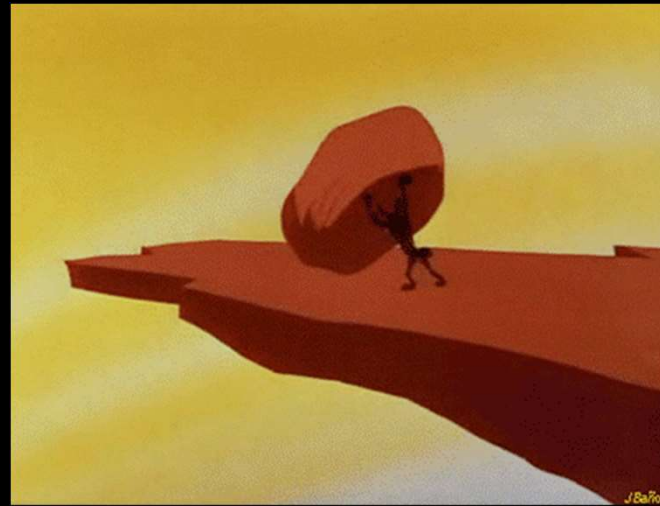
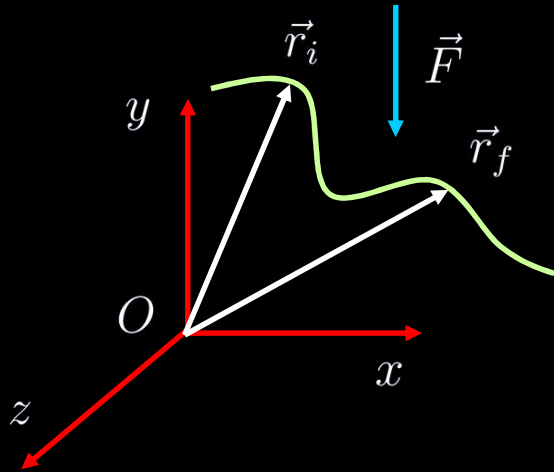


Energía potencial de un sistema



La energía potencial sólo se puede asociar a un determinado tipo de fuerzas
En este ejemplo en particular, hablamos de *energía potencial gravitatoria*

Trabajo realizado por la fuerza de la gravedad



$$\vec{r}_i = x_i\vec{i} + y_i\vec{j} + z_i\vec{k}$$

$$\vec{r}_f = x_f\vec{i} + y_f\vec{j} + z_f\vec{k}$$

$$\vec{F} = -mg\vec{k}$$

$$W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \vec{F} \cdot \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} d\vec{r} = \vec{F} \cdot (\vec{r}_f - \vec{r}_i) = \vec{F} \cdot \vec{r}_f - \vec{F} \cdot \vec{r}_i$$

$$W = mgz_i - mgz_f$$

Definimos la magnitud mgz como la energía potencial gravitatoria

Energía potencial: elección del cero de energías

A la hora de resolver problemas, debemos escoger una configuración de referencia a la que se le asigna un valor de referencia de la energía potencial gravitatoria (normalmente cero)

La elección de la configuración de referencia es totalmente arbitraria. La magnitud relevante es siempre **una diferencia en la energía potencial**, y esta diferencia es **independiente** de la elección de **la configuración de referencia**

Normalmente es conveniente elegir una configuración de referencia en la que un objeto situado sobre **la superficie de la Tierra** tiene una **energía potencial gravitatoria nula**.
Pero esto no es esencial en absoluto. Depende del problema

Energía potencial de un sistema: definición

Vamos a considerar un sistema compuesto de dos o más partículas u objetos que interactúan con una fuerza interna al sistema

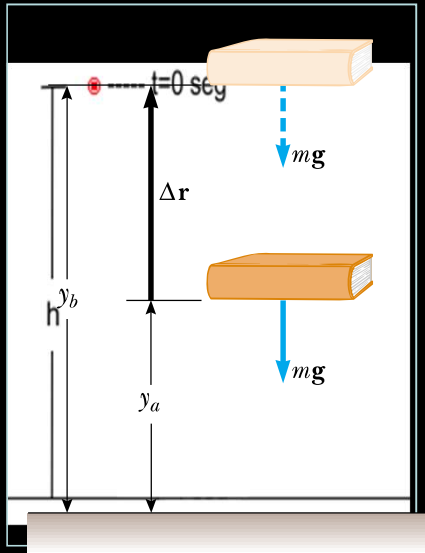
Consideremos el sistema compuesto por el libro y la Tierra, interactuando via la fuerza gravitacional

Para elevar el libro lentamente (adiabáticamente) una altura Δy , tenemos que hacer un trabajo sobre el sistema $\Delta y = y_b - y_a$

Este trabajo realizado sobre el sistema debe reflejarse como un incremento en la energía del sistema

El libro está en reposo antes de realizar el trabajo y permanece en reposo después de realizar el trabajo.
No hay cambio en la energía cinética del sistema

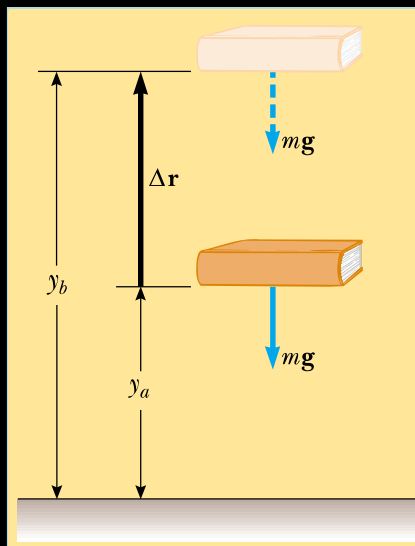
Tampoco hay cambio en la temperatura ni del libro ni de la Tierra.
No hay cambio en la energía interna



Energía potencial de un sistema: definición

No hay cambio en la energía cinética del sistema.
No hay cambio en la energía interna del sistema.

Tiene que haber una nueva forma de almacenar la energía



Si después de elevar el libro lo dejamos caer de nuevo hasta la altura y_a , el sistema adquiere una energía cinética

El origen de esta energía cinética está en el trabajo realizado anteriormente para elevar el libro

Mientras el libro se encontraba en la posición más elevada, la energía del sistema tenía la *potencia* de convertirse en energía cinética

Al mecanismo de almacenamiento de energía antes de soltar el libro se le denomina **energía potencial**

La energía potencial sólo se puede asociar a un determinado tipo de fuerzas
En este ejemplo en particular, hablamos de *energía potencial gravitatoria*

El trabajo realizado por esa fuerza representa una energía transferida al sistema.

$$W = \vec{F}_{\text{ap}} \cdot \Delta\vec{r} = (mg \vec{j}) \cdot (\Delta y \vec{j}) = (mg \vec{j}) \cdot [(y_b - y_a) \vec{j}] = mgy_b - mgy_a$$

El trabajo realizado sobre el sistema en esta situación aparece como un cambio en la energía potencial gravitatoria del sistema

$$W = U_{g,b} - U_{g,a} = \Delta U_g$$

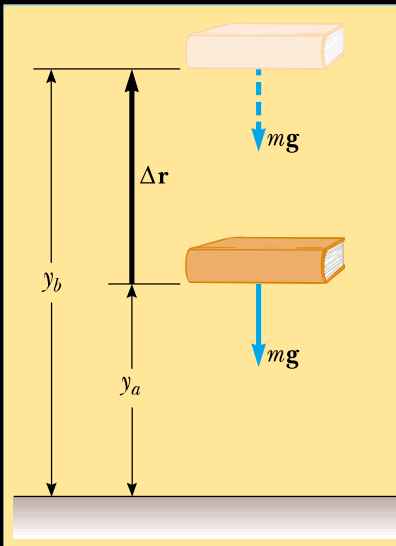
La energía potencial gravitatoria depende únicamente de la altura de un objeto sobre la superficie de la Tierra

Si el desplazamiento, en vez de ser en la dirección vertical, se realiza primero en el plano y luego hacia arriba, el trabajo realizado por la fuerza externa no cambia

$$W = \vec{F}_{\text{ap}} \cdot \Delta\vec{r} = (mg \vec{j}) \cdot [(x_b - x_a) \vec{i} + (y_b - y_a) \vec{j}] = mgy_b - mgy_a$$

Definimos la cantidad mgy como la energía potencial gravitatoria del sistema

$$U_g = mgy$$



Fuerza conservativa: definición

Una fuerza se dice que es conservativa cuando el trabajo realizado por la misma no depende de la trayectoria seguida por los elementos del sistema sobre el que actúa, sino sólo de las configuraciones inicial y final

Ejemplos:

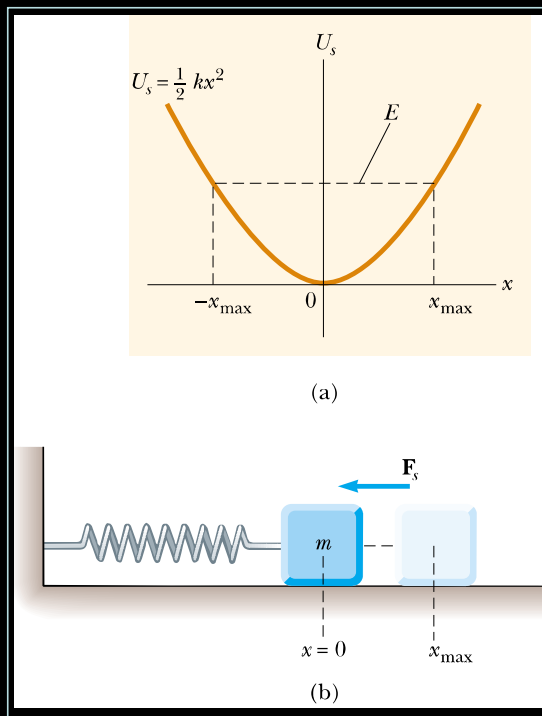
- fuerza gravitatoria: el trabajo realizado se expresa únicamente en función de las alturas inicial y final.
- fuerza de recuperación que un muelle ejerce sobre un objeto unido al muelle.

El trabajo realizado por una fuerza conservativa cuando un elemento del sistema se mueve a lo largo de una trayectoria cerrada es igual a cero.

Diagramas de energía: puntos de equilibrio estable

Muy frecuentemente podemos entender cualitativamente el movimiento de un sistema a través de un gráfico de la energía potencial como función de la posición de una de las partes del sistema

Consideremos la función energía potencial de un sistema bloque-muelle $U_s = \frac{1}{2}kx^2$



Si colocamos el bloque en reposo en la posición de equilibrio del muelle ($x=0$), punto en el que la fuerza se anula, permanecerá allí a no ser que una fuerza externa actúe sobre él.

Si la fuerza externa estira el muelle desde su posición de equilibrio:

- la elongación x es positiva
- la pendiente dU/dx es positiva
- la fuerza ejercida por el muelle sobre el bloque es negativa
- el bloque se acelera hacia la posición de equilibrio

Si la fuerza externa comprime el muelle desde su posición de equilibrio

- la elongación x es negativa
- la pendiente dU/dx es negativa
- la fuerza ejercida por el muelle sobre el bloque es positiva
- el bloque se acelera hacia la posición de equilibrio

Conservación de energía mecánica en sistemas aislados

$$\Delta K = -\Delta U_g \Rightarrow \Delta K + \Delta U_g = 0$$

Definimos la suma de la energía cinética y potencial como energía mecánica

$$E_{\text{mec}} \equiv K + U$$

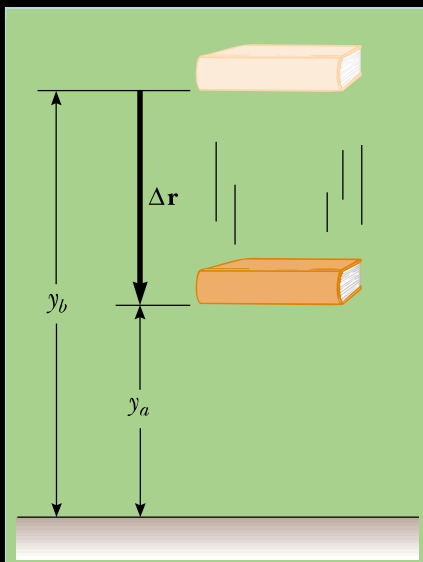
(Se ha eliminado el subíndice g porque puede haber otros tipos de energía potencial).
En la ecuación anterior U representa todos los tipos posibles de energía potencial

Por la primera ecuación de esta transparencia

$$(K_f - K_i) + (U_f - U_i) = 0$$

$$K_f + U_f = K_i + U_i$$

Conservación de la energía mecánica de un sistema aislado



Energía potencial elástica

Consideremos ahora que nuestro sistema está compuesto por un bloque unido a un muelle

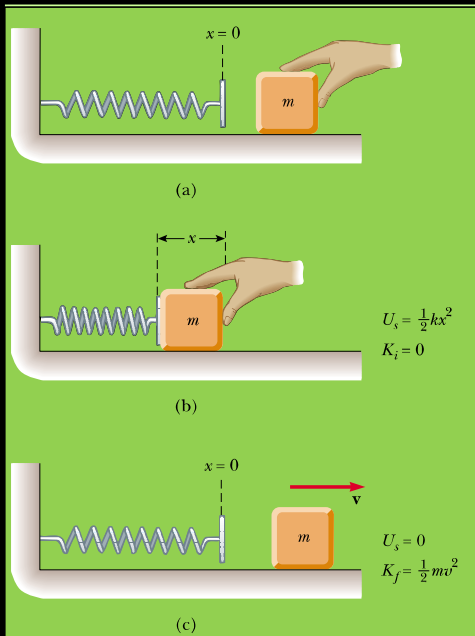
La fuerza que el muelle ejerce sobre el bloque es

$$F_s = -kx$$

El trabajo realizado por la fuerza aplicada sobre el sistema bloque-muelle entre posiciones arbitrarias es

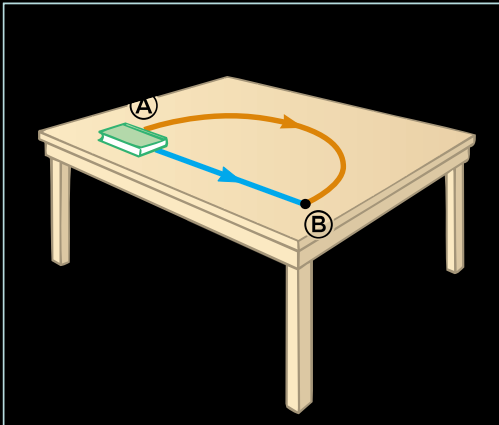
$$W_{F_{ap}} = \int_{x_i}^{x_f} F_{ap} dx = \int_{x_i}^{x_f} kx dx = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

Las posiciones están medidas con respecto a la posición de equilibrio del muelle (que se toma como origen de la energía potencial)



Fuerza no conservativa: dependencia del trabajo con la trayectoria

Supongamos que desplazamos un libro entre dos puntos de una mesa



Si el libro se desplaza a lo largo de una línea recta entre los puntos A y B, siguiendo la trayectoria azul, y si queremos que el libro se mueva con celeridad constante, habrá que realizar un trabajo contra la fuerza cinética de fricción

Ahora empujamos el libro siguiendo la trayectoria semicircular marrón.

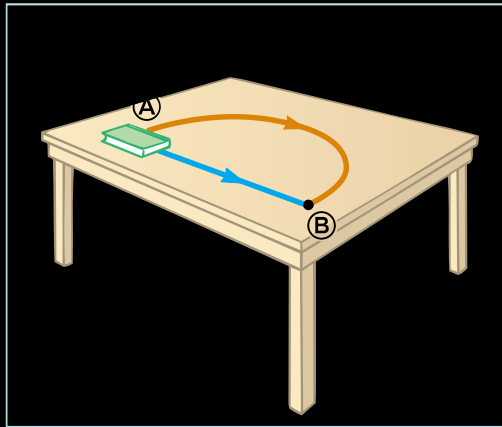
El trabajo realizado contra la fuerza de fricción es mayor que en el caso anterior porque el camino recorrido es mayor

El trabajo realizado depende del camino recorrido y, por lo tanto, la fuerza de fricción no puede ser conservativa.

Cambios en la energía mecánica si actúan fuerzas no conservativas

Si las fuerzas actuando sobre los objetos dentro de un sistema son conservativas: se conserva la energía mecánica

Si alguna de las fuerzas que actúan sobre los objetos dentro de un sistema es no conservativa, la energía mecánica cambia



Supongamos el caso del libro que se desliza sobre la superficie de una mesa. Mientras el libro se mueve una distancia d , la única fuerza que realiza un trabajo sobre el libro es la fuerza cinética de fricción.

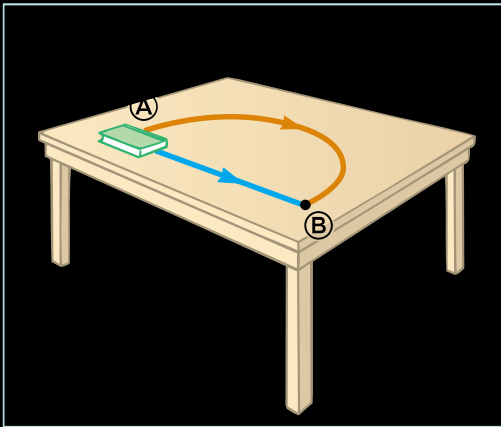
Esta fuerza produce una disminución de la energía cinética del libro

$$\Delta K = -f_k d$$

Cambios en la energía mecánica si actúan fuerzas no conservativas

Si las fuerzas actuando sobre los objetos dentro de un sistema son conservativas: se conserva la energía mecánica

Si alguna de las fuerzas que actúan sobre los objetos dentro de un sistema es no conservativa, la energía mecánica cambia



Supongamos ahora que el libro forma parte de un sistema que también muestra un cambio en su energía.

En este caso, la energía mecánica del sistema cambia debido a la fuerza de fricción

$$\Delta E_{\text{mec}} = \Delta K + \Delta U = -f_k d$$

Principio de conservación de la energía cuando actúan fuerzas conservativas

Consideremos un sistema en el cuál el trabajo se realiza sobre una de las partículas.

Si una fuerza conservativa es la única que realiza trabajo sobre la partícula, este trabajo es igual a:

- la disminución de la energía potencial del sistema
- al incremento de la energía cinética de la partícula

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\Delta U = \Delta K$$

$$\Delta U + \Delta K = \Delta(K + U) = 0$$

La suma de las energía cinética y potencial del sistema recibe el nombre de energía mecánica total

$$E = K + U = \text{constante}$$

$$E_f = E_i + W_{nocon}$$

Principio de conservación de la energía cuando actúan fuerzas conservativas y fuerzas no conservativas

El trabajo total será la suma de los trabajos asociados a las fuerzas conservativas y a las fuerzas no conservativas

$$W_T = W_{con} + W_{nocon}$$

Como sabemos que:

$$W_T = \Delta K \quad \Delta K = -\Delta U + W_{nocon}$$
$$W_{con} = -\Delta U$$

$$K_f - K_i = -(U_f - U_i) + W_{nocon} \rightarrow K_f + U_f = K_i + U_i + W_{nocon}$$

$$E_f = E_i + W_{nocon}$$

El trabajo realizado por todas las fuerzas no conservativas es igual al cambio en la energía mecánica total del sistema