Introducción

La física, al igual que todas las ciencias, es un conocimiento lógicamente estructurado sobre un conjunto amplio de fenómenos íntimamente relacionados. Como tal requiere de definiciones, postulados y leyes, los cuales enmarcados en una teoría procuran describir la estructura de una parte de la naturaleza. Por tanto su objetividad debe estar regulada por la verificación experimental y la predicción de nuevos fenómenos.

El propósito de este curso es introducir al estudiante en el método experimental llevando a cabo un conjunto de prácticas o experimentos que desarrollen habilidades e ilustren los conceptos que se estudian en el curso teórico y corroboren algunas de las leyes físicas establecidas.

Magnitudes, Unidades y Medidas

La descripción ingenua del mundo observado a nuestro alrededor hace uso de calificativos opuestos: grande-pequeño, muchos-pocos, ancho-estrecho, duro-suave, grave-agudo, liviano-pesado, claro-oscuro, rápido-lento, efímero-durable, etc., para denotar diferentes propiedades y comportamientos de los objetos. Sin embargo, estas descripciones cualitativas son relativas e imprecisas pues un objeto puede ser grande comparado con uno mas pequeño y al mismo tiempo será pequeño comparado con uno de mayor tamaño. Por tanto, es conveniente tomar un objeto o sistema que, con respecto a esa propiedad, nos sirva de referencia. La propiedad comparable de este objeto constituye un patrón. La elaboración de una escala comparativa basada en un patrón determinado nos permite establecer cuantitativamente la propiedad correspondiente en otros objetos.

El proceso de comparación con algún patrón es la esencia de la medida. El uso de escalas basadas en los patrones facilita el proceso de medida. Los objetos que portan escalas comparativas son denominados instrumentos de medida. Cualquier propiedad susceptible de ser medida es llamada magnitud física.

> *Ejemplos de patrones de tiempo pueden ser el intervalo que existe entre dos amaneceres (día), o entre dos lunas llenas (mes), entre dos primaveras (año), etc; patrones de longitud pueden ser el tamaño de la última falange del pulgar (pulgada), la máxima extensión entre los dedos de una mano (cuarta), la máxima extensión entre las manos (brazada), etc.*

Los patrones en sí mismos y sus múltiplos y submúltiplos constituyen unidades de medida.

Por ejemplo: la semana que son siete días, el siglo que corresponde a cien años y la hora que es la veinticuatroava parte del día, son unidades de tiempo.

En el sistema métrico décimal los múltiplos y submúltiplos usuales corresponden a potencias enteras de 10. Los nombres correspondientes a estos múltiplos y submúltiplos están relacionados con prefijos que se le añaden a la unidad. Estos prefijos están dados a continuación:

$10^1 \rightarrow$	Deca	$10^{-1} \rightarrow$	deci
$10^2 \rightarrow$	Hecto	$10^{-2} \rightarrow$	centi
$10^3 \rightarrow$	Kilo	$10^{-3} \rightarrow$	mili
$10^6 \rightarrow$	Mega	$10^{-6} \rightarrow$	micro
$10^9 \rightarrow$	Giga	$10^{-9} \rightarrow$	nano
$10^{12} \rightarrow$	Tera	$10^{-12} \rightarrow$	pico

Es usual asociar a cada magnitud física una dimensión. Por ejemplo, la altura de una persona tiene dimensión de longitud y su peso dimensión de fuerza. El producto o división de dimensiones constituyen nuevas dimensiones, sin embargo, de ninguna manera está definida la suma de cantidades con dimensiones diferentes. Es un buen hábito, por tanto, probar la consistencia dimensional de los expresiones matemáticas, esto es, que todos los sumandos de una expresión tengan la misma dimensión.

En dinámica existen básicamente tres dimensiones fundamentales: longitud (L), tiempo (T) y masa (M), todas las otras dimensiones se pueden reducir a productos de las potencias de estas. En el sistema internacional de medidas (SI) las unidades asociadas a esas magnitudes fundamentales son respectivamente el metro, el segundo y el kilogramo.

Errores en la Medida

Para el examen de un fenómeno o proceso es conveniente provocarlo de manera controlada, esto es realizar un experimento, y observarlo utilizando instrumentos de medición, quienes nos permiten traducir a números reales las distintas magnitudes físicas involucradas en la experiencia. Estos números satisfarán ciertas relaciones matemáticas que pueden estar contenidas en las leyes físicas. Sinembargo, como en todo procedimiento humano el montaje experimental y el proceso de medición no son perfectos lo que conduce a errores e incertidumbres en los valores de las magnitudes medidas, por tanto las leyes podrán parecer satisfechas solo de forma aproximada. La estimación de estas deficiencias puede llevarnos a valorar adecuadamente nuestras experiencias y a determinar la validez de las leyes físicas subyacentes en lo observado. El error en la medida está determinado por la discrepancia que existe entre los valores real y observado de la magnitud considerada. Basicamente los errores son de tres tipos: de escala, aleatorios y sistematicos.

Errores de Escala

Este tipo de error está determinado por la precisión del aparato de medida. Es entendible que con una simple regla cuya división mínima es un milímetro no es posible medir fracciones de esta cantidad con total certeza, sinembargo, casi siempre podemos asegurar con toda confianza que el valor de la longitud de un objeto medido con este instrumento estará entre dos multiplos consecutivos de esta unidad. En ese caso el error en la medida no excederá la mínima división de la escala utilizada.

Errores Aleatorios

En muchos experimentos cuando se tienen instrumentos de alta precisión, al realizar medidas consecutivas de una cierta magnitud se pueden obtener valores diferentes de la medida debido a ciertos factores que, de manera sutil pero perceptible por nuestro instrumento, pueden afectar la medida en forma aleatoria. Por eso estos errores se denominan aleatorios. Un ejemplo de ello es cuando manualmente debemos accionar un cronómetro para determinar un intervalo de tiempo, siendo nuestro tiempo de reacción mayor que la incertidumbre de este instrumento. Para obtener una buena estimación de la medida, debemos realizar la medición varias veces con lo que obtenemos una región donde, con cierta confianza, podemos afirmar que allí se halla el valor real.

Errores Sistemáticos

Contrariamente a los aleatorios existen otros factores que sistemáticamente producen error en la medida, puesto que dependen del sistema o montaje experimental, por esto ellos son llamados sistemáticos. Este es el caso de cuando se tienen instrumentos de medida descalibrados. También dentro de ese tipo de errores están incluidos los inducidos por los modelos teóricos cuando son usados para medidas indirectas. Por ejemplo, cuando queremos hallar la profundidad de un pozo midiendo el intervalo de tiempo que existe entre el momento en que se deja caer una piedra en su interior y, el instante en que se escucha el chasquido de la piedra al golpear el fondo, utilizando las ecuaciones de caida libre para el descenso de la piedra; en este caso no considerar la fricción del aire ni el retardo del sonido produce errores sistemáticos, que pueden despreciarse en caso de no requerirse mucha exactitud.

Incertidumbre

Debido a los errores los valores obtenidos, como resultado de los procesos de medida, poseen incertidumbre. La utilización de instrumentos en buen estado, el manejo adecuado de los aparatos y la consideración de correcciones a los modelos ideales nos permite reducir los errores sistemáticos; sinembargo, no es posible deshacernos totalmente de los errores aleatorios y de escala. Mientras más preciso es nuestro instrumento de medida mas significativos se vuelven los errores aleatorios. Debido a esta incertidumbre el resultado de una medida, en ciertas unidades, no puede ser un número exacto, sino que debe ser un intervalo numérico; esto es, un rango de valores donde podemos afirmar con mucha confianza que allí se halla el valor de la medida. La incertidumbre puede ser definida como el semiancho del mínimo intervalo donde podemos afirmar con relativa seguridad (mas o menos con un 70 % de confianza) que allí se alla el valor real de la medida real.

Al hacer varias medidas de una misma magnitud, bajo las mismas condiciones en general, distinguimos dos casos: ó las medidas repetidas dan valores iguales ó valores diferentes. En el primer caso dominan los errores de escala, entonces la incertidumbre corresponderá a una fracción (1, 2/3 ó 1/2) de la división mínima del instrumento de medida. En el segundo caso dominan los errores aleatorios y la incertidumbre corresponderá a la desviación cuadrática media (desviación estándar) de las medidas.

Para un conjunto de valores $x_1, x_2, ...x_n$ arrojados por medidas repetidas de una misma magnitud la desviación estándar está definida como

$$\Delta x = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2},$$

donde $\bar{x}$ es el promedio de las medidas,

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$$

Reporte de Medidas

Las incertidumbres deben ser expresadas en forma explícita en nuestro reporte de la medición. Expresaremos el resultado de una medida (m) por el valor medio ($\bar{m}$) mas ó menos la incertidumbre (Δm): $m = \bar{m} \pm \Delta m$. Esto quiere decir que la medida real se halla con alta probabilidad en el intervalo ($\bar{m} - \Delta m, \bar{m} + \Delta m$). A la razón $\Delta m/\bar{m}$ la llamaremos incertidumbre relativa, esta se puede escribir en forma porcentual como $\Delta m/\bar{m} \times 100\,\%$

Ejemplo: queremos estimar la velocidad de caida de una esfera en un medio viscoso, midiendo el tiempo que tarda en caer una distancia determinada. El experimento se repite varias veces bajo las misma condiciones y los tiempos medidos en cinco lanzamientos son: 10.01s, 10.03s, 10.07s, 10.04s y 10.05s; vemos que la imprecisión del cronómetro, 0.01s, es inferior a los errores aleatorios, por tanto la incertidumbre viene dada por estos errores y nuestro reporte del tiempo debe ser (10.04±0.21)s, donde 10.04s es el valor medio y 0.21s la desviación estándar de las medidas. Ahora supongamos que contamos con una fotopuerta que nos permite accionar el cronómetro sin errores perceptibles, en este caso las cinco medidas del tiempo podrían ser 10.06s en todos los casos, por tanto ahora la incertidumbre de la medida está dada por la resolución del aparato: 0.01s y nuestro reporte del tiempo debe ser (10.06±0.01)s

Valor aceptado

Es imposible conocer el valor exacto de una medida con total presición debido tanto a los errores sistematicos como a los aleatorios y de escala. Sin embargo podemos suponer que el valor de una cierta magnitud tiene un valor real muy aproximado a lo que llamaremos valor aceptado, que puede ser el resultado de consideraciones teóricas (por ejemplo el valor del número π) o de multiples mediciones (como por ejemplo, el valor de la gravedad, la masa del electrón, etc).

Los valores aceptados de constantes físicas se obtienen realizando muchos experimentos con montajes diferentes, con el fin de eliminar los errores sistematicos, porque, aunque los errores sistematicos en un mismo montaje afectan el valor de la medida de forma invariable, para diferentes montajes actuan de manera aleatoria. En ese caso el valor aceptado se obtiene a través de lo que se conoce como promedio ponderado. Si $\{\bar{m}_1 \pm \Delta m_1, .., \bar{m}_i \pm \Delta m_i, ..\}$ son los valores, digamos de la gravedad, obtenidos en n diferentes experimentos entonces el valor aceptado se obtiene como

$$\bar{M} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \bar{m}_i/(\Delta m_i)^2}{\sum_{i=1}^{n} 1/(\Delta m_i)^2}$$

y la incertidumbre correspondiente es

$$\Delta M = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^{n} 1/(\Delta m_i)^2}}$$

Con estas definiciones se consigue darle mayor peso a las medidas más precisas y menor peso a las más imprecisas por eso $\bar{x}$ es llamado el promedio ponderado.

Error relativo

Si conocemos el valor aceptado de una medida, o el valor teórico predicho por un modelo, podemos evaluar la exactitud de nuestra medida, la medida será exacta si el valor aceptado ó teórico está dentro del intervalo de la medida. En otras palabras diremos que nuestra medida es exacta si el error relativo con respecto al valor aceptado es menor que la incertidumbre relativa de la medida, donde el error relativo esta definido a traves de

$$E = \frac{|M - \bar{m}|}{M},$$

Siendo M es el valor aceptado. Tambien hablaremos de diferencia porcentual que simplemente corresponde al error relativo expresado de forma porcentual.

Exactitud y Precisión

La exactitud de una medición está determinada por el hecho que el valor real aceptado esté contenido en el intervalo arrojado por la medida. La medida se considerará inexacta si el valor real aceptado está por fuera de este intervalo. La precisión de la medida está relacionada con la incertidumbre relativa, y será tanto más precisa cuanto más pequeña sea esta. Por ejemplo, siendo mi altura 1.75m, yo puedo afirmar que mi estatura esta entre uno y dos metros (si me comparo con un bastón que tiene un metro de longitud) con lo cual estoy haciendo una descripción exacta pero imprecisa (en este caso mi altura puede ser escrita como (1.5±0.5)m, donde la incertidumbre relativa es 0.5/1.5=0.33); pero si yo digo que mi estatura es (1.77±0.01)m (si al medirme no me quite los zapatos) estoy dando un valor más preciso pero inexacto (la incertidumbre relativa es $0.01/1.77=5.6\times10^{-3}$).

Los errores sistemáticos son los responsables de la inexactitud en la medida y los aleatorios y de escala de la imprecisión.

Propagación de Incertidumbres

Las leyes físicas, se expresan a través de ecuaciones que relacionan magnitudes, es por esto importante saber como se expresa la incertidumbre de una función de magnitudes físicas debido a las incertidumbres de estas. Si suponemos que las incertidumbres relativas son pequeñas podemos hacer uso de la siguiente aproximación:

$$f(\bar{x} \pm \Delta x) \simeq f(\bar{x}) \pm \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\bar{x}}\Delta x \equiv \bar{f} \pm \Delta f,$$

así el valor medio de f y su incertidumbre son

$$\bar{f} = f(\bar{x}) \text{ y } \Delta f = \left|\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\bar{x}}\right|\Delta x.$$

Por simple extrapolación cuando se tenga una función f de dos magnitudes observadas (x, y) con $x = \bar{x} \pm \Delta x$ y $y = \bar{y} \pm \Delta x$ tendremos que $f = \bar{f} \pm \Delta f$ con

$$\bar{f} = f(\bar{x}, \bar{y})$$

y

$$\Delta f = \left|\frac{\partial f}{\partial \bar{x}}\right| \Delta x + \left|\frac{\partial f}{\partial \bar{y}}\right| \Delta y,$$

donde $\partial f/\partial x$ es la derivada parcial de f con respecto a x evaluada en $x = \bar{x}$ que corresponde a una derivada manteniendo a y constante.

Con las propiedades arriba enunciadas no es dificil comprobar las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \Delta x^n &= |n|\, x^{n-1}\Delta x \\ \Delta(x \pm y) &= \Delta x + \Delta y \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
\Delta(xy) &= xy\left(\frac{\Delta x}{x}+\frac{\Delta y}{y}\right) \\
\Delta\left(\frac{x}{y}\right) &= \frac{x}{y}\left(\frac{\Delta x}{x}+\frac{\Delta y}{y}.\right) \\
\Delta\left(x^n y^m\right) &= x^n y^m\left(|n|\frac{\Delta x}{x}+|m|\frac{\Delta y}{y}\right).
\end{aligned}
$$

La propagacion de incertidumbres expresada en las formulas anteriores es la que usualmente se utiliza con las incertidumbres asociadas a los errores de escala. Las incertidumbres provenientes de los errores aleatorios (cuando se dan valores diferentes para medidas repetidas) se deben tratar de forma diferente. En este caso la incertidumbre, para una función de dos variables $f(x,y)$, viene dada por

$$
\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \bar{x}}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \bar{y}}\Delta y\right)^2},
$$

que en los casos particulares de sumas ó productos toma las siguientes formas

$$
\begin{aligned}
\Delta x^n &= |n|\, x^{n-1}\Delta x \\
\Delta(x \pm y) &= \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} \\
\Delta(xy) &= xy\sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2} \\
\Delta\left(\frac{x}{y}\right) &= \frac{x}{y}\sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}. \\
\Delta\left(x^n y^m\right) &= x^n y^m\sqrt{\left(n\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(m\frac{\Delta y}{y}\right)^2}.
\end{aligned}
$$

Cifras Significativas

Debido a la presencia de incertidumbre en las medidas, no es práctico expresarlas con muchas cifras numéricas ó digitos, pues no todas tendrán significado, esto es, si una medida tiene una incertidumbre del uno por ciento, la cuarta cifra numérica que está relacionado con precisiones mayores que el uno por mil, no tiene ningún significado.

Los ceros a la izquierda no corresponden a cifras significativas, en tanto que los que estan a la derecha pueden tenerlo.

> *Ejemplo: desde el punto de vista experimental las cantidades 5m, 5.0m y 5.00m son diferentes; mientras la primera tiene una cifra significativa, la segunda tiene dos y la tercera tres. Las mismas cantidades escritas en kilometros serían 0.005km, 0.0050km y 0.00500km. Supongamos que queremos expresar la última cantidad en milimetros, si decimos que es equivalente a 5000mm le estaríamos aumentando una cifra significativa, por tanto par evitar confusiones es conveniente la notación cientifica, así escribiremos 5.00$\times$ 10^3mm ó equivalentemente 5.00$\times$ 10^{-3}km.*

Las constantes teóricas que aparecen en las formulas fisicas o geometricas poseen un numero infinito de cifras significativas, p.ej. en la expresión de la energía cinética se tiene un factor de un medio que multiplica a la masa por la velocidad al cuadrado, este factor de un medio no es 0.5 sino 0.50000000000000000000000000000000... etc. (aunque no lo escribiremos así). Esto debe ser tenido en cuenta para el buen manejo de las cifras significativas.

Para simplificar el manejo de datos asumiremos que **las incertidumbres asociadas a todas las medidas realizadas en este laboratorio solo tendrán una cifra significativa**, de acuerdo a esto, solo la última cifra significativa de los resultados experimentales será incierta. Considerando que en las practicas que siguen tendremos exactitudes del 1-5 % la mayoría de los datos obtenidos tendrán solo tres cifras significativas.

Las dos principales reglas para el uso adecuado de cifras significativas son las siguientes:

- Cuando se **multiplican** ó dividen varias cantidades, el número de cifras significativas en el resultado es igual al numero de cifras significativas del número de menos cifras significativas que participa en la operación.

- Cuando se **suman** ó **restan** números, el número de decimales significativos del resultado debe ser igual al número de decimales significativos del sumando que tiene menos decimales.

Al hacer la reducción de cifras se ha de tener en cuenta las propiedades del redondeo.

> *Ejemplo: supongamos que se quiere estimar el área de una placa rectangular que mide (51.3$\pm$0.1)cm de ancho y (0.7$\pm$ 0.1)cm de largo, no es correcto entonces expresar el área como (35.91$\pm$5.13)cm^2 ni como (35.9$\pm$5.1)cm^2 sino que lo correcto es (36$\pm$5)cm^2.*

Fíjese que en este ejemplo se rompió la regla de las cifras significativas para el producto de los valores medios, sin embargo no se la violó para las incertidumbres. De ahora en adelante el criterio para el numero de cifras significativas de los valores medios es que estos tengan el mismo número de decimales significativos que las incertidumbres, donde estás solo tendrán una cifra significativa y satisfacen las reglas arriba enunciadas.