = 12.3\ \text{s}.$$

El automóvil se detendrá en 12.3 s después de haber comenzado a frenar, o en 6.5 s (= 12.3 s - 5.8 s) después de haber alcanzado la velocidad de 45 km/h.

Para hallar la distancia, podemos usar la ecuación 20:

$$x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0 - (85\ \text{km/h})^2}{2(-2.48 \times 10^4\ \text{km/h}^2)} = 0.146\ \text{km} = 146\ \text{m}.$$

La distancia adicional viajada entre el punto en el cual v = 45 km/h y el punto en el cual $v = 0$ es 146 m - 105 m = 41 m.

Problema muestra 4 Una partícula alfa (el núcleo de un átomo de helio) viaja a lo largo de un tubo hueco recto de 2.0 m de longitud que forma parte de un acelerador de partículas. (*a*) Si suponemos una aceleración uniforme, ¿cuál es la aceleración de la partícula, si entra a una velocidad de 1.0×10^4 m/s y sale a 5.0×10^6 m/s? (*b*) ¿Qué tanto tiempo estuvo en el tubo?

Solución. (*a*) Elegimos un eje x paralelo al tubo, siendo la dirección positiva aquella en la cual se está moviendo la partícula, y hallándose su origen en la entrada del tubo. Hemos dado v_0, v, y x, y buscamos a. Reescribiendo la ecuación 20, con $x_0 = 0$,

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x}$$
$$= \frac{(5.0 \times 10^6\ \text{m/s})^2 - (1.0 \times 10^4\ \text{m/s})^2}{2(2.0\ \text{m})}$$
$$= +6.3 \times 10^{12}\ \text{m/s}^2.$$

(*b*) Aquí usamos la ecuación 21 resolviendo para t con $x_0 = 0$, lo cual nos da

$$t = \frac{2x}{v_0 + v} = \frac{2(2.0\ \text{m})}{1.0 \times 10^4\ \text{m/s} + 5.0 \times 10^6\ \text{m/s}}$$
$$= 8.0 \times 10^{-7}\ \text{s} = 0.80\ \mu\text{s}.$$

2-7 CUERPOS EN CAÍDA LIBRE

El ejemplo más común del movimiento con (casi) aceleración constante es la de un cuerpo que cae hacia la Tierra. Si permitimos que un cuerpo caiga en un vacío, de modo que la resistencia del aire no afecte su movimiento, encontraremos un hecho notable: *todos los cuerpos, independientemente de su tamaño, forma, o composición, caen con la misma aceleración en la misma región vecina a la superficie de la Tierra.* Esta aceleración, denotada por el símbolo g, se llama *aceleración en caída libre* (o, a veces, *aceleración debida a la gravedad*). Aunque la aceleración depende de la distancia desde el centro de la Tierra (como veremos en el capítulo 16), si la distancia de la caída es pequeña comparada con el radio de la Tierra (6400 km) podemos considerar a la aceleración como constante durante la caída.

Cerca de la superficie de la Tierra la magnitud de g es aproximadamente 9.8 m/s^2, un valor que usaremos a través del texto a no ser que se especifique otra cosa. La dirección de la aceleración en caída libre en un punto determina lo que queremos significar con las palabras "hacia abajo" en ese punto.

Si bien hablamos de cuerpos *en caída*, los cuerpos con movimiento hacia arriba experimentan la misma aceleración en caída libre (en magnitud y en dirección). Esto es, sin importar que la velocidad de la partícula sea hacia arriba o hacia abajo, la dirección de su aceleración bajo la influencia de la gravedad de la Tierra es siempre hacia abajo.

El valor exacto de la aceleración en caída libre varía con la latitud y con la altitud. Hay también variaciones significativas causadas por diferencias en la densidad local de la corteza terrestre. Estudiaremos estas variaciones en el capítulo 16.

Las ecuaciones de la tabla 2, que fueron derivadas para el caso de una aceleración constante, pueden ser aplicadas a la caída libre. Con este fin, hacemos primero dos pequeños cambios: (1) Marcamos la dirección de la caída libre como el eje y y tomamos como positiva la dirección hacia arriba. Más adelante, en el capítulo 4, consideraremos el movimiento en dos dimensiones, y desearemos marcar el movimiento horizontal como x. (2) Reemplazamos en la tabla 2 a la aceleración constante a por $-g$, puesto que nuestra elección de la dirección positiva y como "hacia arriba" significa que la aceleración es negativa. A causa de que decidimos que la aceleración (hacia abajo) fuera $-g$, g es un número *positivo*.

Con estos pequeños cambios, las ecuaciones de la tabla 2 resultan ser

$$v = v_0 - gt, \tag{23}$$

$$y = y_0 + v_0 t - \tfrac{1}{2}gt^2, \tag{24}$$

$$v^2 = v_0^2 - 2g(y - y_0), \tag{25}$$

$$y = y_0 + \tfrac{1}{2}(v_0 + v)t, \tag{26}$$

y

$$y = y_0 + vt + \tfrac{1}{2}gt^2. \tag{27}$$

Problema muestra 5 Un cuerpo se deja caer libremente desde el reposo. Determine la posición y la velocidad del cuerpo después de que han transcurrido 1.0, 2.0, 3.0, y 4.0 s.

Solución Elegimos al punto de partida como el origen. Conocemos la rapidez inicial (cero) y la aceleración, y se nos da el tiempo. Para hallar la posición, usamos la ecuación 24 con $y_0 = 0$ y $v_0 = 0$:

$$y = -\tfrac{1}{2}gt^2.$$

Poniendo $t = 1.0$ s, obtenemos

$$y = -\tfrac{1}{2}(9.8\ \text{m/s}^2)(1.0\ \text{s})^2 = -4.9\ \text{m}.$$

Para hallar la velocidad, usaremos la ecuación 23, una vez más con $v_0 = 0$:

$$v = -gt = -(9.8\ \text{m/s}^2)(1.0\ \text{s}) = -9.8\ \text{m/s}.$$

Después de caer durante 1.0 s, el cuerpo está a 4.9 m *abajo* (y es negativa) de su punto de arranque y se mueve *hacia abajo* (v es negativa) a una velocidad de 9.8 m/s. Continuando de esta manera, podemos hallar las posiciones y velocidades en $t = 2.0$, 3.0, y 4.0 s, las cuales se muestran en la figura 19.

Problema muestra 6 Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba desde el suelo a una velocidad de 25.2 m/s. (*a*) ¿Cuánto tiempo tarda en llegar a su punto más elevado? (*b*) ¿A qué altura se eleva? (*c*) ¿En cuánto tiempo estará a 27.0 m sobre el suelo?

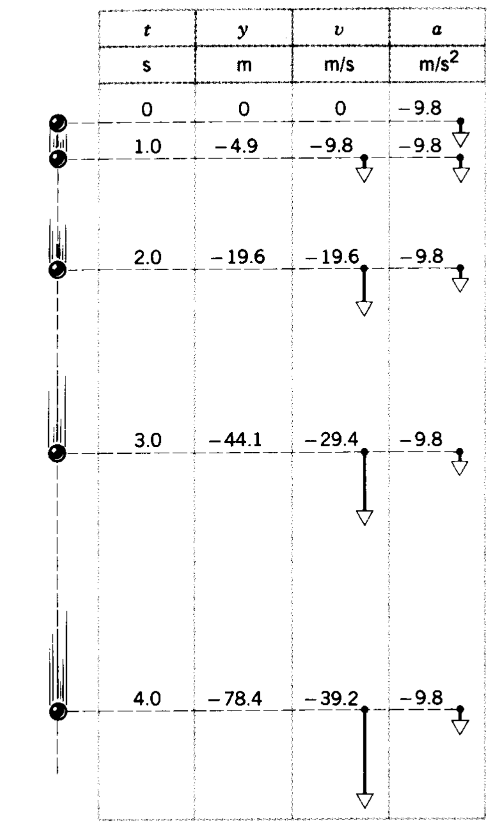

Figura 19 Problema muestra 5. Se muestran la altura, la velocidad y la aceleración de un cuerpo en caída libre.

Solución (*a*) En su punto más elevado su velocidad pasa por el valor cero. Dadas v_0 y v (= 0), deseamos hallar t y, por lo tanto, elegimos la ecuación 23, con la cual resolvemos para t:

$$t = \frac{v_0 - v}{g} = \frac{25.2\ \text{m/s} - 0}{9.8\ \text{m/s}^2} = 2.57\ \text{s}.$$

(*b*) Usemos solamente los datos originales en esta parte, para evitar que se introduzca algún error que pudiéramos haber cometido en la parte (*a*). La ecuación 25, con y_0 asignada como 0, nos permite resolver para y cuando conocemos las otras cantidades:

$$y = \frac{v_0^2 - v^2}{2g} = \frac{(25.2\ \text{m/s})^2 - 0}{2(9.8\ \text{m/s}^2)} = 32.4\ \text{m}.$$

(*c*) La ecuación 24 es útil para este caso, porque t es la única incógnita. Puesto que deseamos resolver para t, reescribamos la ecuación 24, con $y_0 = 0$, en la forma usual de una ecuación cuadrática:

$$\tfrac{1}{2}gt^2 - v_0 t + y = 0$$
$$\tfrac{1}{2}(9.8\ \text{m/s}^2)t^2 - (25.2\ \text{m/s})t + 27.0\ \text{m} = 0.$$

Usando la fórmula cuadrática, hallamos que las soluciones son $t = 1.52$ s y $t = 3.62$ s. En $t = 1.52$ s, la velocidad de la pelota es

$$v = v_0 - gt = 25.2\ \text{m/s} - (9.8\ \text{m/s}^2)(1.52\ \text{s}) = 10.3\ \text{m/s}.$$

En $t = 3.62$ s, la velocidad es

$$v = v_0 - gt = 25.2\ \text{m/s} - (9.8\ \text{m/s}^2)(3.62\ \text{s}) = -10.3\ \text{m/s}.$$

Las dos velocidades tienen magnitudes idénticas pero direcciones opuestas. Deberemos de convencernos de que, en ausencia de la resistencia del aire, la pelota invierte el mismo tiempo para elevarse a su máxima altura que para bajar la misma distancia y que, en cada punto, tendrá la misma velocidad para ir hacia arriba que para caer hacia abajo. Nótese que la respuesta a la parte (*a*) para el tiempo que le toma llegar al punto más elevado, 2.57 s, es exactamente el punto medio entre los dos tiempos hallados en la parte (*c*). ¿Puede usted explicar esto? ¿Puede usted predecir cualitativamente el efecto de la resistencia del aire en los tiempos de subida y de caída?

Problema muestra 7 Un cohete es lanzado desde el reposo en una base submarina situada a 125 m bajo la superficie de un volumen de agua. Se mueve verticalmente hacia arriba con una aceleración desconocida pero que se supone constante (el efecto combinado de sus motores, la gravedad de la Tierra, y la flotabilidad y arrastre del agua), y llega a la superficie en un tiempo de 2.15 s. Cuando traspasa la superficie sus motores se apagan automáticamente (para hacer más difícil su detección) y continúa elevándose. ¿A qué altura máxima llegará? (Desprecie cualquier efecto en la superficie).

Solución Como con cualquier proyectil en caída libre, podríamos analizar el movimiento del cohete durante la porción de su movimiento en el aire si conociéramos la velocidad inicial de esa parte del movimiento. El plan de ataque en este problema es, por lo tanto, analizar la porción del movimiento bajo el agua para hallar la velocidad cuando el cohete llega a la superficie, y luego tratar esta velocidad como la velocidad inicial de la porción en caída libre. Estas partes deben hacerse separadamente, porque la aceleración cambia en la superficie del agua.

Para el movimiento bajo el agua, conocemos el desplazamiento, el tiempo, y la velocidad inicial (cero). La aceleración no es necesaria, pero deseamos conocer la velocidad final; la ecuación 21 de la tabla 2 proporciona la relación adecuada:

$$v = \frac{2(y - y_0)}{t} = \frac{2(125\ \text{m})}{2.15\ \text{s}} = 116\ \text{m/s}.$$

La velocidad en la superficie es de 116 m/s hacia arriba. Analizamos ahora la porción de caída libre del movimiento hacia arriba, considerando que esta velocidad es la velocidad *inicial*. Usamos la ecuación 25 para la caída libre y, como es usual, hallamos la altura máxima buscando el punto en el cual la velocidad llega a cero:

$$y - y_0 = \frac{v_0^2 - v^2}{2g} = \frac{(116\ \text{m/s})^2 - 0}{2(9.8\ \text{m/s}^2)} = 687\ \text{m}.$$

Para verificar su comprensión del problema, deberá usted dibujar gráficas de $y(t)$ $v(t)$, y $a(t)$ de manera similar a la figura 16. Asegúrese de tener en mente qué variables varían de manera continua y suave, y cuáles no lo hacen así en este problema idealizado. ¿En qué diferiría un cohete real de este cuadro?

2-8 GALILEO Y LA CAÍDA LIBRE *(Opcional)*

La naturaleza del movimiento de un objeto al caer era en la antigüedad un tema de interés en la filosofía natural. Aristóteles afirmaba que "el movimiento hacia abajo... de cualquier cuerpo dotado de peso es más rápido en proporción a su tamaño". Esto es, los objetos más pesados caen más rápidamente. Muchos siglos más tarde, Galileo Galilei (1564-1642) hizo la aseveración correcta: "si pudiéramos eliminar totalmente la resistencia del medio, todos los objetos caerían a igual velocidad". En los últimos años de su vida, Galileo escribió el tratado titulado *Diálogos concernientes a dos nuevas ciencias* en el cual detallaba sus estudios sobre el movimiento.

La creencia de Aristóteles de que un objeto más pesado caería más aprisa es un punto de vista ampliamente generalizado. Ello parece recibir el apoyo de una bien conocida conferencia en la cual se demostraba que cuando una pelota y una hoja de papel se dejan caer en el mismo instante, la bola llega al suelo mucho antes que el papel. Sin embargo, si el conferencista arruga primero fuertemente el papel y luego repite la demostración, tanto la pelota como el papel golpean el suelo esencialmente al mismo tiempo. En el caso anterior, es el efecto de la mayor resistencia del aire lo que hace que el papel caiga más lentamente que la pelota. En el último caso, el efecto de la resistencia sobre el papel se reduce y es casi el mismo para ambos cuerpos, de modo que caen aproximadamente a la misma velocidad. Por supuesto, que podemos hacer una prueba directa si dejamos caer los cuerpos en el vacío. Aun en vacíos parciales fácilmente obtenidos podemos demostrar que una pluma y una bola de plomo miles de veces más pesada caen a velocidades que son prácticamente indistinguibles entre sí. En 1971, el astronauta David Scott soltó una pluma y un martillo de geólogo en la Luna (sin atmósfera), observando que (dentro del error experimental de su observación) llegaban a la superficie lunar al mismo tiempo.

Sin embargo, en tiempos de Galileo no había una manera eficaz de obtener un vacío parcial, ni existía el equipo para medir el tiempo de cuerpos en caída libre con la precisión suficiente para obtener datos numéricos confiables. (La conocida historia acerca de que Galileo dejó caer dos objetos desde la torre de Pisa y observó su caída comprobando que llegaban al suelo al mismo tiempo es casi con seguridad sólo una leyenda. Dada la altura de la torre y los objetos que se dice usó Galileo, el objeto más grande y más pesado habría alcanzado el suelo entre uno y varios metros antes que el objeto más ligero, debido a los efectos de la resistencia del aire. Así pues, Galileo habría parecido demostrar que Aristóteles ¡tenía razón, después de todo!) Sin embargo, Galileo comprobó su resultado usando una bola que rodara hacia abajo en un plano inclinado. Demostró primero que la cinemática de una bola que rodaba hacia abajo en un plano inclinado era la misma que la de una bola en caída libre. El plano inclinado sirvió únicamente para reducir el efecto de aceleración de la gravedad de la Tierra, haciendo por lo tanto más lento el movimiento, de manera que pudieran hacerse las mediciones con mayor facilidad. Más aún, a velocidades lentas la resistencia del aire es mucho menos importante.

Galileo encontró con sus experimentos que las distancias recorridas en intervalos de tiempo consecutivos eran proporcionales a los número impares 1, 3, 5, 7, ... etc. Las distancias totales para intervalos consecutivos eran entonces proporcionales a 1, 1 + 3 (= 4), 1 + 3 + 5 (= 9), 1 + 3 + 5 + 7 (=16), y así sucesivamente, esto es, a los cuadrados de los enteros 1,2,3,4, y así sucesivamente. Pero si la distancia cubierta es proporcional al cuadrado del tiempo transcurrido, entonces la ganancia en velocidad es directamente proporcional al tiempo transcurrido, un resultado que se mantiene *sólo* en el caso de la aceleración constante. Finalmente, Galileo encontró que se mantenían los mismos resultados cualquiera que fuese la masa de la bola y, por lo tanto, en nuestra terminología, la aceleración en caída libre es independiente de la masa del objeto. ■

2-9 MEDICIÓN DE LA ACELERACIÓN EN CAÍDA LIBRE *(Opcional)*

La medición de g es un ejercicio común en los laboratorios de física introductorios. Puede hacerse simplemente tomando el tiempo de un objeto en caída libre que se suelta desde el reposo a lo largo de una distancia medida. La ecuación 24 da g directamente. Aun con el equipo relativamente tosco normalmente encontrado en los laboratorios para estudiantes, es posible obtener una precisión de alrededor del 1%. Un mejor método consiste en el uso de un péndulo, cuya fuerza impulsora es la atracción de la Tierra sobre el peso suspendido. Como demostramos en el capítulo 15, el valor de g puede ser hallado midiendo el periodo de oscilación de un péndulo de longitud conocida. Tomando el tiempo de muchas oscilaciones, puede hallarse un valor preciso para el periodo, y aun usando el equipo típico de un laboratorio para estudiantes no es difícil de obtener una precisión del 0.1%. Este nivel de precisión es suficiente para observar la variación de g entre el nivel del mar y una montaña elevada (de 3 km o 10,000 ft), o entre el ecuador y los polos de la Tierra.

Durante varios siglos se utilizó el método del péndulo para mediciones precisas de g, y la precisión final fue de aproximadamente 1 parte en 10^6, suficiente para detectar variaciones de g desde un piso de un edificio al piso siguiente. Los métodos del péndulo se limitan a esta precisión por la incertidumbre del comportamiento real en el punto de pivoteo, lo cual hace difícil determinar la longitud con mayor precisión. Recientemente, en sus intentos para mejorar la precisión de g, los investigadores han retornado al método de la caída libre para la medición de g, la cual a través de las técnicas modernas del interferómetro de láser ha llegado a alrededor de 1 parte en 10^9. Este método es suficiente para observar el cambio de la gravedad de la Tierra en una distancia vertical de 1 cm; en forma equivalente, tal medición de la gravedad ¡puede detectar el cambio gravitatorio provocado por un científico que se halle de pie a 1 m del aparato!

La obtención de tal precisión constituye un tributo notable a las técnicas experimentales más cuidadosas. Por ejemplo, uno podría suponer que para eliminar los efectos de la resistencia del aire en la caída libre el objeto debe dejarse caer en el vacío. Esto, en efecto, es así, pero aun los mejores vacíos actualmente obtenibles en el laboratorio no son suficientemente buenos para obtener un nivel de precisión de 10^9 en la medición de g. Para reducir los efectos de la pequeñísima cantidad de gas residual presente aun al alto vacío, el objeto en caída libre se coloca dentro de una caja evacuada, la cual también se deja caer. La pequeña cantidad de gas residual es acarreada por la caja al caer, y a causa de que el gas cae con el objeto no ofrece resistencia alguna a la caída libre.

La figura 20 muestra una representación del aparato de caída libre desarrollado por el Dr. James E. Faller y sus colegas en el Joint Institute for Laboratory Astrophysics, en Boulder, Colorado. El objeto que cae es un prisma reflector, el cual es en esencia un prisma de cristal que tiene una capa reflejante en las tres caras perpendiculares. Este dispositivo tiene la útil propiedad de que la luz que incide en el prisma desde cualquier dirección interior se refleja en la dirección exactamente opuesta. (Un conjunto de tales reflectores fue colocado en la Luna por los astronautas del Apolo; se han reflejado rayos láser de la Luna a la Tierra para medir con precisión la distancia Tierra-Luna.) Un rayo láser se refleja del objeto que cae y se hace que los rayos incidente y reflejado interfieran entre sí de modo que continuamente se refuercen y luego se cancelen según cae el objeto. La distancia de la caída entre cancelaciones es la longitud de onda de la luz, y la distancia total de la caída puede medirse con una precisión de una pequeña fracción de la longitud de onda de la luz, simplemente contando el número de cancelaciones. Simultáneamente, el tiempo entre cancelaciones se mide con un reloj atómico. Así pues, la distancia y el tiempo son medidos en forma simultánea, justo como lo podría usted hacer en un laboratorio introductorio de física. En la figura 21 se muestra una fotografía de este notable aparato.

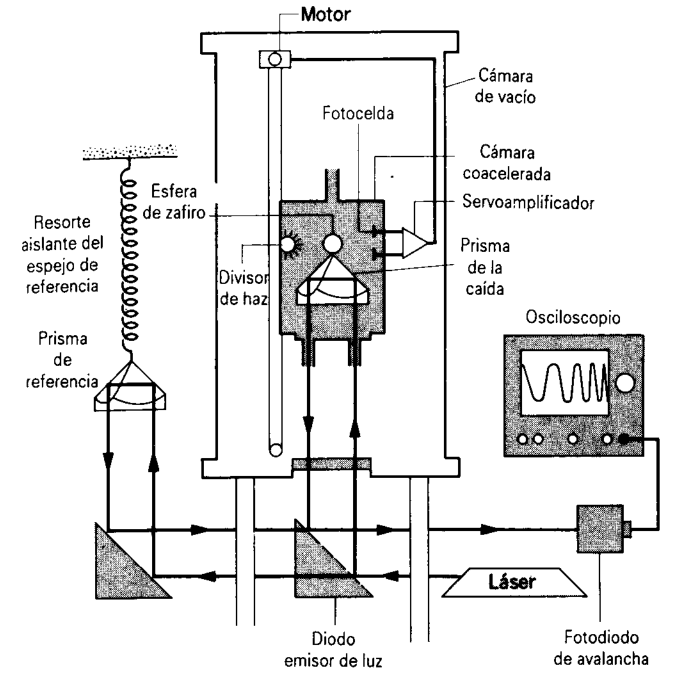

Figura 20 Diagrama del aparato de caída libre. El osciloscopio registra el patrón de cambio de las cancelaciones y los refuerzos cuando el rayo láser reflejado por el prisma de la caída se recombina con el rayo de la arista del prisma de referencia. Un motor impulsa a la cámara de coaceleración hacia abajo de modo que caiga con el prisma. Para una descripción de este aparato y un estudio de las mediciones de g, véase "Ballistic Methods of Measuring g" por J. E. Faller e I. Marson, *Metrologia*, vol. 25 (1988), pág. 49.

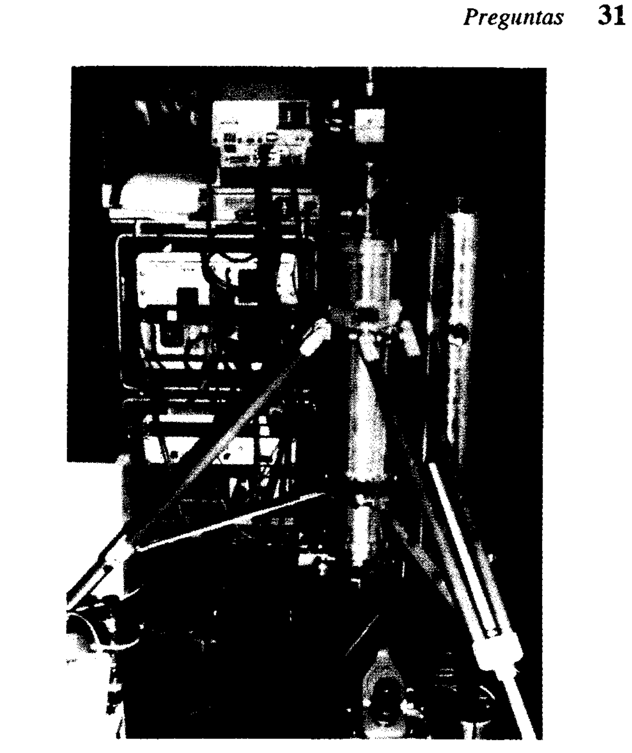

Figura 21 Una fotografía del aparato de caída libre de la figura 20. El aparato es fácilmente portátil, de modo que g pueda ser medida en lugares remotos.

La construcción de los medidores de la gravedad más precisos tiene importantes consecuencias prácticas. Un mapa de la gravedad de la Tierra puede ayudar en la búsqueda de petróleo o de minerales (véase la figura 5 del capítulo 16). Los cambios en la corteza de la tierra con el tiempo pueden ser observados por su efecto sobre g, haciendo posible el monitoreo de los movimientos de placas y de la actividad sísmica. Tales variaciones de la gravedad en la superficie de la Tierra pueden afectar las órbitas de los satélites y las trayectorias de los proyectiles balísticos. Desde el punto de vista de la ciencia básica, las mediciones precisas de g proporcionan pruebas detalladas de nuestra comprensión de la teoría de la gravitación, creada por Isaac Newton hace más de tres siglos. ■

PREGUNTAS

1. ¿Puede la velocidad de una partícula ser siempre negativa? De ser así, dé un ejemplo; si no, explique por qué.
2. Un conejo se mueve a cada segundo la mitad de la distancia que media desde su nariz hasta una lechuga. ¿Llegará el conejo a la lechuga alguna vez? ¿Cuál es el valor límite de la velocidad promedio del conejo? Dibuje gráficas que muestren la velocidad y la posición del conejo en el transcurso del tiempo.
3. La *velocidad promedio* puede significar la magnitud de la velocidad promedio. Otro significado, más común, que se le da es que la velocidad promedio es la longitud total de la trayectoria recorrida dividida por el tiempo transcurrido. ¿Son diferentes estos significados? Dé un ejemplo que respalde la respuesta.
4. Un automóvil de carreras, en una prueba de dos vueltas para calificar, recorre la primera vuelta a una velocidad

promedio de 90 mi/h. El conductor quiere acelerar durante la segunda vuelta de modo que la velocidad promedio de las dos vueltas sea de 180 mi/h. Demuestre que no podrá hacerlo.

5. Roberto le gana a Judith por 10 m en una carrera de los 100 metros. Roberto, queriendo darle a Judith una oportunidad igual, acuerda correr con ella de nuevo pero arrancar desde 10 m atrás de la línea de arranque. Le da esto a Judith, en realidad una oportunidad igual?
6. Cuando la velocidad es constante, ¿puede la velocidad promedio en cualquier intervalo de tiempo diferir de la velocidad instantánea en cualquier instante? De ser así, dé un ejemplo; si no, explique por qué.
7. ¿Puede la velocidad promedio de una partícula que se mueve a lo largo del eje x ser alguna vez $\frac{1}{2}(v_0 + v)$ si la aceleración no es uniforme? Demuestre su respuesta mediante gráficas.
8. ¿Puede el velocímetro de un automóvil registrar la velocidad como la hemos definido?
9. (*a*) ¿Puede un objeto tener velocidad cero y aun así acelerar? (*b*) ¿Puede un objeto tener una velocidad constante al mismo tiempo que una rapidez variable? En cada caso, dé un ejemplo en caso de que la respuesta sea afirmativa; explique por qué, si la respuesta es que no.
10. ¿Puede la velocidad de un objeto invertir la dirección cuando su aceleración es constante? De ser así, dé un ejemplo; si no, explique por qué.
11. La figura 30 muestra al coronel John P. Stapp en su trineo cohete al frenar; véase el problema 34. (*a*) Su cuerpo es un acelerómetro, no un taquímetro (medidor de la velocidad). Explique. (*b*) ¿Puede usted saber la dirección de la aceleración a partir de la figura?
12. ¿Puede un objeto aumentar su velocidad mientras su aceleración decrece? De ser así, dé un ejemplo; si no, explique por qué.
13. De las siguientes situaciones, ¿cuál es imposible? (*a*) Un cuerpo tiene velocidad este y aceleración este; (*b*) un cuerpo tiene velocidad este y aceleración oeste; (*c*) un cuerpo tiene velocidad cero, y la aceleración distinta de cero; (*d*) un cuerpo tiene aceleración constante pero su velocidad es variable: (*e*) un cuerpo tiene velocidad constante y aceleración variable.
14. ¿Cuáles serían algunos ejemplos de caídas de objetos en los que no sería razonable despreciar la resistencia del aire?
15. La figura 22 muestra una torre para la fabricación de perdigones en Baltimore, Maryland, en Estados Unidos. Fue construida en 1829 y usada para fabricar perdigones de plomo mediante el derramamiento del plomo fundido a través de un cedazo desde la parte superior de la torre. Los perdigones se solidifican al tiempo que caen en un tanque de agua situado en el fondo de la torre a 230 ft de profundidad. ¿Cuáles son las ventajas de fabricar perdigones de este modo?
16. Una persona de pie en el borde de un acantilado a cierta altura sobre el nivel del suelo arroja una pelota hacia arriba a una velocidad inicial v y luego arroja otra pelota hacia abajo con la misma velocidad inicial. ¿Cuál de ellas, si hay alguna, tiene la velocidad mayor cuando llegue al suelo? Desprecie la resistencia del aire.

Figura 22 Pregunta 15

17. ¿Cuál es la aceleración hacia abajo de un proyectil que sea disparado desde un cohete que acelera hacia arriba a razón de 9.8 m/s²?
18. La ecuación 19 para la aceleración constante nos dice que si una partícula es lanzada desde el reposo ($v_0 = 0$) a $x_0 = 0$ en el tiempo $t = 0$ está en la posición x en dos tiempos diferentes, digamos $+\sqrt{2x/a}$ y $-\sqrt{2x/a}$. ¿Cuál es el significado de la raíz negativa de esta ecuación cuadrática?
19. En otro planeta, el valor de g es la mitad del valor en la Tierra. ¿Cuánto es el tiempo que necesita un objeto para caer al suelo partiendo del reposo en relación con el tiempo requerido para caer la misma distancia en la Tierra?
20. (*a*) Una piedra es arrojada hacia arriba con una cierta velocidad en un planeta en donde la aceleración en caída libre es el doble que en la Tierra. ¿Qué tan alto se elevaría en comparación con la altura a la que lo haría en la Tierra? (*b*) Si la velocidad inicial se duplicara, ¿qué cambio significaría?
21. Consideremos una pelota que es arrojada verticalmente hacia arriba. Tomando en cuenta la resistencia del aire. ¿Cree usted que el tiempo durante el cual se eleva la pelota es más largo o más corto que el tiempo durante el cual cae? ¿Por qué?

22. Elabore una gráfica cualitativa de la rapidez v versus el tiempo t para la caída de un objeto (*a*) despreciando la resistencia del aire, y (*b*) si la resistencia del aire no puede despreciarse.
23. Una segunda bola se deja caer en el tiro de un elevador 1 s después de haberse dejado caer la primera. (*a*) ¿Qué pasa con la distancia entre una y otra a medida que pasa el tiempo? (*b*) ¿Cómo cambia la relación v_1/v_2 de la velocidad de la primera bola y la velocidad de la segunda con el paso del tiempo? Desprecie la resistencia del aire, y dé respuestas cualitativas.
24. Repita la pregunta 23 tomando en cuenta la resistencia del aire. Una vez más, dé respuestas cualitativas.
25. Si m es una piedra ligera y M es una piedra pesada, según Aristóteles M caería más rápidamente que m. Galileo intentó demostrar que la creencia de Aristóteles era lógicamente inconsistente con el siguiente argumento. Átense m y M juntas formando una piedra doble. Así, al caer, m debería retrasar la caída de M, puesto que tiende a caer más lentamente, y la combinación caería más rápido que m pero más lentamente que M; sin embargo, según Aristóteles el doble cuerpo ($M + m$) es más pesado que M y, por lo tanto, debería caer más rápido que M. Si aceptamos el razonamiento de Galileo como correcto, ¿podemos concluir que M y m deben caer a la misma velocidad? ¿Qué experimento sería necesario en este caso? Si usted cree que el razonamiento de Galileo es incorrecto, explique por qué.
26. ¿Qué les pasaría a nuestras ecuaciones cinemáticas (véase la tabla 2) bajo la operación de una inversión del tiempo, es decir, reemplazando a t por $-t$? Explique.
27. Esperamos que una relación realmente general, tal como las de la tabla 2, sea válida sin importar la elección del sistema de coordenadas. Al exigir que las ecuaciones generales sean dimensionalmente compatibles nos aseguramos de que las ecuaciones sean válidas cualquiera que sea la elección de las unidades. ¿Hay alguna necesidad, entonces, de sistemas de unidades o de coordenadas?

PROBLEMAS

Sección 2-3 Velocidad promedio

1. ¿A qué distancia viaja hacia adelante un automóvil que se mueve a razón de 55 mi/h (= 88 km/h) durante 1 s de tiempo, que es lo que le toma ver un accidente al lado de la carretera?
2. El lanzador de los Medias Rojas de Boston, Roger Clemens, lanzó una bola rápida a una velocidad horizontal de 160 km/h, según fue verificado con una pistola de radar. ¿Qué tanto le tomó a la bola llegar a la base de meta, que está a una distancia de 18.4 m?
3. La figura 23 muestra la relación entre la edad, en millones de años, del sedimento más antiguo y la distancia, en kilómetros, a la que fue hallado el sedimento desde un arrecife en particular en el océano. El material del lecho marino se desprende de este arrecife y se aleja de él a una velocidad aproximadamente uniforme. Halle la velocidad, en centímetros por año, a la que este material se aleja del arrecife.

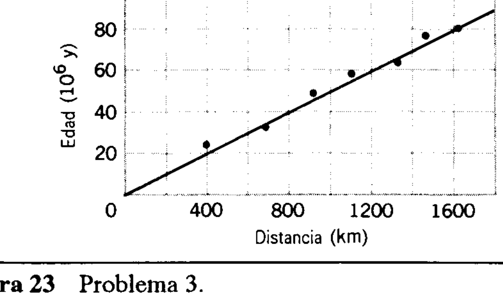

Figura 23 Problema 3.

4. Carl Lewis corre los 100 metros planos en aproximadamente 10 s, y Bill Rodgers corre el maratón (26 mi, 385 yd) en aproximadamente 2 h 10 min. (*a*) ¿Cuáles son sus promedios de velocidad? (*b*) Si Carl Lewis pudiera mantener la velocidad de su carrera durante un maratón, ¿cuánto le tomaría llegar a la meta?
5. Durante muchos meses un bien conocido físico de alta energía se trasladaba semanalmente entre Boston, Massachusetts y Ginebra, Suiza, ciudades que están separadas por una distancia de 4000 mi. ¿Cuál fue la velocidad promedio del físico durante esa época? ¿Le sorprende que no se necesite saber la velocidad del aeroplano para resolver este problema?
6. El límite legal de velocidad en una autopista se cambia de 55 mi/h (= 88.5 km/h) a 65 mi/h (= 104.6 km/h). ¿Cuánto tiempo ahorrará cualquiera viajando a velocidad más alta desde la entrada en Buffalo a la salida en la ciudad de Nueva York de la autopista estatal de Nueva York en este tramo de carretera de 435 mi (= 700 km)?
7. Usted viaja en la carretera interestatal 10 de San Antonio a Houston, la mitad del *tiempo* a 35 mi/h (56.3 km/h) y la otra mitad a 55 mi/h (= 88.5 km/h). En el viaje de regreso usted viaja la mitad de la *distancia* a 35 mi/h y la otra mitad a 55 mi/h. ¿Cuál es la velocidad promedio (*a*) de San Antonio a Houston, (*b*) de Houston a San Antonio, y (*c*) para todo el viaje?
8. Un avión de propulsión a chorro (jet) de alto desempeño, que realiza maniobras para evitar el radar, está en vuelo horizontal a 35 m sobre el nivel del terreno. Súbitamente, el avión encuentra que el terreno sube cuesta arriba en 4.3°,

una cantidad difícil de detectar; véase la figura 24. ¿Cuánto tiempo tiene el piloto para hacer una corrección si ha de evitar que el avión toque el terreno? La velocidad del aire es de 1300 km/h.

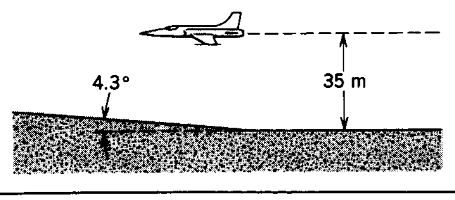

Figura 24 Problema 8.

9. La posición de un objeto que se mueve en línea recta está dada por $x = 3t - 4t^2 + t^3$, donde x está en metros y t está en segundos. (*a*) ¿Cuál es la posición del objeto en t = 0,1,2,3 y 4 s? (*b*) ¿Cuál es el desplazamiento del objeto entre $t = 0$ y $t = 2$ s? ¿Y entre $t = 0$ y $t = 4$ s? ¿Cuál es la velocidad promedio en el intervalo de tiempo entre $t = 2$ y $t = 4$ s? ¿Y desde $t = 0$ hasta $t = 3$ s?
10. Un automóvil sube una pendiente a la velocidad constante de 40 km/h y retorna cuesta abajo a la velocidad de 60 km/h. Calcule la velocidad promedio del viaje redondo.
11. Calcule la velocidad promedio en los dos casos siguientes: (*a*) Usted camina 240 ft a razón de 4 ft/s y luego corre 240 ft a razón de 10 ft/s a lo largo de una pista recta. (*b*) Usted camina durante 1.0 min a razón de 4 ft/s y luego corre durante 1.0 min a razón de 10 ft/s a lo largo de una pista recta.
12. Dos trenes, cada uno a una velocidad de 34 km/h, corren uno hacia el otro en la misma vía recta. Un pájaro que puede volar a 58 km/h vuela saliendo del frente de un tren cuando los trenes están separados por una distancia de 102 km y va directamente hacia el otro tren. Al llegar al otro tren vuela de regreso hasta el primer tren, y así sucesivamente. (*a*) ¿Cuántos viajes podrá hacer el pájaro de un tren a otro antes de que los trenes choquen? (*b*) ¿Cuál es la distancia total que recorre volando el pájaro?

Sección 2-4 Velocidad instantánea

13. La posición de una partícula que se mueve a lo largo del eje x está dada en centímetros por $x = 9.75 + 1.50t^3$, donde t está en segundos. Considere el intervalo de tiempo de $t = 2$ a $t = 3$ y calcule (*a*) la velocidad promedio; (*b*) la velocidad instantánea en $t = 2$ s; (*c*) la velocidad instantánea en $t = 3$ s; (*d*) la velocidad instantánea en $t = 2.5$ s; y (*e*) la velocidad instantánea cuando la partícula está a medio camino entre sus posiciones en $t = 2$ y $t = 3$ s.
14. ¿Qué distancia recorre en 16 s el corredor cuya gráfica velocidad-tiempo se muestra en la figura 25?

Sección 2-5 Movimiento acelerado

15. Cuál es la aceleración en $t = 11$ s del corredor del problema 14?

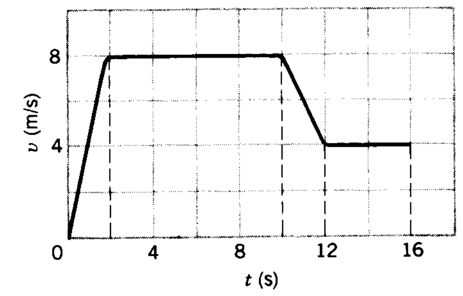

Figura 25 Problemas 14 y 15.

16. Una partícula tenía una velocidad de 18 m/s en dirección $+x$, y 2.4 s más tarde su velocidad era de 30 m/s en dirección opuesta. ¿Cuál fue la aceleración promedio de la partícula durante este intervalo de 2.4 s?
17. Un objeto se mueve en línea recta según se describe en la gráfica velocidad-tiempo de la figura 26. Trace una gráfica que represente la aceleración del objeto en función del tiempo.

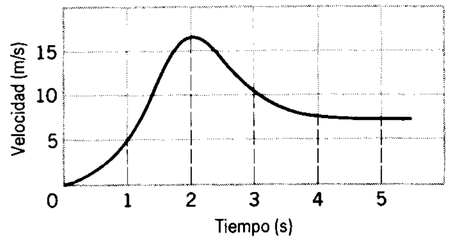

Figura 26 Problema 17.

18. La gráfica de x contra t de la figura 27a es de una partícula que se mueve en línea recta. (*a*) Determine para cada intervalo si la velocidad v es +, −, ó 0, y si la aceleración a es +, −, ó 0. Los intervalos son *OA*, *AB*, *BC*, y *CD*. (*b*) Según la curva, ¿existe un intervalo en el cual la aceleración sea obviamente no constante? (Desprecie el comportamiento en los extremos de los intervalos.)
19. Responda las preguntas anteriores para el movimiento descrito por la gráfica de la figura 27*b*.
20. Una partícula se mueve a lo largo del eje x con un desplazamiento contra tiempo como se muestra en la figura 28. Esboce las curvas de velocidad contra tiempo y de aceleración contra tiempo para este movimiento.
21. Para cada una de las situaciones siguientes, trace una gráfica que sea una descripción posible de la posición en función del tiempo de una partícula que se mueve a lo largo del eje x. En $t = 1$ s, la partícula tiene (*a*) velocidad cero y aceleración positiva; (*b*) velocidad cero y aceleración negativa; (*c*) velocidad negativa y aceleración positiva; (*d*) velocidad negativa y aceleración negativa. (*e*) ¿En cuál de estas situaciones aumentará la velocidad de esta partícula en $t = 1$ s?
22. Si la posición de un objeto está dada por $x = 2t^3$, donde x está en metros y t en segundos, halle (*a*) la velocidad promedio y la aceleracion promedio entre $t = 1$ y $t = 2$ s, y (*b*) las velocidades instantáneas y las aceleraciones instantáneas en $t = 1$ y $t = 2$ s. (*c*) Compare las cantidades promedio e instantánea y en cada caso explique por qué la mayor es mayor.

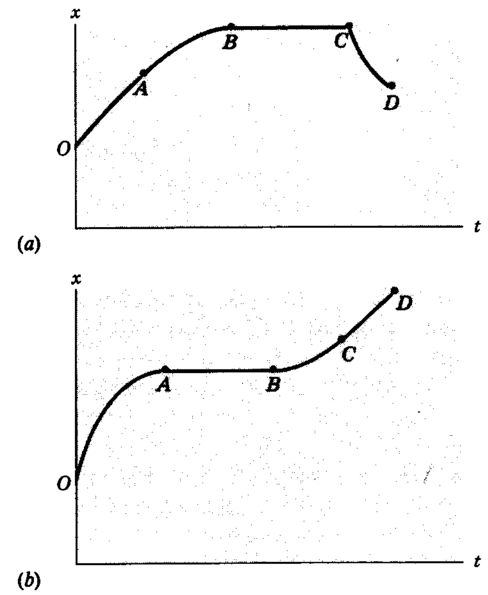

Figura 27 (*a*) Problema 18 y (*b*) problema 19.

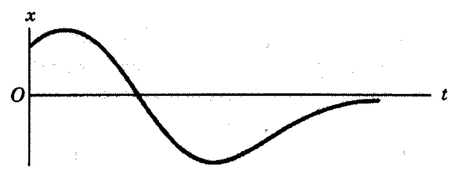

Figura 28 Problema 20.

23. Una partícula se mueve a lo largo del eje x según la ecuación $x = 50t + 10t^2$, donde x está en metros y t en segundos. Calcule (*a*) la velocidad promedio de la partícula durante los primeros 3 s de movimiento, (*b*) la velocidad instantánea de la partícula en $t = 3$ s, y (*c*) la aceleración instantánea de la partícula en $t = 3$ s.
24. Un hombre está quieto desde $t = 0$ hasta $t = 5$ min; de $t = 5$ a $t = 10$ min camina vivamente en línea recta a una velocidad constante de 2.2 m/s. ¿Cuáles son su velocidad promedio y su aceleración promedio durante los intervalos de tiempo (*a*) de 2 min a 8 min, y (*b*) de 3 min a 9 min?
25. Una partícula qu. se mueve a lo largo del eje x positivo tiene las siguientes posiciones en tiempos diversos:

x (m)	0.080	0.050	0.040	0.050	0.080	0.13	0.20
t (s)	0	1	2	3	4	5	6

(*a*) Trace el desplazamiento (no la posición) contra el tiempo. (*b*) Halle la velocidad promedio de la partícula en los intervalos de 0 a 1 s, de 0 a 2 s, de 0 a 3 s, de 0 a 4 s. (*c*) Halle la pendiente de la curva trazada en la parte (*a*) en los puntos t = 0, 1, 2, 3, 4, y 5 s. (*d*) Trace la pendiente (¿en unidades?) contra el tiempo. (*e*) Partiendo de la curva de la parte (*d*) determine la aceleración de la partícula en los tiempos t = 2, 3, y 4 s.

26. La posición de una partícula a lo largo del eje x depende del tiempo de acuerdo con la ecuación

$$x = At^2 - Bt^3,$$

donde x está en metros y t en segundos. (*a*) ¿Qué unidades SI deberán tener A y B? Para lo siguiente, haga que sus valores numéricos en unidades SI sean 3 y 1, respectivamente. (*b*) ¿En qué tiempo llegará la partícula a su posición x positiva máxima? (*c*) ¿Qué longitud de trayectoria cubre la partícula en los primeros 4 s? (*d*) ¿Cuál es su desplazamiento durante los primeros 4 s? (*e*) Cuál es la velocidad de la partícula al final de cada uno de los primeros cuatro segundos? (*f*) ¿Cuál es la aceleración de la partícula al final de cada uno de los primeros cuatro segundos? (*g*) ¿Cuál es la velocidad promedio en el intervalo de tiempo de $t = 2$ a $t = 4$ s?
27. Un electrón que arranca desde el reposo tiene una aceleración que aumenta linealmente con el tiempo, esto es, $a = kt$, donde k ($1.50\ \text{m/s}^2$)/s o $1.50\ \text{m/s}^3$. (*a*) Trace a contra t durante el primer intervalo de 10 s. (*b*) A partir de la curva de la parte (*a*) trace la curva v contra t correspondiente y calcule la velocidad del electrón 5 s después de haber comenzado el movimiento. (*c*) A partir de la curva v contra t de la parte (*b*) trace la curva x contra t correspondiente y calcule qué tanto se ha movido el electrón durante los primeros 5 s de su movimiento.
28. En una galería de juegos de video, un punto está programado para moverse a través de la pantalla de acuerdo a $x = 9.00t - 0.750t^3$, donde x es la distancia en centímetros medida desde el borde izquierdo de la pantalla y t es el tiempo en segundos. Cuando el punto llega al borde de la pantalla, ya sea en $x = 0$ o en $x = 15$ cm, comienza de nuevo. (*a*) ¿En qué tiempo después del arranque llega el punto instantáneamente al reposo? (*b*) ¿Cuándo ocurre esto? (*c*) ¿Cuál es su aceleración cuando esto ocurre? (*d*) ¿En qué dirección se mueve en el siguiente instante después de llegar al reposo? (*e*) ¿Cuándo se sale de la pantalla?

Sección 2-6 Movimiento con aceleración constante

29. Un jumbo de propulsión a chorro necesita alcanzar una velocidad de 360 km/h (= 224 mi/h) sobre la pista para despegar. Suponiendo una aceleración constante y una pista de 1.8 km (= 1.1 mi) de longitud, ¿qué aceleración mínima se requiere partiendo del reposo?
30. Un vehículo cohete se mueve en el espacio libre con una aceleración constante igual a 9.8 m/s². (*a*) Si arranca del reposo, ¿qué tanto le tomará adquirir una velocidad de un décimo de la velocidad de la luz? (*b*) ¿Qué tan lejos viajará al hacerlo así? (La velocidad de la luz es de 3.0×10^8 m/s).
31. La cabeza de una serpiente de cascabel puede acelerar a razón de 50 m/s² al atacar a su víctima. Si un automóvil lo hiciera también, ¿cuánto le tomaría llegar a una velocidad de 100 km/h desde el reposo?
32. Un muon (una partícula elemental) es disparado a una velocidad inicial de 5.20×10^6 m/s a una región donde un

campo eléctrico produce una aceleración de 1.30×10^{14} m/s² en dirección contraria a la velocidad inicial. ¿Qué distancia recorrerá el muon antes de llegar al reposo?

33. Un electrón con velocidad inicial $v_0 = 1.5 \times 10^5$ m/s entra en una región de 1.2 cm de longitud donde es eléctricamente acelerado (véase la figura 29). Sale con una velocidad $v = 5.8 \times 10^6$ m/s. Cuál fue su aceleración, suponiendo que haya sido constante? (Tal proceso ocurre en el cañón de electrones de un tubo de rayos catódicos, usado en receptores de televisión y en terminales de video.)

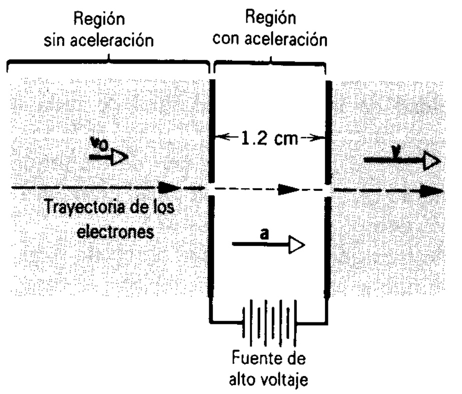

Figura 29 Problema 33.

34. El coronel John P. Stapp estableció un record mundial de velocidad cuando, el 19 de marzo de 1954, rodó un trineo autopropulsado que se movió en los carriles a razón de 1020 km/h. Él y su trineo llegaron a un alto total en 1.4 s; véase la figura 30. ¿Qué aceleración experimentó? Exprese la respuesta en términos de g (= 9.8 m/s²), la aceleración debida a la gravedad. (Nótese que su cuerpo actúa como un acelerómetro, y no como un velocímetro.)

Figura 30 Problema 34.

35. Los frenos de su automóvil son capaces de crear una desaceleración de 17 ft/s². Si usted va a 85 mi/h y de pronto ve a un patrullero, ¿cuál es el tiempo mínimo en el cual puede usted hacer que su automóvil baje a la velocidad límite de 55 mi/h?

36. En una carretera seca, un automóvil con buenas llantas puede frenar con una deceleración de 11.0 mi/h · s (4.92 m/s²). (*a*) ¿Qué tanto tiempo le toma a tal automóvil, que inicialmente viajaba a 55 mi/h (= 24.6 m/s), llegar al reposo? (*b*) ¿Qué tan lejos viajó en ese tiempo?

37. Una flecha es disparada hacia arriba en el aire y a su regreso golpea el suelo a 260 ft/s, enterrándose 9 in en el terreno. Halle (*a*) la aceleración (supuesta como constante) requerida para detener la flecha, y (*b*) el tiempo necesario para que el terreno la detenga.

38. Supongamos que le piden a usted que asesore a un abogado en relación a la física implicada en uno de sus casos. La pregunta es si un conductor se había excedido del límite de velocidad de 30 mi/h antes de hacer una parada de emergencia, con los frenos accionados a fondo y las llantas patinando. La longitud de las marcas del patinaje sobre la carretera fue 19.2 ft. El oficial de la policía supuso que la deceleración máxima del automóvil no superaría la aceleración de un cuerpo en caída libre (= 32 ft/s²) y no impuso una multa al conductor. ¿Estaba excediéndose de la velocidad permitida? Explíquelo.

39. Un tren partió del reposo y se movió con aceleración constante. En un momento dado estaba viajando a 33.0 m/s, y 160 m más adelante lo estaba haciendo a 54.0 m/s. Calcule (*a*) la aceleración, (*b*) el tiempo requerido para recorrer 160 m, (*c*) el tiempo requerido para que alcance una velocidad de 33.0 m/s, y (*d*) la distancia recorrida desde el reposo hasta el momento en que el tren tuvo una velocidad de 33.0 m/s.

40. Un autómovil que se mueve con aceleración constante cubre la distancia entre dos puntos que distan entre sí 58.0 m en 6.20 s. Su velocidad cuando pasa por el segundo punto es de 15.0 m/s. (*a*) ¿Cuál es la velocidad en el primer punto? (*b*) ¿Cuál es su aceleración? (*c*) ¿A qué distancia previa al primer punto estaba el autómovil en reposo?

41. Un tren subterráneo acelera desde el reposo en una estación (a = +1.20 m/s²) durante la primera mitad de la distancia a la siguiente estación y luego decelera hasta el reposo (a = −1.20 m/s²) en la segunda mitad de la distancia. La distancia entre las estaciones es de 1.10 km. Halle (*a*) el tiempo de viaje entre estaciones y (*b*) la velocidad máxima del tren.

42. La cabina de un elevador en el hotel Marquis Marriott, de Nueva York (véase la figura 31) tiene un recorrido total de 624 ft. Su velocidad máxima es de 1000 ft/min y su aceleración (constante) es de 4.00 ft/s². (*a*) ¿Qué tan lejos se mueve mientras acelera a toda velocidad desde el reposo? (*b*) ¿Qué tiempo le toma hacer la carrera, comenzando y terminando en reposo?

43. Cuando un conductor detiene su automóvil lo más súbitamente posible, la distancia de parada puede ser vista como la suma de una "distancia de reacción", la cual es la velocidad inicial multiplicada por el tiempo de reacción, y la "distancia de frenado", la cual es la distancia cubierta durante el frenado. La tabla siguiente da los valores típicos:

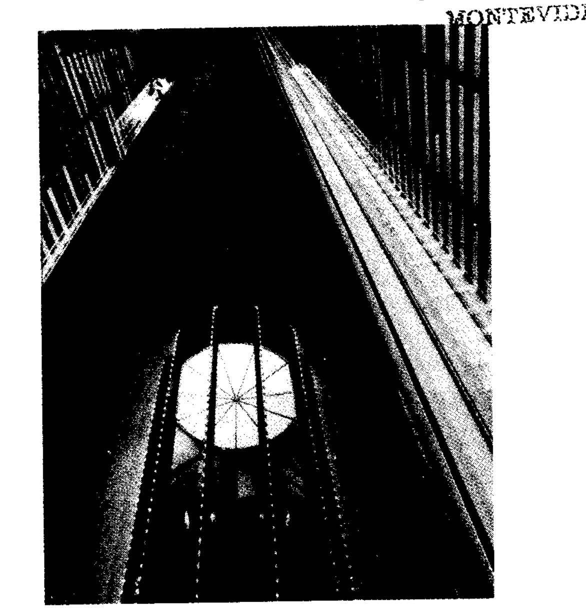

Figura 31 Problema 42.

Velocidad inicial (m/s)	*Distancia de acción* (m)	*Distancia de frenado* (m)	*Distancia de tensión* (m)
10	7.5	5.0	12.5
20	15	20	35
30	22.5	45	67.5

(*a*) ¿Qué tiempo de reacción se supone que tiene el conductor? (*b*) ¿Cuál es la distancia de frenado del automóvil si la velocidad inicial es de 25 m/s?

44. En una trampa de velocidad, dos tiras activadas por presión están situadas a una distancia de 110 m cruzando una carretera en la cual el límite de velocidad es 90 km/h. Mientras viaja a 120 km/h, un conductor advierte una patrulla justo cuando activa la primera tira y reduce su marcha. ¿Qué deceleración es necesaria para que la velocidad promedio del automóvil esté dentro del límite de velocidad cuando el automóvil cruce la segunda tira?

45. En el instante en que un semáforo cambia a luz verde, un automóvil arranca con una aceleración constante de 2.2 m/s². En el mismo instante un camión, que viaja a una velocidad constante de 9.5 m/s, alcanza y pasa al automóvil. (*a*) ¿A qué distancia del punto de arranque el automóvil alcanzaría al camión? (*b*) ¿A qué velocidad está viajando el automóvil en ese instante? (Es instructivo trazar una gráfica cualitativa de x contra t para cada vehículo.)

46. El maquinista de un tren que se mueve a una velocidad v_1 advierte la presencia de un tren de carga a una distancia d adelante de él que se mueve en la misma vía y en la misma dirección a una velocidad más lenta v_2. Acciona los frenos e imprime en su tren una deceleración constante a. Demuestre que

$$\text{si } d > \frac{(v_1 - v_2)^2}{2a} \text{ no habrá una colisión;}$$

$$\text{si } d < \frac{(v_1 - v_2)^2}{2a} \text{ habrá una colisión.}$$

(Es instructivo trazar una gráfica cualitativa de x contra
para cada tren.)

47. Un automóvil que viaja a 35 mi/h (= 56 km/h) está a 110
(= 34 m) de una barrera cuando el conductor pisa de golp
los frenos. Cuatro segundos más tarde el automóvil golpe
la barrera. (*a*) ¿Cuál fue la deceleración constante d
automóvil antes del impacto? (*b*) ¿A qué velocidad viajab
el carro en el momento del impacto?

48. Un corredor, en una carrera de 100 m, acelera desde
reposo hasta la velocidad máxima a razón de 2.80 m/s²
mantiene esa velocidad hasta el final de la pista. (*a*) ¿Qu
tiempo transcurrió? (*b*) ¿Qué distancia recorrió el corred
durante la fase de aceleración si el tiempo total en la pis
fue de 12.2 s?

49. El manual del conductor establece que un automóvil co
buenos frenos que vaya a 50 mi/h puede parar en un
distancia de 186 ft. La distancia correspondiente a 30 mi
es de 80 ft. Suponga que el tiempo de reacción del co
ductor, durante el cual la aceleración es de cero, y
aceleración después de que accionó los frenos son igual
para las dos velocidades. Calcule (*a*) el tiempo de reacci
del conductor, y (*b*) la aceleración.

Sección 2-7 Cuerpos en caída libre

50. Caen gotas de lluvia desde una nube situada a 1700
sobre la superficie del suelo. Si no fueran retenidas por
resistencia del aire, ¿a qué velocidad descenderían l
gotas cuando llegan al suelo? ¿Sería seguro caminar en
exterior durante una tormenta?

51. Un cable que soporta a un elevador desocupado de u
construcción se rompe cuando el elevador está en repo
en la parte más alta de un edificio de 120 m de altu
(*a*) ¿A qué velocidad golpearía el elevador el terren
(*b*) ¿Cuánto tiempo transcurrió en la caída? (*c*) ¿Cuál e
su velocidad cuando pasó por el punto intermedio de
carrera hacia abajo? (*d*) ¿Durante cuánto tiempo estu
cayendo cuando pasó por el punto intermedio?

52. En una obra en construcción una llave Stillson golpea
terreno a una velocidad de 24.0 m/s. (*a*) ¿Desde qué altu
cayó inadvertidamente? (*b*) ¿Cuánto tiempo estuvo en
aire?

53. (*a*) ¿A qué velocidad debe ser arrojada una pelota ver
calmente hacia arriba con objeto de que llegue a una altu
máxima de 53.7 m? (*b*) ¿Cuánto tiempo estuvo en el ai

54. Una roca es arrojada desde un acantilado de 100 m
altura, ¿Cuánto tiempo tarda en caer (*a*) los primer
50.0 m y (*b*) los segundos 50.0 m?

55. Unos exploradores del espacio "aterrizan" en un pla
ta de nuestro sistema solar. Ellos observan que una peq
ña roca lanzada verticalmente hacia arriba a razón
14.6 m/s tarda 7.72 s en regresar al suelo. ¿En qué plan
aterrizaron? (*Sugerencia*: Véase el apéndice C.)

56. Una pelota es arrojada verticalmente a una velocid
inicial de 20.5 m/s desde una altura de 58.8 m. (*a*) ¿C
será su velocidad justo antes de que llegue al sue
(*b*) ¿Qué tanto tiempo le tomó a la pelota llegar al s
lo? (*c*) ¿Cuáles serían las respuestas a (*a*) y a (*b*) si la pel

fuera lanzada directamente hacia arriba desde la misma altura y a la misma velocidad inicial?

57. La figura 32 muestra un aparato sencillo para medir el tiempo de reacción. Consta de una tira de cartulina marcada con una escala y dos puntos grandes. Un amigo sostiene la tira entre los dedos pulgar e índice en el punto superior y usted coloca sus dedos pulgar e índice en el punto inferior, teniendo cuidado de no tocar la tira. Su amigo suelta la tira, y usted trata de pescarla tan pronto como sea posible cuando ve que empieza a caer. La marca situada en el lugar en que usted pesca la tira da el tiempo de reacción. ¿A qué distancia del punto inferior se ponen las marcas de 50-, 100-, 200-, y 250-ms?

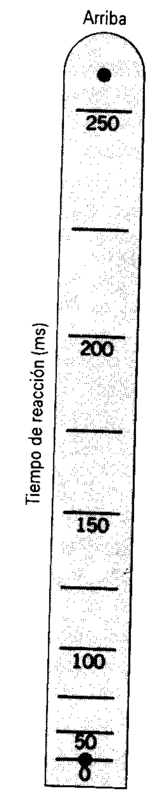

Figura 32 Problema 57.

58. Una pelota arrojada hacia arriba tarda 2.25 s en llegar a una altura de 36.8 m. (*a*) ¿Cuál fue su velocidad inicial? (*b*) ¿Cuál es su velocidad a esta altura? (*c*) ¿Cuánta más altura alcanzará la pelota?

59. Mientras pensaba en Isaac Newton, una persona parada en un puente sobre una carretera deja caer inadvertidamente una manzana desde la barandilla justo cuando el extremo frontal de un camión pasa directamente abajo de la barandilla. Si el vehículo se está moviendo a 55 km/h (= 34 mi/h) y tiene una longitud de 12 m (= 39 ft), ¿qué tanto más arriba del camión deberá estar la barandilla si la manzana no logra golpear la parte trasera del camión?

60. Un cohete es disparado verticalmente y asciende con una aceleración vertical constante de 20 m/s^2 durante 1.0 min. Su combustible se agota entonces totalmente y continúa como una partícula en caída libre. (*a*) ¿Cuál es la altitud máxima alcanzada? (*b*) ¿Cuál es el tiempo total transcurrido desde el despegue hasta que el cohete regresa a la Tierra? (Desprecie las variaciones de g con la altitud).

61. Un jugador de baloncesto, a punto de "encestar" la pelota, salta 76 cm verticalmente. ¿Cuánto tiempo invierte el jugador (*a*) en los últimos 15 cm de su salto y (*b*) en los primeros 15 cm de su salto? Ayuda esto a explicar el por qué estos jugadores parecen quedar suspendidos en el aire en la cima de sus saltos? Véase la figura 33.

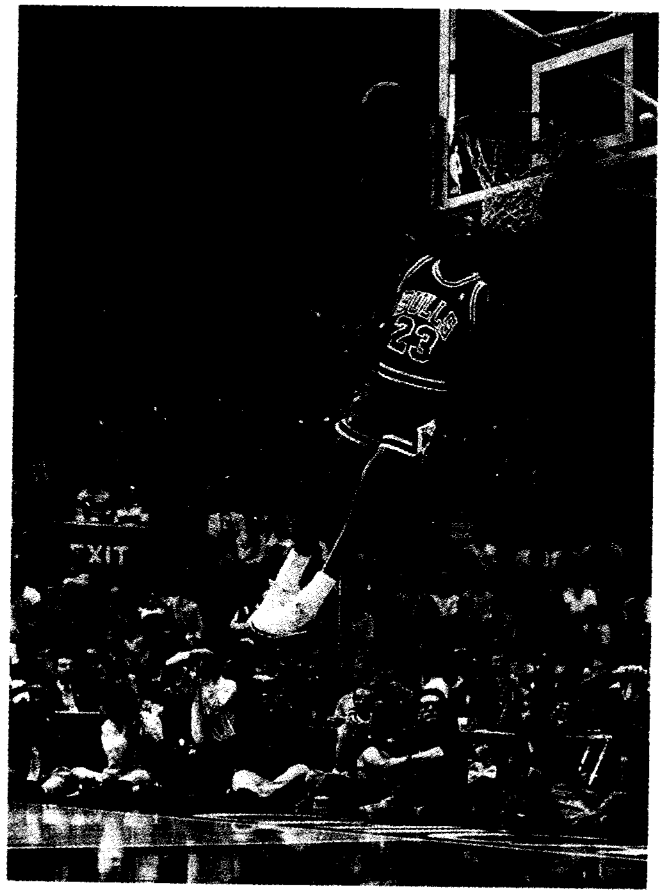

Figura 33 Problema 61.

62. Una piedra es lanzada verticalmente hacia arriba. En su trayecto pasa el punto A a una velocidad v, y el punto B, 3.00 m más alto que A, a velocidad $v/2$. Calcule (*a*) la velocidad v y (*b*) la altura máxima alcanzada por la piedra arriba del punto B.

63. De la boca de una regadera gotea agua en el piso 200 cm más abajo. Las gotas caen a intervalos de tiempo regulares, la primera gota golpea el piso en el instante en que la cuarta gota comienza a caer. Hallar la ubicación de cada una de las otras gotas cuando una de ellas llega al suelo.

64. La instalación para la investigación de la gravedad cero (the Zero Gravity Research Facility), en el Centro Lewis de investigación de la NASA, incluye una torre de caída de 145 m. Ésta es una torre vertical evacuada en la cual, entre otras posibilidades, puede dejarse caer una esfera de 1 m de diámetro que contiene un paquete experimental. (*a*) ¿Cuánto tiempo está este paquete experimental en caída libre? (*b*) ¿Cuál es su velocidad en la parte inferior de la torre? (*c*) En la parte inferior de la torre, la esfera experimenta una aceleración promedio de $25g$ cuando su velocidad se reduce a cero. ¿Qué distancia ha recorrido al llegar al reposo?

65. Una bola se deja caer desde una altura de 2.2 m y rebota a una altura de 1.9 m sobre el suelo. Suponga que la bola está en contacto con el suelo durante 96 ms y determine la aceleración promedio (en magnitud y dirección) de la bola durante su contacto con el suelo.

66. Una mujer cayó 144 ft desde la cima de un edificio, "aterrizando" sobre una caja de ventilación de metal, la cual se hundió a una profundidad de 18 in. Ella sobrevivió sin daños serios. ¿Qué aceleración (se supone uniforme) experimentó durante la colisión? Exprese su respuesta en términos de g.

67. Si un objeto viaja la mitad de su trayectoria total en el último segundo de su caída desde el reposo, halle (*a*) el tiempo y (*b*) la altura de su caída. Explique la solución físicamente inaceptable de la ecuación cuadrática del tiempo.

68. Dos objetos comienzan una caída libre desde el reposo partiendo de la misma altura con 1.00 s de diferencia. En cuánto tiempo después de que el primer objeto comenzó a caer estarán los dos objetos separados a una distancia de 10.0 m?

69. Como se ve en la figura 34, Clara salta desde un puente, seguida de cerca por Jaime. ¿Cuánto tiempo esperó Jaime después de que Clara saltó? Suponga que Jaime tiene un altura de 170 cm y que el nivel desde el que saltaron est arriba de la fotografía. Haga mediciones escalares direc tamente en la fotografía.

Figura 34 Problema 69.

70. Un globo está ascendiendo a razón de 12.4 m/s a una altur de 81.3 m sobre el nivel del suelo cuando se deja cae desde él un bulto. (*a*) ¿A qué velocidad golpea el bulto e suelo? (*b*) ¿Cuánto tiempo le tomó llegar al suelo?

71. Una paracaidista, después de saltar, cae 52.0 m sin fric ción. Cuando se abre el paracaídas, ella decelera a razó de 2.10 m/s^2 y llega al suelo a una velocidad de 2.90 m/s (*a*) ¿Cuánto tiempo estuvo la paracaidista en el aire? (*b* ¿A qué altura comenzó la caída?

72. Una bola de plomo se deja caer en una alberca desde u trampolín a 2.6 m sobre el agua. Golpea el agua con un cierta velocidad y luego se hunde hasta el fondo con est misma velocidad constante. Llega al fondo 0.97 s despué de que se ha dejado caer. (*a*) ¿Qué profundidad tiene l alberca? (*b*) ¿Supongamos que se deja drenar toda el agu de la alberca. La bola es arrojada de nuevo desde e trampolín de modo que, otra vez, llega al fondo en 0.97 s ¿Cuál es la velocidad inicial de la bola?

73. En el Laboratorio Nacional de Física de Inglaterra se hiz una medición de la aceleración g arrojando una bola d vidrio hacia arriba en un tubo evacuado y dejándola regresa como en la figura 35. Sea Δt_L el intervalo de tiempo entr los dos pasos a través del nivel inferior, Δt_U el intervalo d tiempo entre los dos pasos a través del nivel superior, y H la distancia entre los dos niveles. Demuestre que

$$g = \frac{8H}{\Delta t_L^2 - \Delta t_U^2}.$$

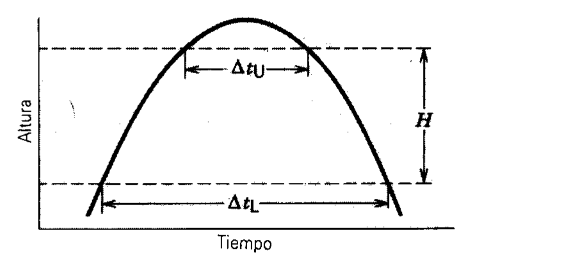

Figura 35 Problema 73.

74. Una bola de acero se deja caer desde el techo de un edifici (la velocidad inicial de la bola es cero). Un observado parado enfrente de una ventana de 120 cm de altura nota qu a la bola le toma 0.125 s caer desde la parte superior de l ventana a la parte inferior. La bola continúa cayendo, choc en forma completamente elástica con una acera horizonta y reaparece en la parte baja de la ventana 2.0 s después d haber pasado por allí en su ruta de caída. ¿Cuál es la altur del edificio? (La bola tendría la misma velocidad en u punto yendo hacia arriba que la que tenía yendo hacia abaj después de una colisión completamente elástica.)

75. Un perro ve una maceta de flores subir y luego bajar a través de una ventana de 1.1 m de altura. Si el tiempo tota en que la maceta está a la vista es de 0.74 s, halle la altur por sobre el dintel de la ventana a la que se eleva la maceta