6.1 TRABAJO REALIZADO POR UNA FUERZA CONSTANTE

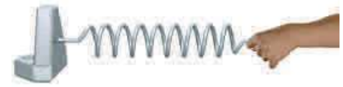

FIGURA 6.1 La energía se transfiere de la persona al muelle cuando el muelle se estira. La energía transferida es igual al trabajo realizado por la persona sobre el muelle.

Normalmente, se piensa que el trabajo es algo que requiere un esfuerzo físico o mental, como estudiar para un examen, llevar una mochila o ir en bicicleta. Pero en física, el trabajo es la transferencia de energía mediante una fuerza. Así, si usted estira un muelle tirando de él con la mano (figura 6.1), la energía transferida por usted al muelle es igual al trabajo realizado por la fuerza de su mano sobre el muelle. La energía transferida al muelle se pone de manifiesto cuando usted deja ir el muelle y éste se contrae rápidamente y oscila.

El trabajo es una magnitud física escalar, que puede ser positiva, negativa o con valor cero. El trabajo realizado por el cuerpo A sobre el B es positivo si la energía se transfiere de A a B y negativo cuando la energía se transfiere de B a A. Si no se transfiere energía, el trabajo realizado es cero. En el caso del muelle, el trabajo realizado por usted sobre el muelle es positivo porque la energía se transfiere de usted al muelle. Sin embargo, suponga que usted mueve la mano de forma que el muelle se contrae lentamente hasta su posición de equilibrio. Durante la contracción, el muelle pierde energía —la energía se transfiere del muelle a usted— y el trabajo que usted realiza sobre el muelle es negativo.

COMPROBACIÓN CONCEPTUAL 6.1

Para la contracción del muelle, ¿cómo es el trabajo realizado por la persona, positivo o negativo?

Normalmente, se dice que trabajo es fuerza por desplazamiento. Desafortunadamente, la afirmación "trabajo es fuerza por distancia" es demasiado simple y engañosa. Se realiza trabajo sobre un cuerpo cuando el punto de aplicación de la fuerza se mueve a lo largo de un desplazamiento. Por ejemplo, imagine que usted empuja una caja sobre el suelo con una fuerza constante horizontal $\vec{F}$ en la dirección del desplazamiento $\Delta x\,\hat{i}$ (figura 6.2*a*). Puesto que la fuerza actúa sobre la caja en la misma dirección que se produce el desplazamiento, el trabajo W realizado por la fuerza sobre la caja es

$$W = F|\Delta x|$$

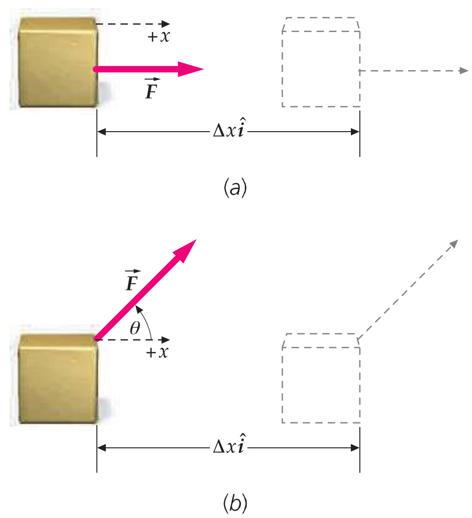

FIGURA 6.2

Ahora imagínese que usted tira de un muelle que está sujeto a la caja, de forma que la fuerza actúa sobre la caja formando un ángulo con la dirección del desplazamiento como se ilustra en la figura 6.2*b*. En este caso, el trabajo realizado sobre la caja por la fuerza viene dado por la componente de la fuerza en la dirección del desplazamiento tantas veces como indica el módulo del desplazamiento:

$$W = F_x\Delta x = F\cos\theta\,|\Delta x| \qquad 6.1$$

TRABAJO REALIZADO POR UNA FUERZA CONSTANTE

donde F es el módulo de la fuerza constante, $|\Delta x|$ es el módulo del desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza y θ es el ángulo que forman las direcciones de la fuerza y la dirección del desplazamiento. El desplazamiento del punto de aplicación de la fuerza es idéntico al desplazamiento de cualquier otro punto de la caja pues la caja es rígida y se mueve sin rotar. Si usted levanta o baja una caja ejerciendo una fuerza $\vec{F}$ sobre ella, estará haciendo trabajo sobre la caja. Consideremos la dirección positiva del eje y, y sea $\Delta y\,\hat{j}$ el desplazamiento de la caja. El trabajo realizado por usted sobre la caja es positivo si Δy y F_y tienen el mismo signo y será negativo si tienen signos contrarios. Pero si usted está simplemente sosteniendo la caja en una posición fija, entonces, de acuerdo con la definición de trabajo, usted no está haciendo trabajo sobre la caja porque Δy es cero (figura 6.3). En este caso, aunque usted esté aplicando una fuerza sobre la caja, el trabajo que realiza sobre la caja es cero.

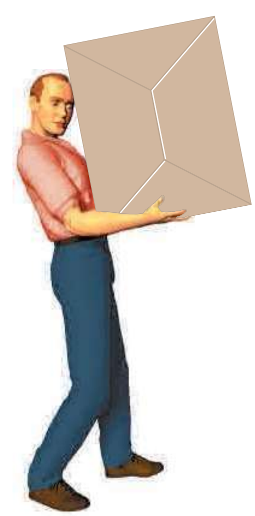

FIGURA 6.3

La unidad de trabajo y energía del SI es el **joule** (J), igual al producto de un newton por un metro:

$$1\ \text{J} = 1\ \text{N}\cdot\text{m} \qquad 6.2$$

(En el sistema habitual utilizado en los Estados Unidos la unidad de trabajo es el pie-libra: 1ft · lb = 1,356 J.) Otra unidad útil de trabajo y energía en física atómica y nuclear es el **electronvolt** (eV):

$$1\ \text{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}\ \text{J} \qquad 6.3$$

Los múltiplos comúnmente utilizados son el keV (10^3 eV) y el MeV (10^6 eV). El trabajo necesario para extraer un electrón de un átomo es del orden de varios eV, mientras que el trabajo necesario para extraer un protón o un neutrón de un núcleo atómico es del orden de varios MeV.

> **PROBLEMA PRÁCTICO 6.1**
> Se ejerce una fuerza de 12 N sobre un bloque bajo un ángulo $\theta = 20°$, como indica la figura 6.2*b*. ¿Qué trabajo realiza la fuerza sobre el bloque, si éste se desplaza 3 m a lo largo de la mesa?

Cuando hay varias fuerzas que realizan trabajo sobre un sistema, el trabajo total se calcula sumando el trabajo realizado por cada una de las fuerzas:

$$W_{\text{total}} = F_{1x}\,\Delta x_1 + F_{2x}\,\Delta x_2 + F_{3x}\,\Delta x_3 + \cdots \qquad 6.4$$

Podemos describir el sistema como una sola partícula si el sistema se mueve de tal manera que todas las partes del sistema realizan desplazamientos idénticos. Cuando varias fuerzas hacen trabajo sobre esa partícula, los desplazamientos de los puntos de aplicación son idénticos. Sea Δx el desplazamiento de un punto de aplicación de una de las fuerzas. Entonces

$$W_{\text{total}} = F_{1x}\,\Delta x + F_{2x}\,\Delta x + \cdots = (F_{1x} + F_{2x} + \cdots)\Delta x = F_{\text{neta}\,x}\,\Delta x \qquad 6.5$$

Si una partícula está obligada a moverse en el eje x, la fuerza neta que experimenta únicamente tiene una componente x. Es decir, $\vec{F}_{\text{neta}} = F_{\text{neta}\,x}\hat{i}$. Por consiguiente, la componente x de la fuerza neta multiplicada por el desplazamiento de cualquier parte del objeto es igual al trabajo total realizado sobre el objeto.

Ejemplo 6.1 La grúa que carga

Un camión de masa 3000 kg se carga en un buque mediante una grúa que ejerce una fuerza ascendente de 31 kN sobre el camión. Esta fuerza, que es suficientemente grande para vencer la fuerza de la gravedad y empezar a levantar el camión, se aplica a lo largo de una distancia de 2 m. Determinar (*a*) el trabajo realizado por la grúa, (*b*) el trabajo realizado por la gravedad, y (*c*) el trabajo neto realizado sobre el camión.

PLANTEAMIENTO En los apartados (*a*) y (*b*), la fuerza que actúa sobre el camión es constante y el desplazamiento es rectilíneo, de forma que podemos utilizar la ecuación 6.1, eligiendo $+y$ como la dirección del desplazamiento.

SOLUCIÓN

(*a*) 1. Dibujar el camión es su posición inicial y final. Elegir la dirección $+y$ en la dirección del desplazamiento (figura 6.4)

2. Calcular el trabajo realizado por la fuerza aplicada:

$$W_{\text{ap}} = F_{\text{ap}y}\,\Delta y$$
$$= (31\text{ kN})(2{,}0\text{ m}) = \boxed{62\text{ kJ}}$$

(*b*) Calcular el trabajo realizado por la gravedad:
(*Nota*: el vector $\vec{g}$ se dirige hacia abajo y la dirección de $+y$ es hacia arriba. En consecuencia $g_y = g\cos 180° = -g$.)

$$W_{\text{g}} = mg_y\,\Delta y$$
$$= (3000\text{ kg})(-9{,}81\text{ N/kg})(2{,}0\text{ m})$$
$$= \boxed{-59\text{ kJ}}$$

(*c*) El trabajo total realizado sobre el camión es la suma del trabajo realizado por cada fuerza:

$$W_{\text{total}} = W_{\text{ap}y} + W_{\text{g}} = 62\text{ kJ} + (-59\text{ kJ})$$
$$= \boxed{3\text{ kJ}}$$

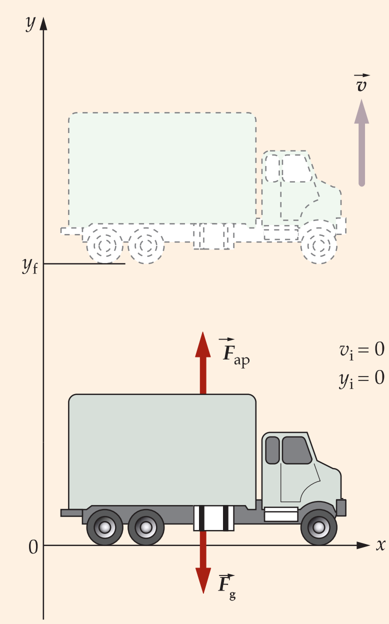

FIGURA 6.4

COMPROBACIÓN En el apartado (*a*), la fuerza se aplica en la misma dirección que el desplazamiento. En el apartado (*b*), la fuerza se aplica en la dirección opuesta al desplazamiento, por lo que se espera que el trabajo sea negativo. Los resultados confirman estas observaciones.

OBSERVACIÓN En el apartado (*c*), podríamos haber calculado el trabajo total calculando primero la fuerza resultante sobre el camión y luego utilizar la ecuación 6.5.

TEOREMA DEL TRABAJO-ENERGÍA CINÉTICA

El concepto de energía es uno de los más unificadores de la ciencia. En todos los procesos físicos está presente la energía. La **energía** de un sistema mide su capacidad de hacer trabajo.

Se utilizan diferentes términos para hacer referencia a la energía asociada a diferentes condiciones o estados. Así, la **energía cinética** está asociada al movimiento. La *energía potencial* es energía asociada a la configuración del sistema, como la distancia de separación entre dos sistemas que se atraen. La *energía térmica* está asociada con el movimiento aleatorio de átomos, moléculas o iones dentro de un sistema y está estrechamente relacionada con la temperatura del sistema. En este capítulo, nos centraremos en la energía cinética. La energía potencial y la térmica se estudiarán en el capítulo 7.

Cuando las fuerzas que actúan sobre una partícula realizan trabajo, el resultado es el cambio asociado al movimiento de la partícula —la energía cinética. Para obtener la relación entre energía cinética y trabajo, veamos qué sucede si una fuerza constante neta $\vec{F}_{\text{neta}}$ actúa sobre una partícula de masa m que se mueve a lo largo del eje x. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$F_{\text{neta}\,x} = ma_x$$

Si la fuerza es constante, la aceleración es constante y el desplazamiento está relacionado con la velocidad inicial v_i y con la velocidad final v_f mediante la fórmula válida cuando la aceleración es constante (ecuación 2.16).

$$v_\text{f}^2 = v_\text{i}^2 + 2a_x\,\Delta x$$

A partir de la expresión anterior, se obtiene para a_x

$$a_x = \frac{1}{2\Delta x}(v_\text{f}^2 - v_\text{i}^2)$$

Sustituyendo a_x en $F_{\text{neta}\,x} = ma_x$ y multiplicando ambos miembros por Δx, se tiene

$$F_{\text{neta}\,x}\,\Delta x = \tfrac{1}{2}mv_\text{f}^2 - \tfrac{1}{2}mv_\text{i}^2$$

Como el primer miembro es el trabajo total realizado sobre la partícula, entonces

$$W_{\text{total}} = \tfrac{1}{2}mv_\text{f}^2 - \tfrac{1}{2}mv_\text{i}^2 \qquad 6.6$$

La magnitud $\frac{1}{2}mv^2$ recibe el nombre de **energía cinética** K de la partícula:

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad 6.7$$

DEFINICIÓN: ENERGÍA CINÉTICA

Obsérvese que la energía cinética depende sólo del módulo de la velocidad de la partícula y de su masa, pero no de la dirección de movimiento. Además, la energía cinética no puede ser nunca negativa y sólo es cero cuando la partícula está en reposo.

El segundo miembro de la ecuación 6.6 representa el cambio de energía cinética experimentado por la partícula. Así, la ecuación 6.6 nos da la relación entre el trabajo total realizado sobre una partícula y el cambio de energía cinética de dicha partícula.

$$W_{\text{total}} = \Delta K \qquad 6.8$$

TEOREMA TRABAJO-ENERGÍA CINÉTICA

COMPROBACIÓN En el apartado (*b*) se ha utilizado que 1 J/kg = 1 m²/s². Esto es correcto porque

$$1\ \mathrm{J/kg} = 1\ \mathrm{N \cdot m/kg} = (1\ \mathrm{kg \cdot m/s^2}) \cdot \mathrm{m/kg} = 1\ \mathrm{m^2/s^2}$$

OBSERVACIÓN La raíz cuadrada de 17,2 es 4,147 que se redondea a 4,1. Sin embargo, la respuesta correcta del apartado (*b*) es 4,2 m/s. Esto es correcto porque este valor se calculó tomando la raíz cuadrada de 17,235999970178 que era el resultado que aparecía en la pantalla de la calculadora como valor de v_f.

PROBLEMA PRÁCTICO 6.2 ¿Cuál será el módulo de la fuerza que deberá ejercer el profesor si el trineo parte con una velocidad de 2 m/s y su velocidad final es de 4,5 m/s después de recorrer una distancia de 5 m formando un ángulo de 40º?

Véase el **Apéndice de matemáticas** *para más información sobre* **Integrales**

6.2 TRABAJO REALIZADO POR UNA FUERZA VARIABLE. MOVIMIENTO RECTILÍNEO

Muchas fuerzas varían con la distancia. Por ejemplo, un muelle estirado o comprimido ejerce una fuerza proporcional a la distancia estirada o comprimida. La fuerza gravitatoria que la Tierra ejerce sobre un vehículo espacial varía en razón inversa con el cuadrado de la distancia que separa los dos cuerpos. ¿Cómo podemos calcular el trabajo realizado por fuerzas de este tipo?

En la figura 6.8, se representa una fuerza constante F_x en función de la posición x. El trabajo realizado sobre una partícula cuyo desplazamiento es Δx viene representado por el área comprendida bajo la curva fuerza en función de la posición, indicada por el sombreado de la figura 6.8. Se puede aproximar una fuerza variable por una serie de fuerzas esencialmente constantes (figura 6.9). Para cada pequeño intervalo Δx_i, la fuerza es aproximadamente constante. Por tanto, el trabajo realizado es, aproximadamente, igual al área del rectángulo de altura F_{xi} y anchura Δx_i. El trabajo realizado por una fuerza variable será entonces la suma de las áreas de los rectángulos en el límite en que la anchura de los rectángulos tiende a cero:

$$W = \lim_{\Delta x_i \to 0} \sum_i F_{xi}\, \Delta x_i = \text{área bajo la curva de } F_x \text{ en función de } x \qquad 6.9$$

Este límite es la integral de $F_x\, dx$. Así, el trabajo realizado por una fuerza variable F_x que actúa sobre una partícula cuando ésta se desplaza de x_1 a x_2 es

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = \text{área bajo la curva de } F_x \text{ en función de } x \qquad 6.10$$

TRABAJO DE UNA FUERZA VARIABLE—MOVIMIENTO RECTILÍNEO

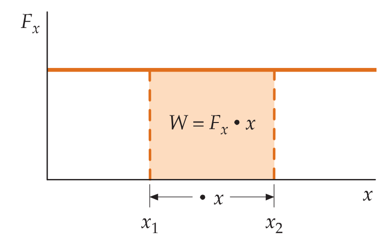

FIGURA 6.8 El trabajo realizado por una fuerza constante viene representado gráficamente por el área comprendida bajo la curva correspondiente, F_x en función de x.

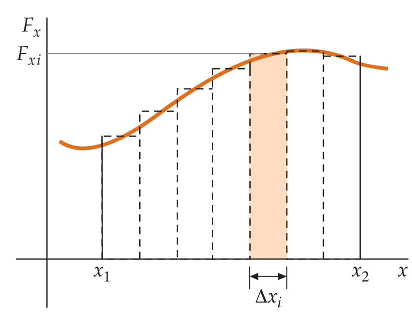

FIGURA 6.9 Una fuerza variable puede aproximarse mediante una serie de fuerzas constantes en intervalos pequeños. El trabajo realizado por una fuerza constante en cada intervalo es el área del rectángulo bajo la curva de esta fuerza. La suma de estas áreas rectangulares es la suma del trabajo realizado por la serie de fuerzas constantes, que se aproxima a la fuerza variable. En el límite de Δx_i infinitesimalmente pequeño, la suma de las áreas de los rectángulos es igual al área comprendida bajo la curva completa.

Si la fuerza dibujada en la figura 6.9 es la fuerza neta sobre una partícula, entonces cada término $F_{xi}\, \Delta x_i$, en la suma de la ecuación 6.9, representa el trabajo total realizado sobre la partícula por una fuerza constante cuando la partícula se desplaza una distancia Δx_i. Entonces, $F_{xi}\, \Delta x_i$ es igual al cambio de la energía cinética ΔK_i de la partícula durante el desplazamiento Δx_i (ver ecuación 6.8). Además, el cambio de la energía cinética total de la partícula durante el desplazamiento total es igual a la suma de los cambios de la energía cinética en cada desplazamiento. De aquí se deduce que el trabajo total es igual al cambio de energía cinética del desplazamiento completo. Así, $W_{total} = \Delta K$ es válido tanto para fuerzas variables como para fuerzas constantes.