

Seminario: Gestión de Energía en Microrredes Eléctricas – Parte I

Adriana Carolina Luna Hernández

**En el marco del curso de Doctorado en Microrredes Eléctricas
Universidad Distrital Francisco José de Caldas**

Fecha: 8 y 15 de noviembre de 2023

Hora: 18-21 horas

Lugar: Remoto.



UPR
Recinto Universitario de Mayagüez

Adriana Luna

e-mail: adriana.luna4@upr.edu



Ingeniería Electrónica, Universidad Nacional de Colombia, 2006.

Maestría en Ingeniería – Automatización Industrial, Universidad Nacional de Colombia, 2011.

PhD en Energy Technology, Aalborg University, Denmark 2017.

Posdoctorado – Universidad de los Andes, Colombia 2018

Professor Asistente – University of Puerto Rico at Mayagüez, PR (2022 – Actual).

ORCID:

<https://orcid.org/0000-0003-2047-0301>



Agenda

- **Parte I. Introducción a la Gestión de Energía en Microrredes Eléctricas**
 - Generalidades de Sistemas de Gestión en Microrredes
 - Gestión del lado de la Generación
 - **Parte II. Gestion de Energía en MG – Con ESS, Gestion de Demanda**
 - Inclusión de Sistemas de Almacenamiento de Energía
 - Gestion del lado de la demanda
 - Ejemplo de gestión integrada
-

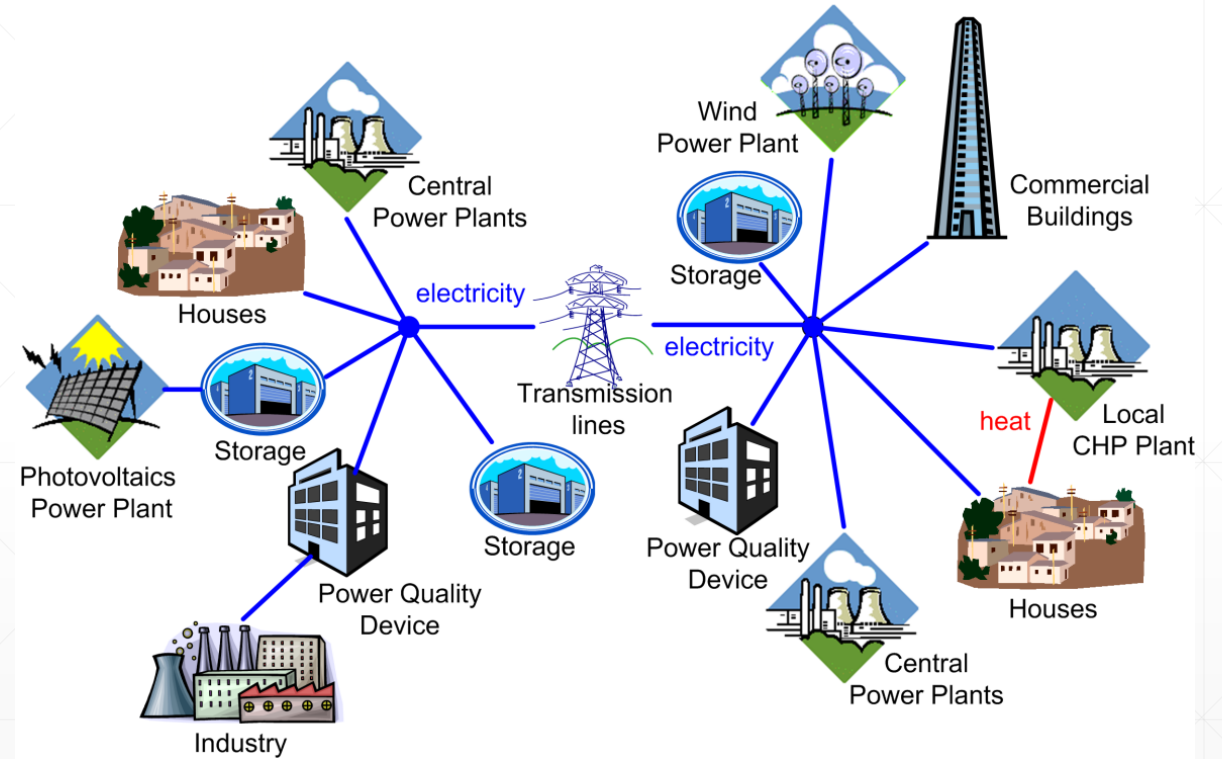
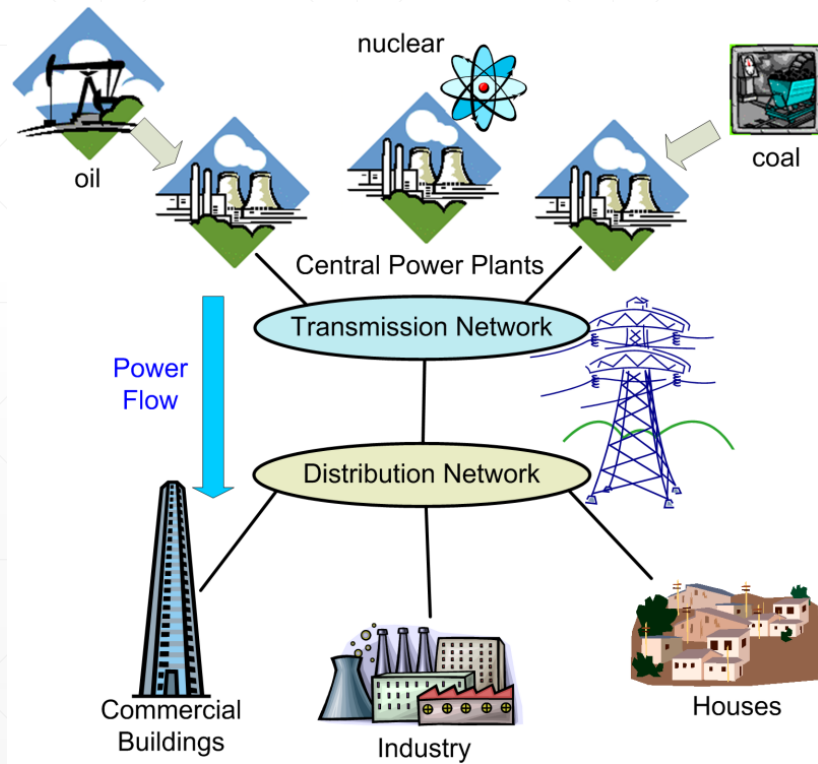
Parte I. Introducción a la Gestión de Energía en Microrredes Eléctricas



Contextualización – Sistemas de Gestión de Energía en Microrredes (EMS)

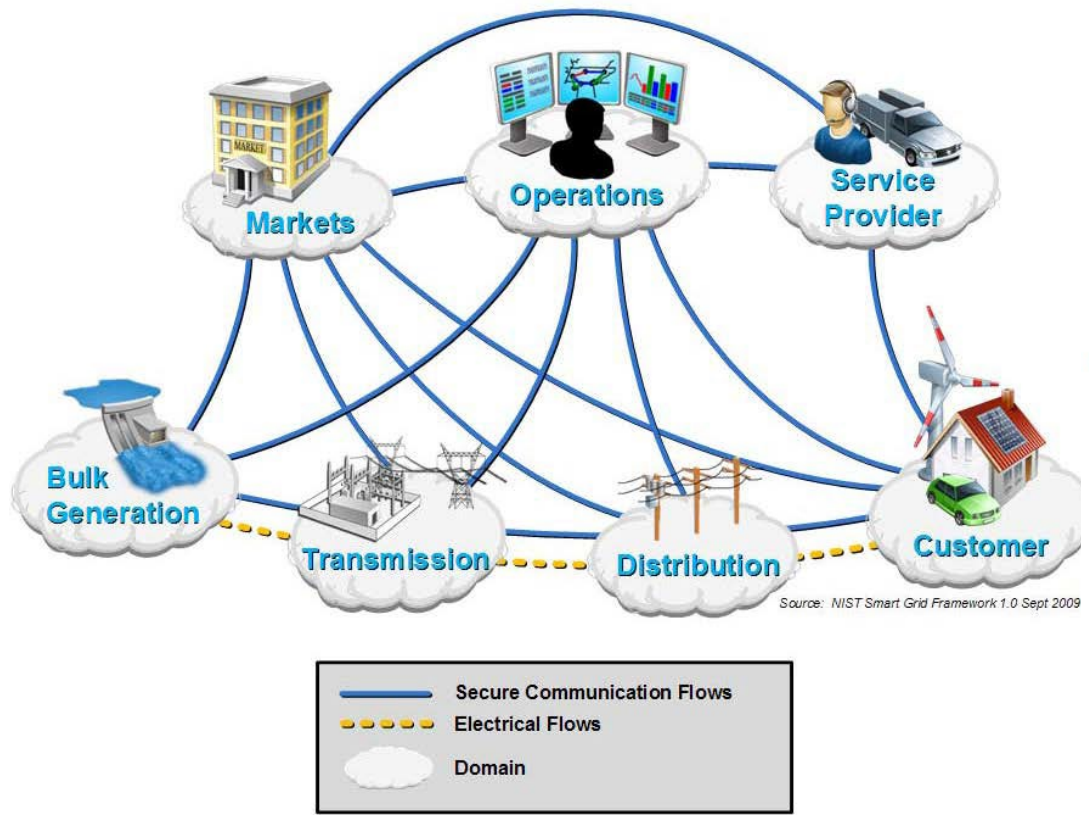
Desarrollo en Tecnologías Energéticas

- Sistemas Centralizados
Flujo de potencia unidireccional



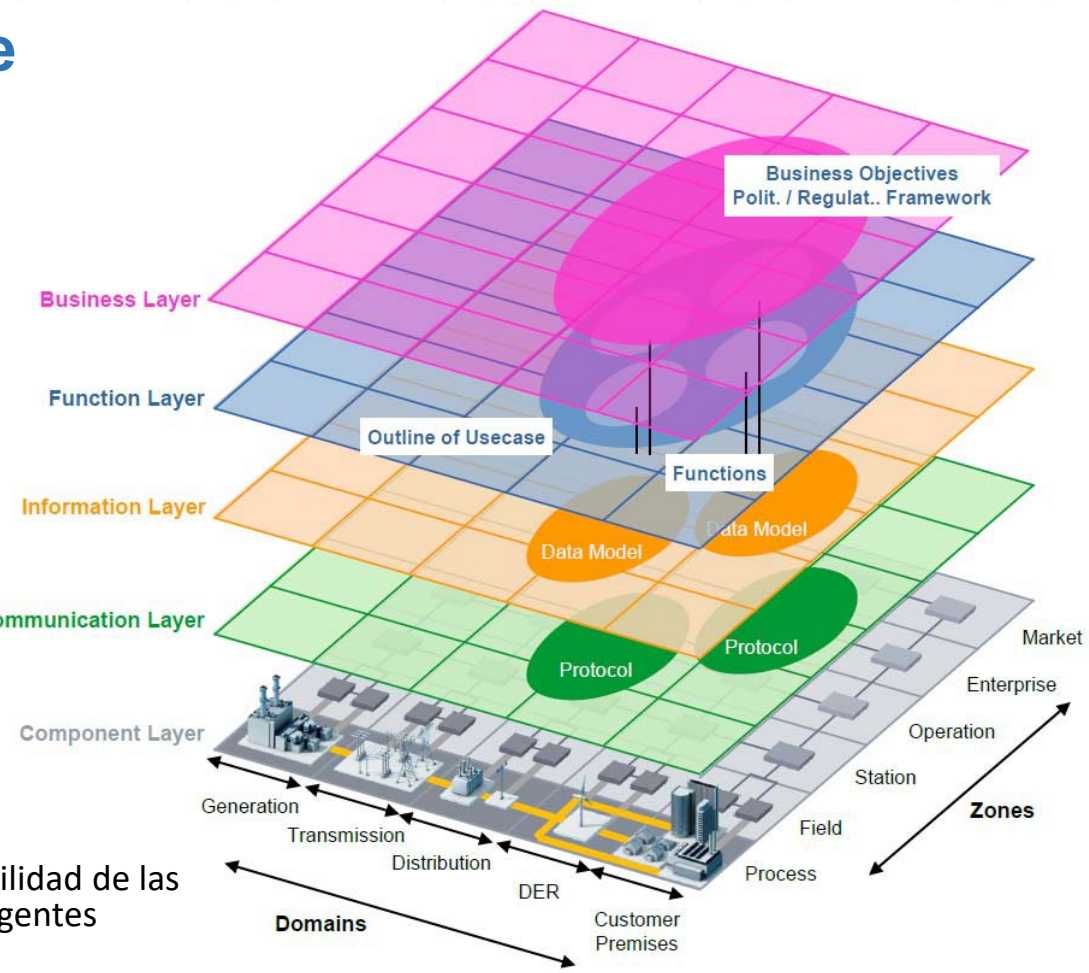
- Sistemas Descentralizados
Recursos Energéticos Distribuidos (DERs)
Múltiples tipos de energía

Modelo Conceptual de Red Inteligente

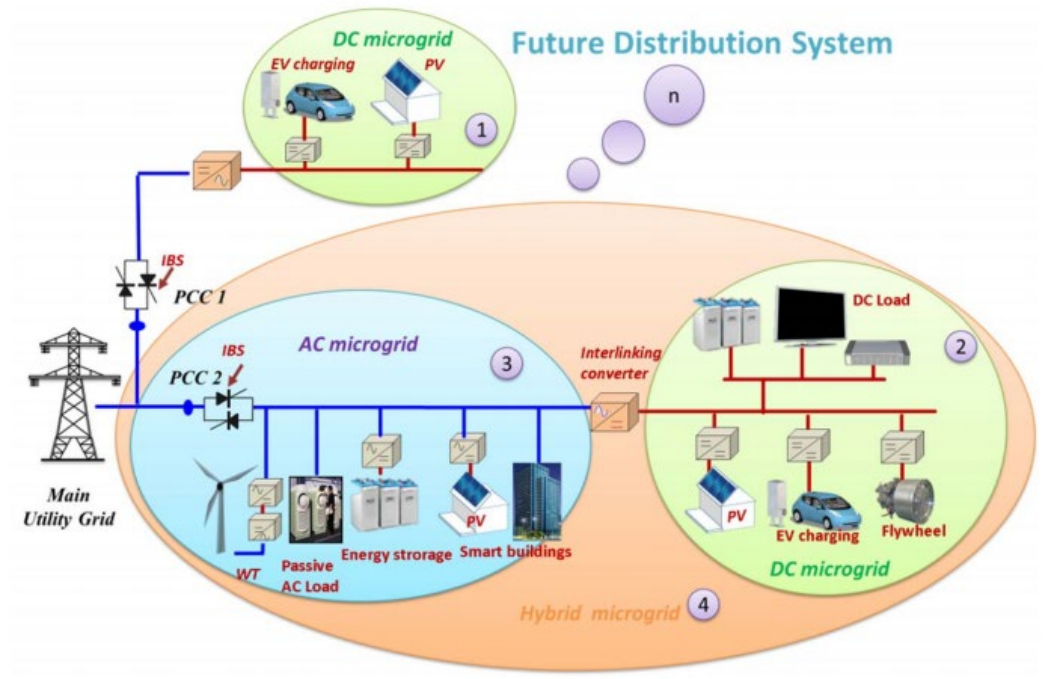
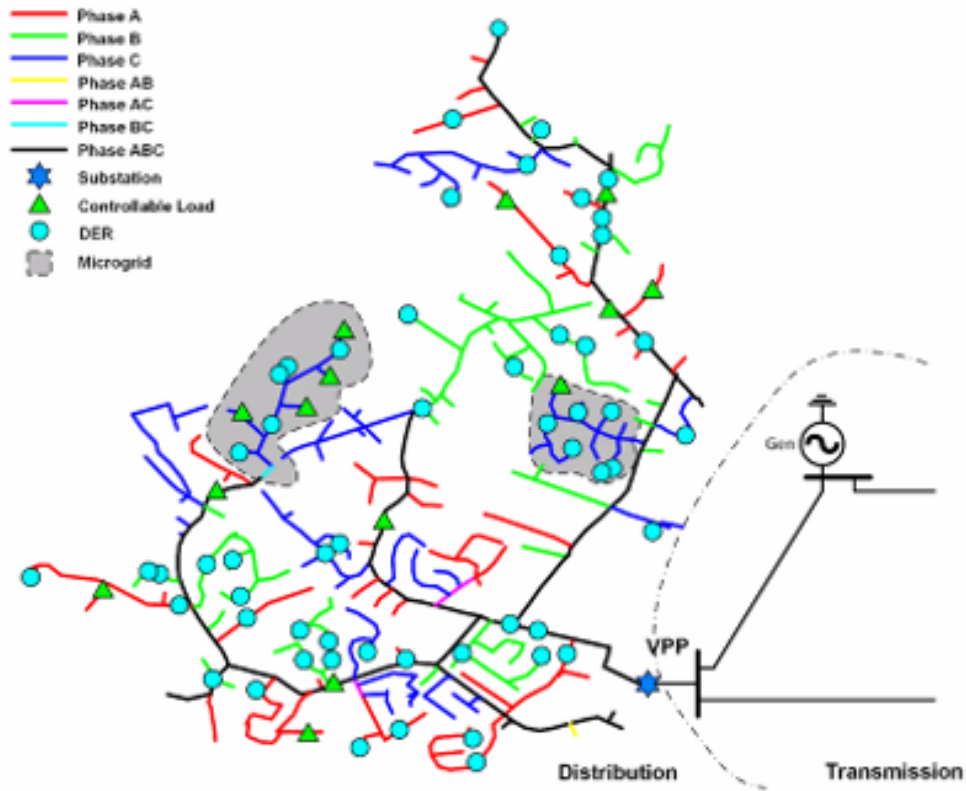


Interoperability Layers

Interoperabilidad de las Redes Inteligentes

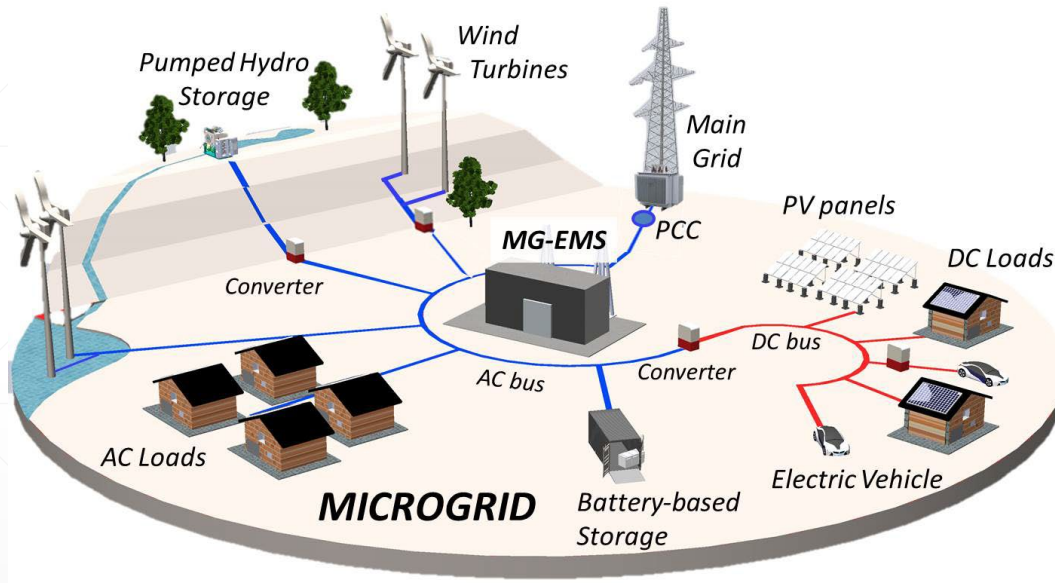


Redes Inteligentes



Agrupación (cluster) de micro-redes como bloques funcionales del sistema de distribución en el futuro.

Micro-redes



IEEE 1547¹ - Microgrids (MGs) are Electrical Power Systems (EPSs) that :

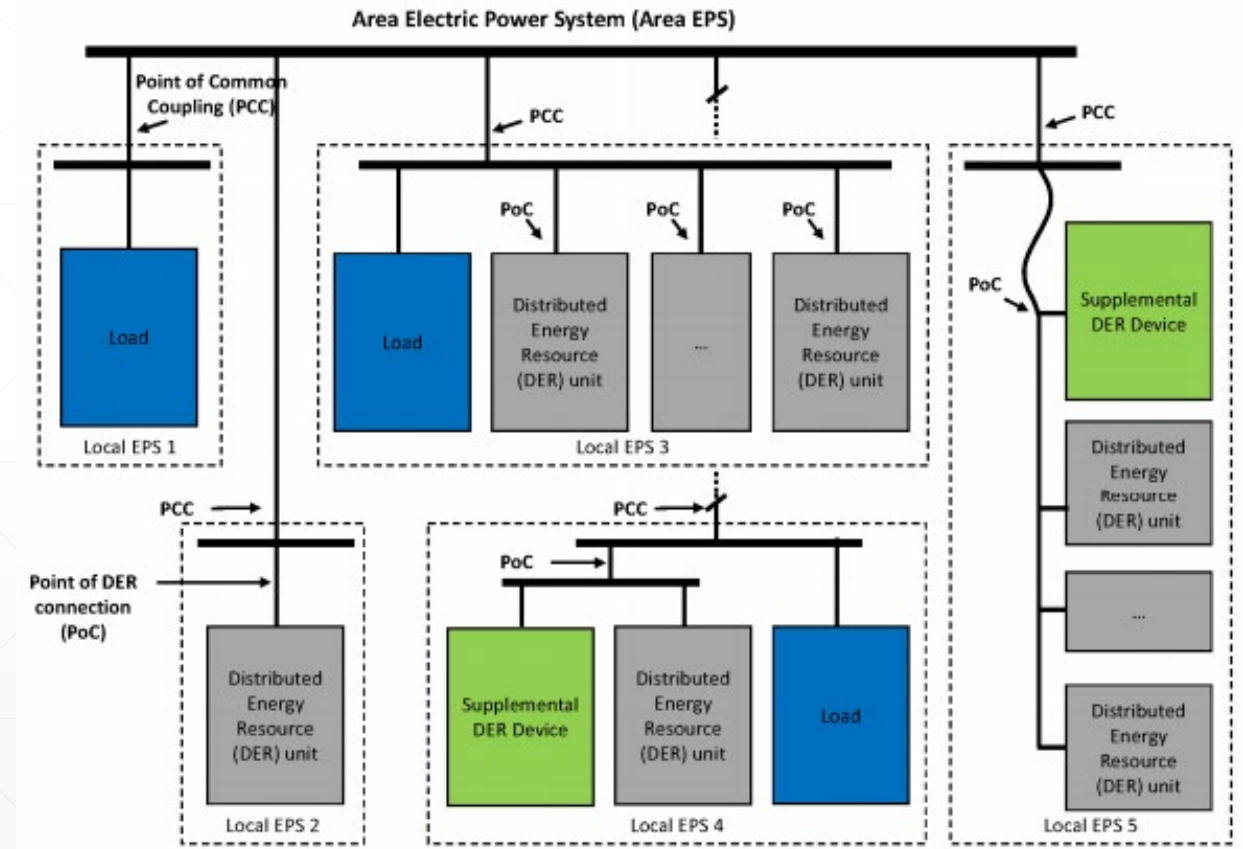
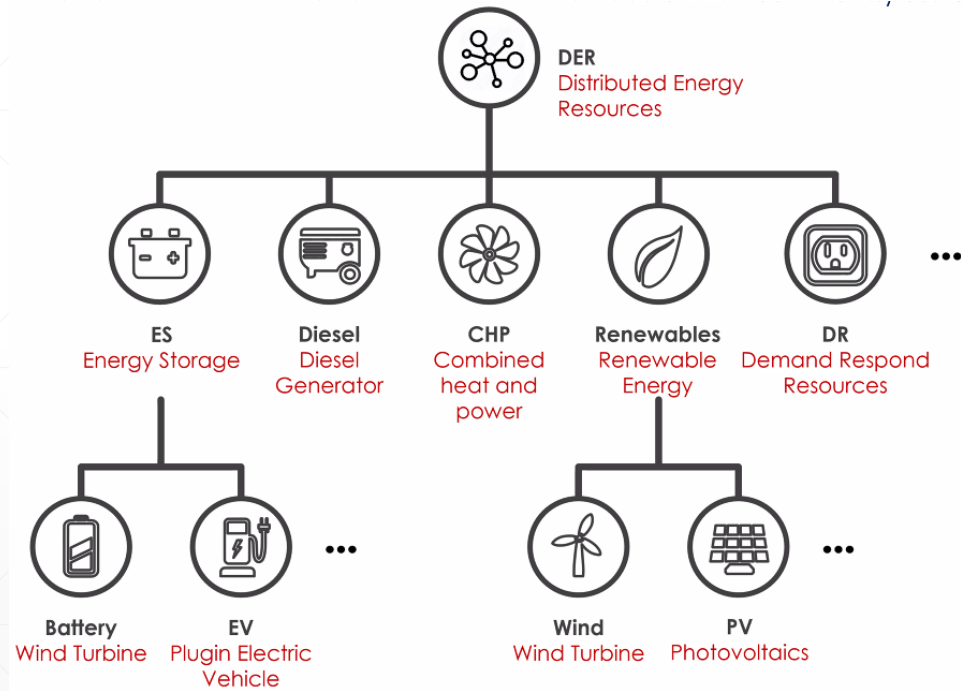
1. Integrate Distributed Energy Resources (DER) and loads
2. Can be disconnected from the area EPS
3. Contain the local EPS
4. Intentionally planned

Low/medium voltage grids "(...) aggregating and managing largely autonomously their own supply- and demand-side resources"¹

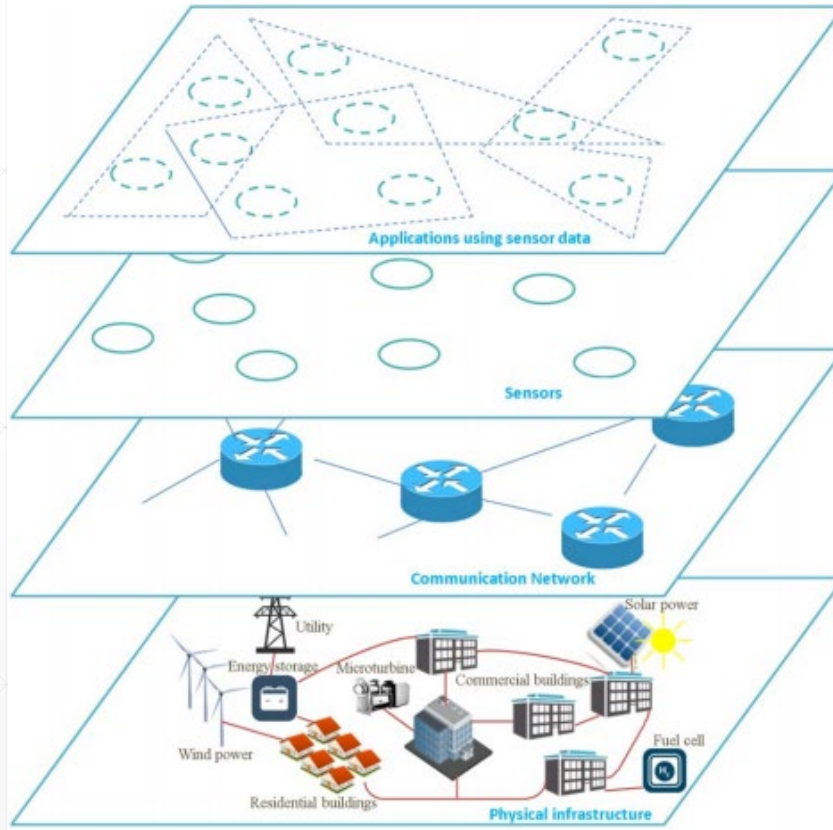
¹ IEEE 1547 Series Standards - 1547.4 - 2011 Guide for Design, Operation, and Integration of DR Island Systems with EPS

² CEN CENELEC ETSI Smart Grid Coordination Group, "SGCG-M490-G Smart Grid Set of Standards Version 3.1", Technical report.

Recursos Energéticos Distribuidos (Distributed Energy Resources - DERs)

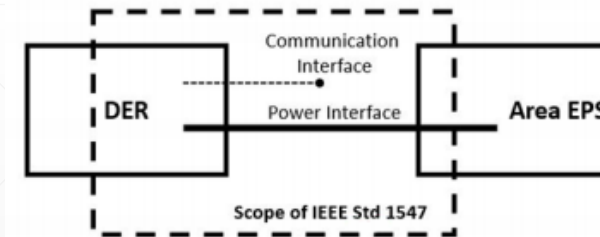


Microrredes en Redes Inteligentes



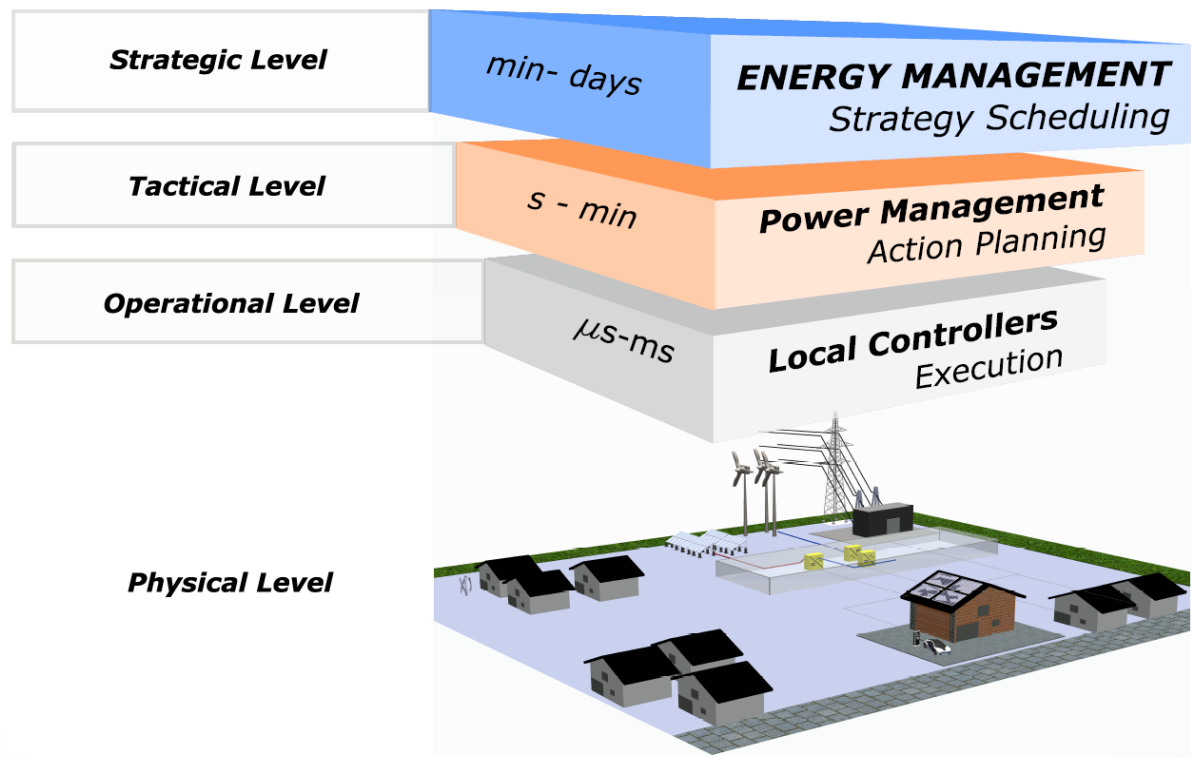
Sistema Ciberfísico

Arquitectura de sistema de información y comunicación de un sistema de control de microrredes



Classical Management Hierarchy

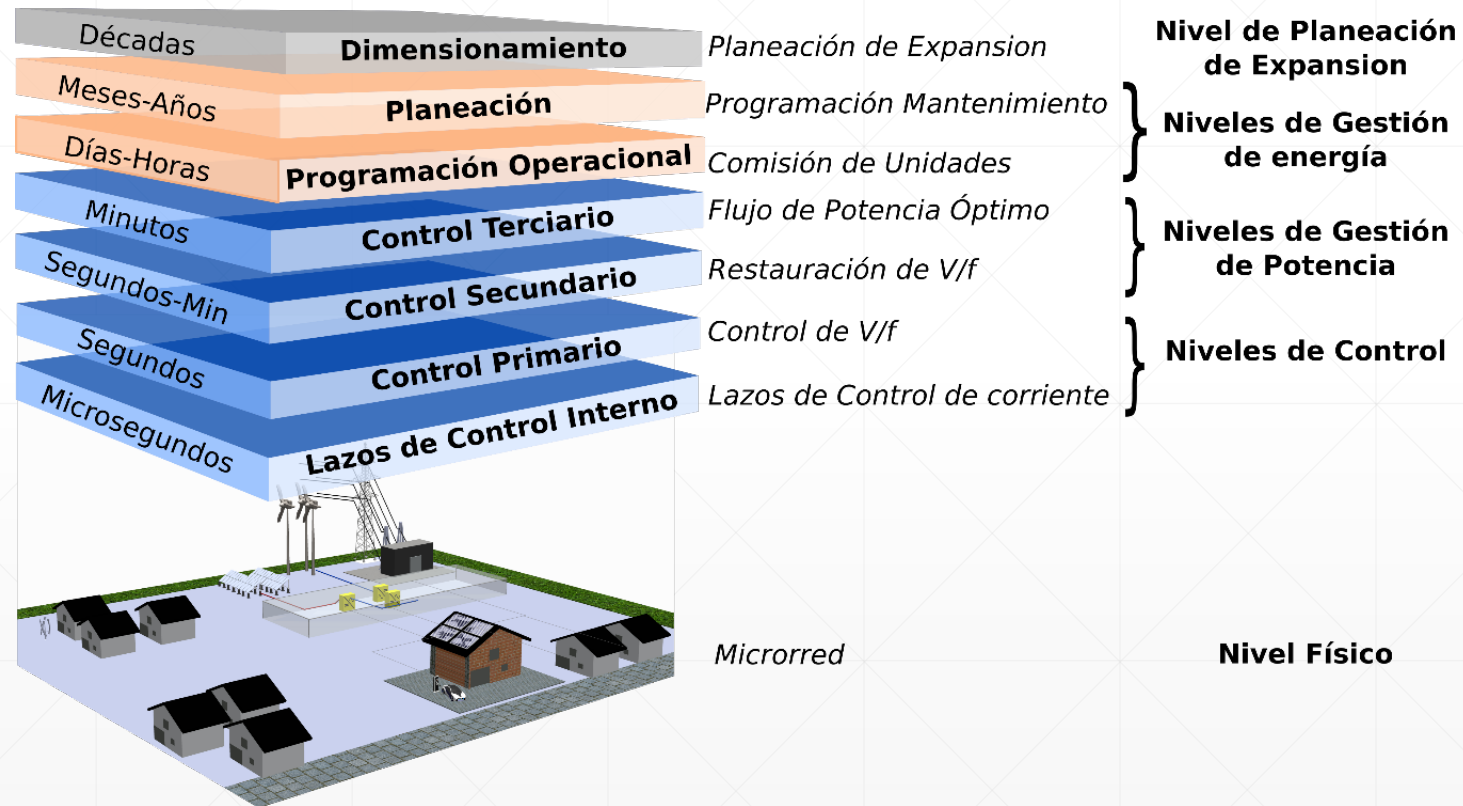
Hierarchy for Microgrids Management and Operation



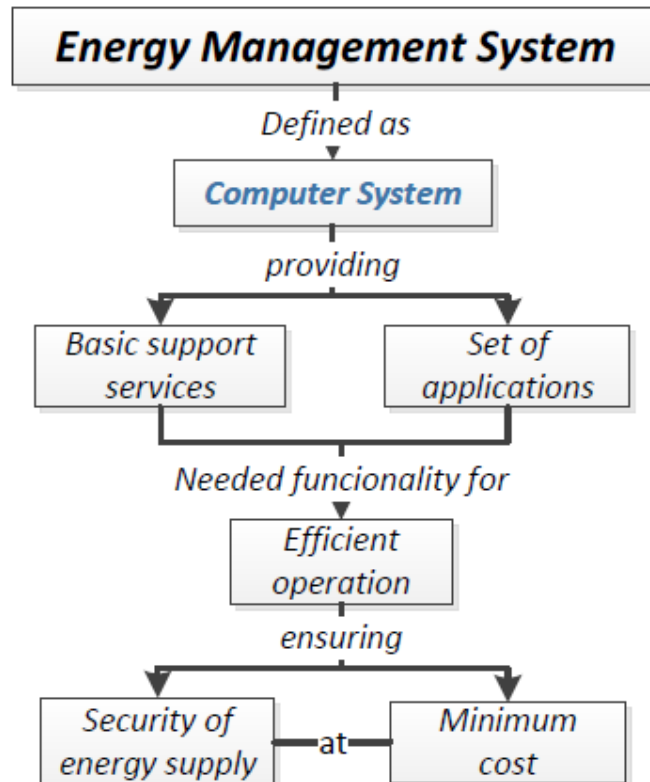
Jerarquía de Gestión y Operación de Micro-redes

- Operación de DERs
- Control Jerárquico de Microrredes

Enfoque desde el punto de vista de la Administracion



Sistema de Gestión de Energía (Energy Management System - EMS) en Sistemas de Potencia



IEC61970:

▪An EMS in power systems is “**a computer system comprising a software platform providing basic support services and a set of applications providing the functionality needed for the effective operation of electrical generation and transmission facilities so as to assure adequate security of energy supply at minimum cost**”

EMS en Microrredes

Main Aspects

- ▶ Design of EMS structure
- ▶ Scheduling Strategy
- ▶ Integration into Power System

Challenges in Microgrids

The current trend in MGs is to integrate renewable energy sources (RES) and energy storage systems (ESS).

- ▶ Modeling of RES and ESS
- ▶ Flexibility/Adaptability
- ▶ Integration in different scenarios

▪ *EMS en una microrred (microgrid – MG) abarca tanto la **gestión del lado de la generación y de la demanda**, mientras satisfice las restricciones del Sistema, para llevar a cabo una operación económica, sostenible y confinable de la MG..*

MG - Arquitectura y conexión de datos

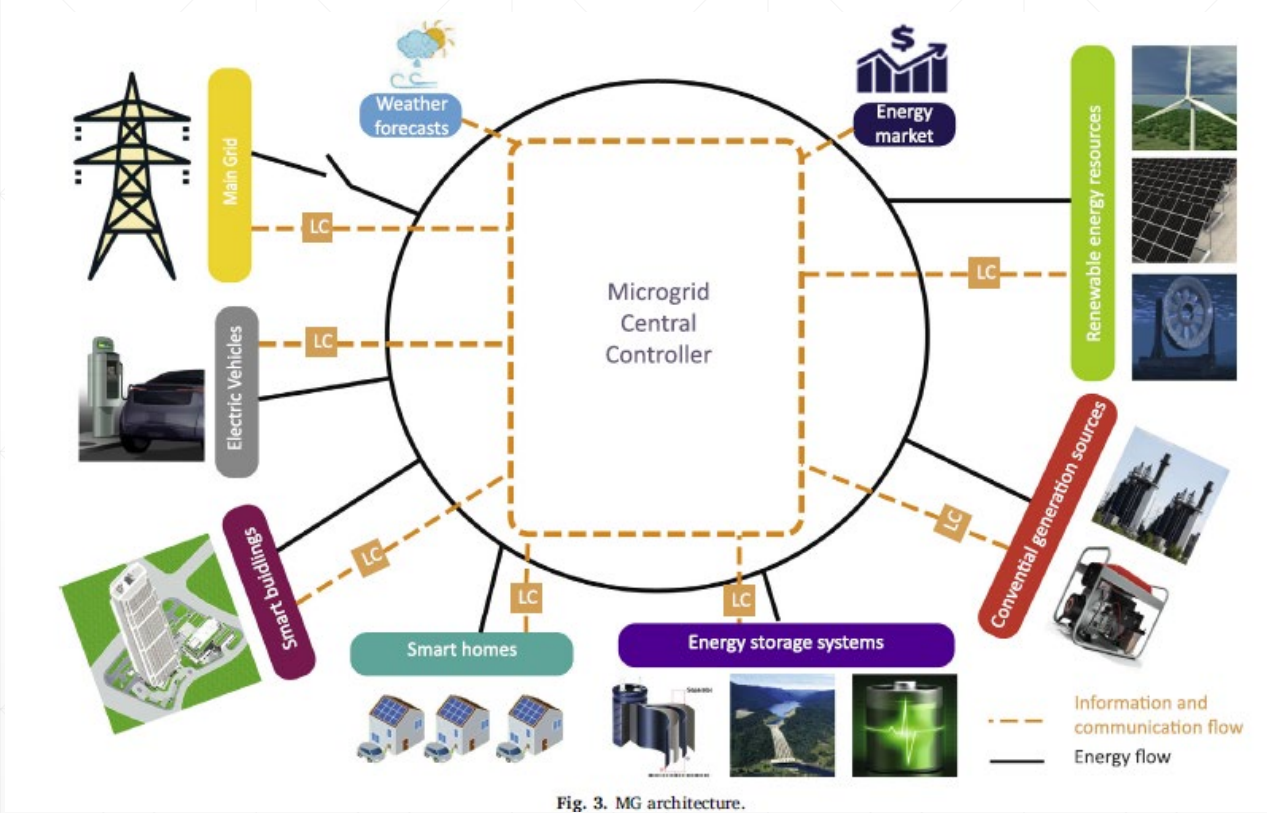


Fig. 3. MG architecture.

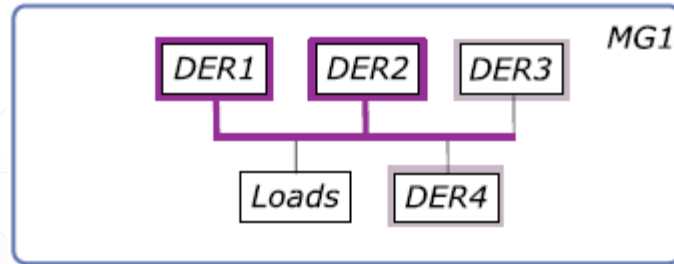
Source: Zia, Muhammad Fahad & Elbouchikhi, Elhoussin & Benbouzid, Mohamed. (2018). Microgrids energy management systems: A critical review on methods, solutions, and prospects. Applied Energy. 222. 1033-1055.

DERs Modos de Operación

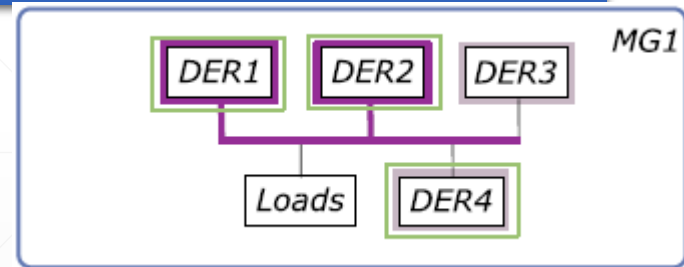
- ▶ Grid-Forming. Assumed by DERs with enough capacity.
- ▶ Grid-Following. Aligned to a formed grid.

- ▶ Grid-interactive. Droop Control and Power Dispatch
- ▶ **Grid-noninteractive**. MPPT and Constant-Voltage Charge

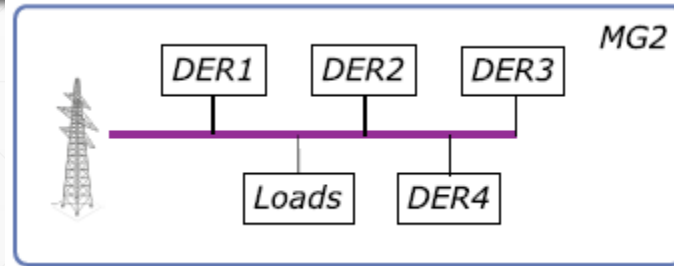
Grid-forming



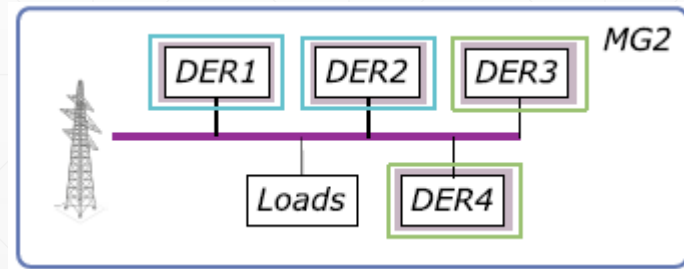
Grid-interactive(DERs or system)



Grid-following



Grid-noninteractive



Gestionables:
Grid-following -
interactivo

Algunas funcionalidades del EMS en MG

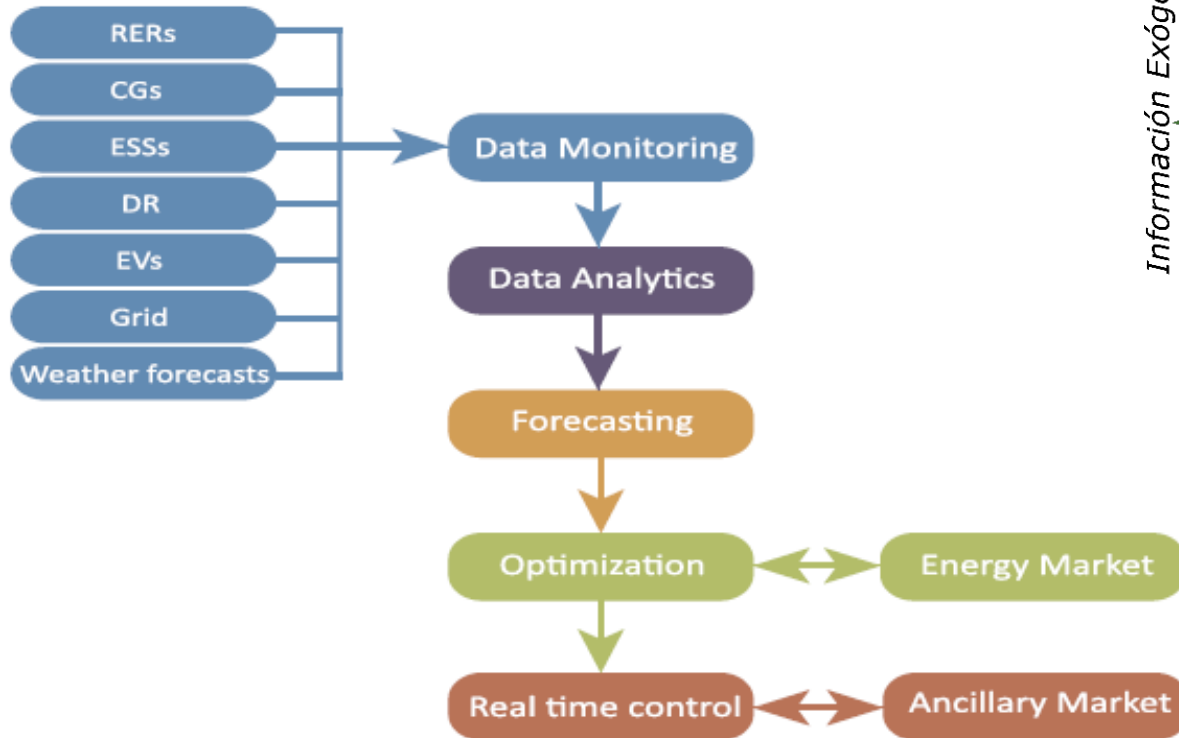
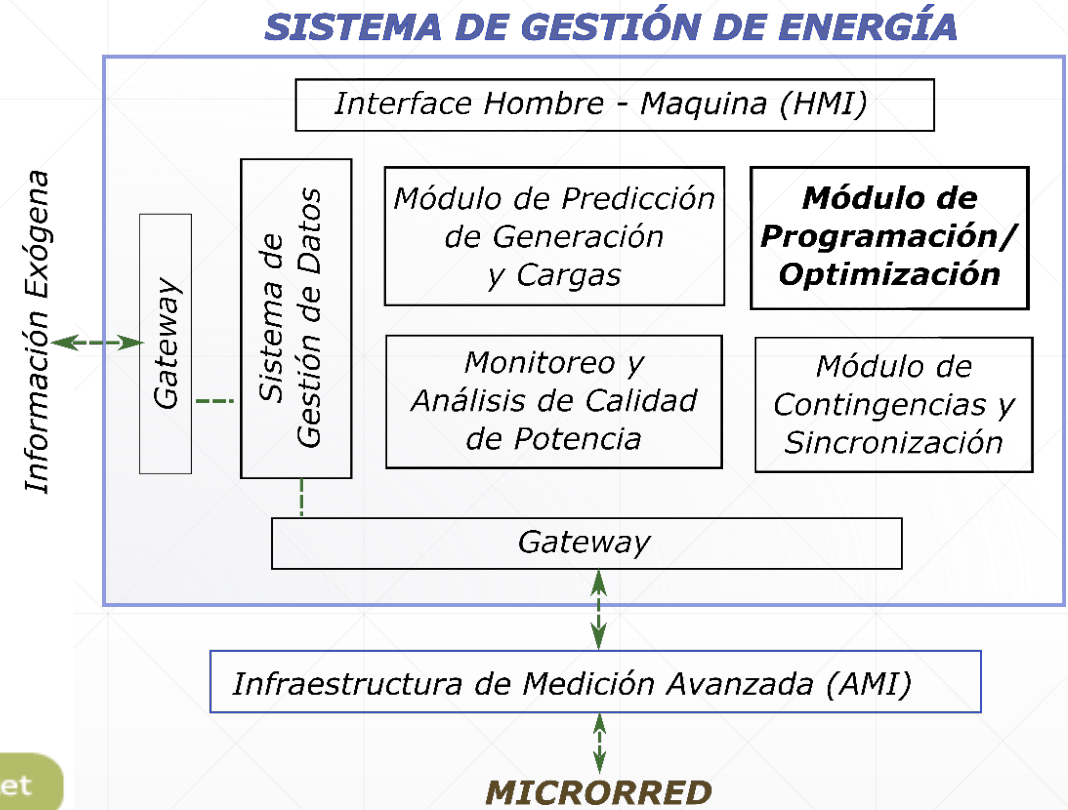
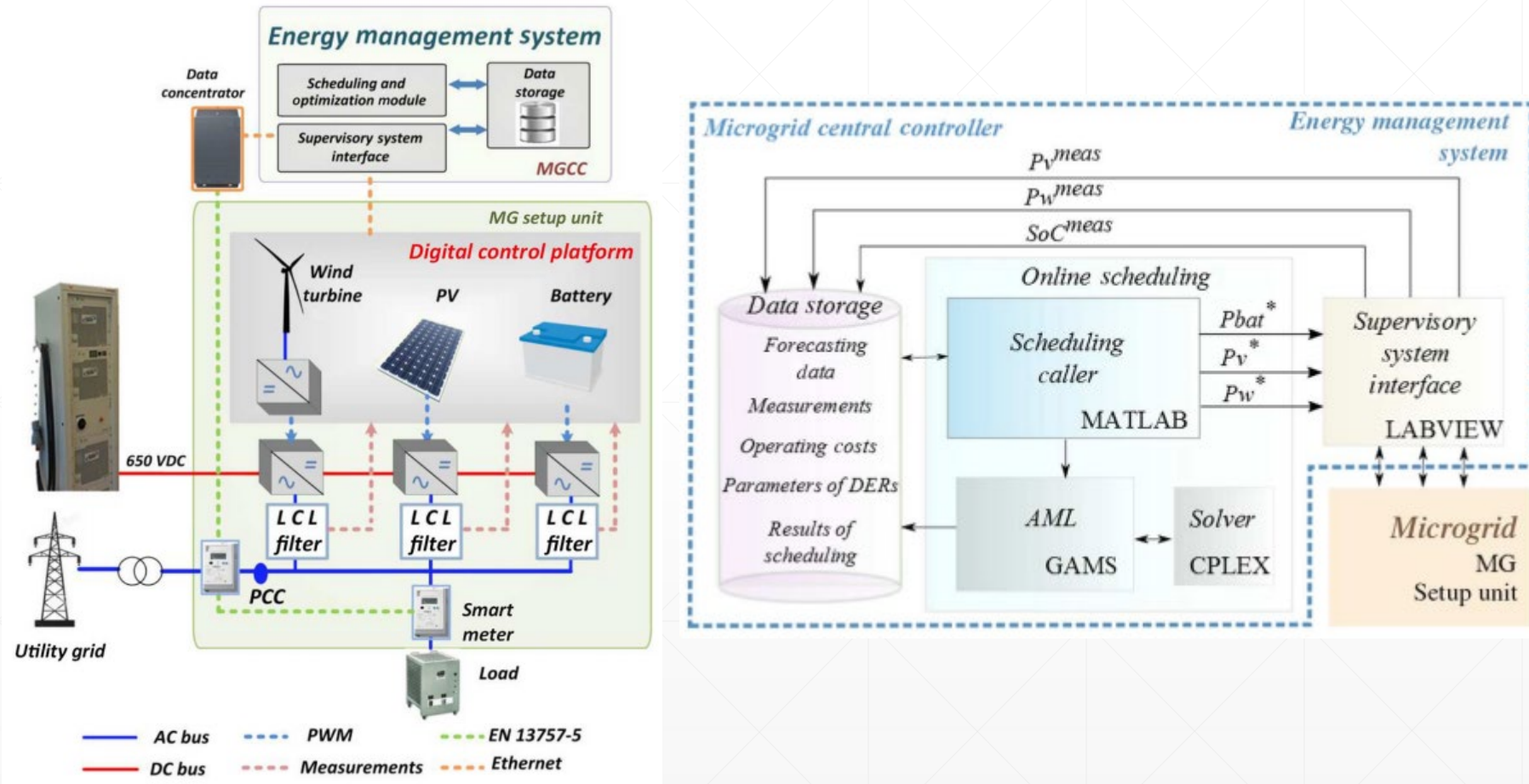


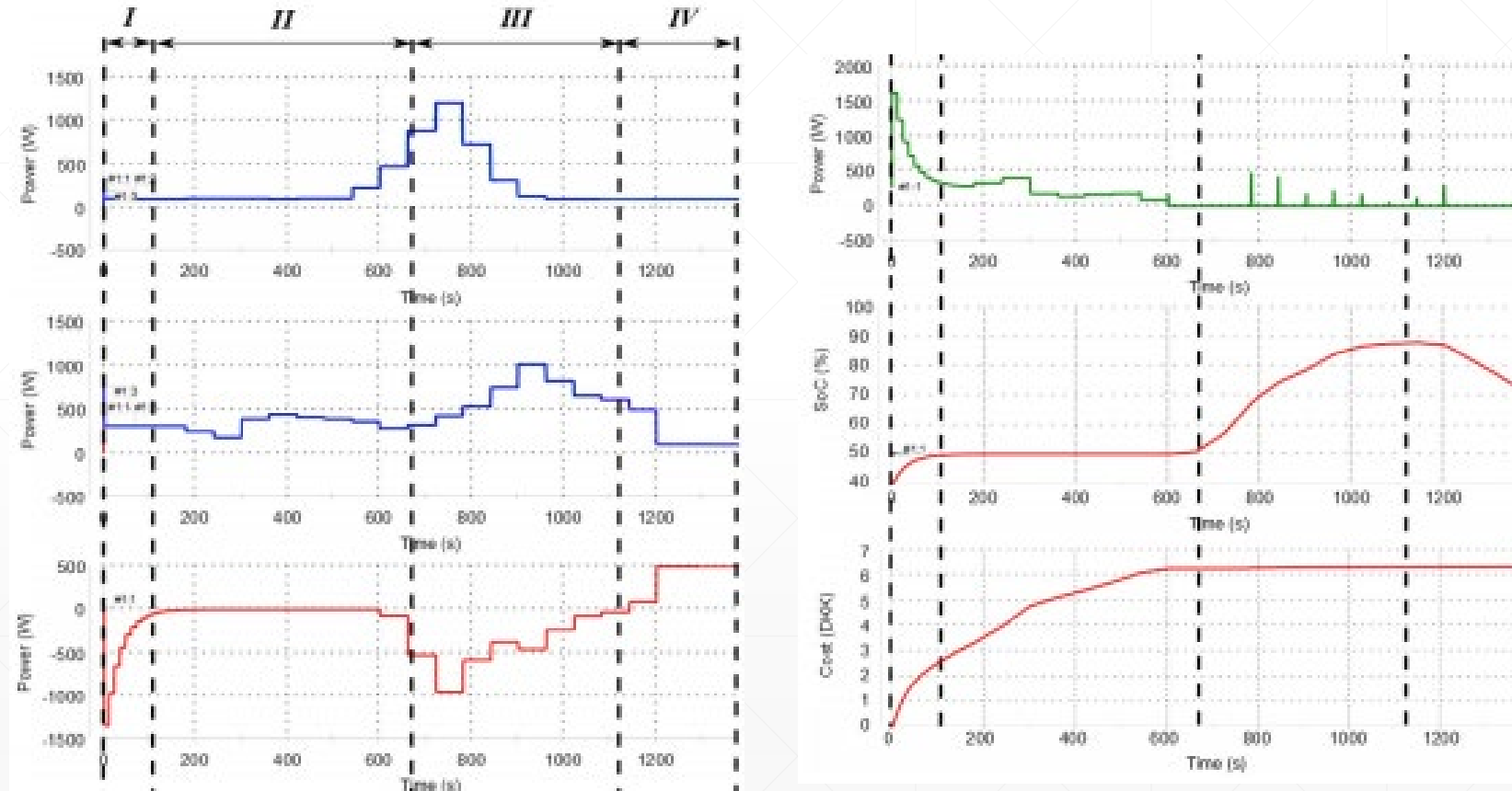
Fig. 6. MG EMS functions.



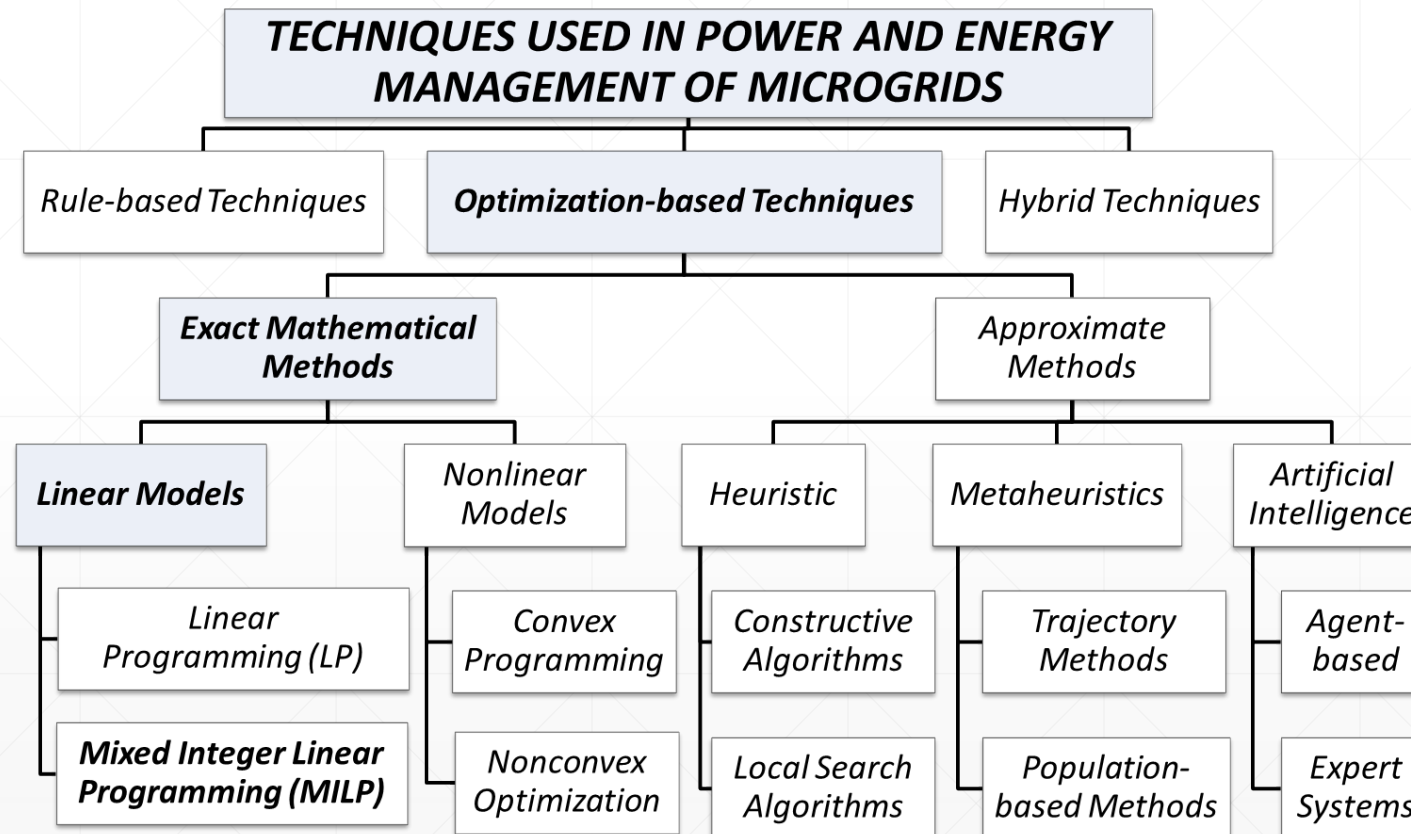
Sistema de Gestión de Energía para una MG conectada a red en el MGRL



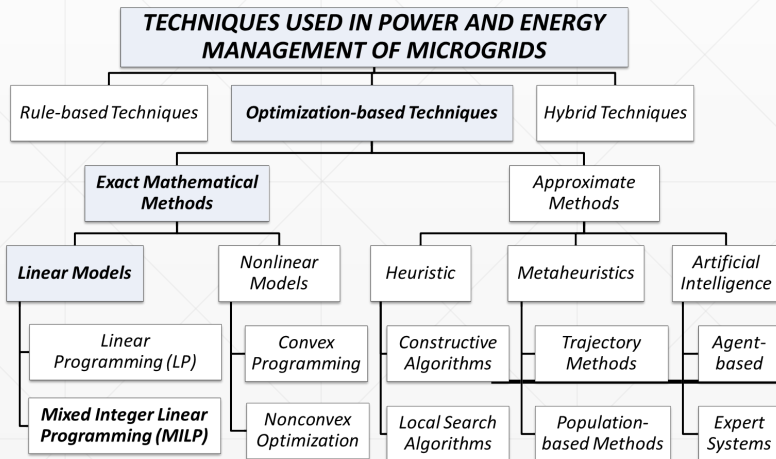
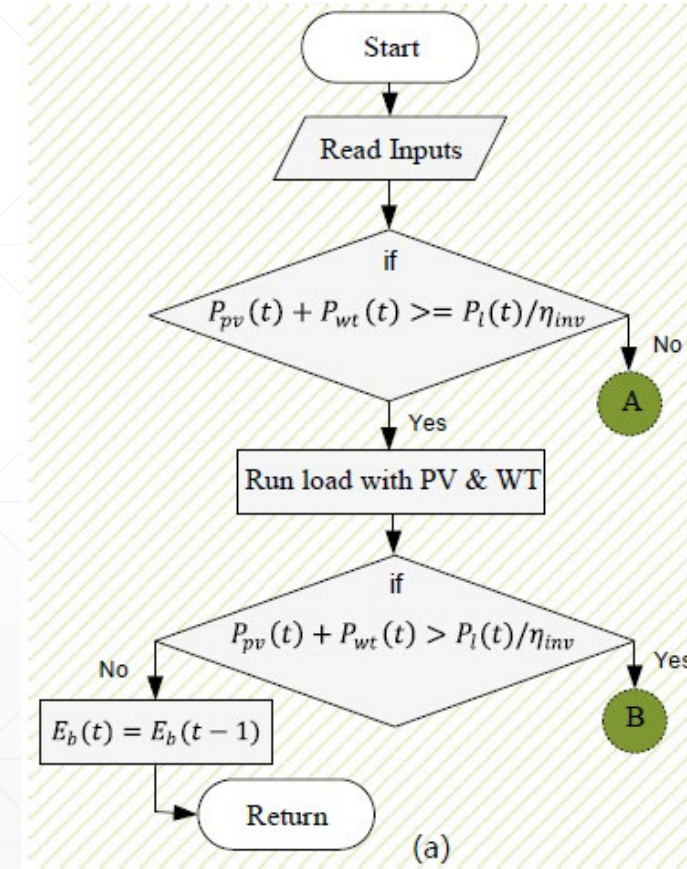
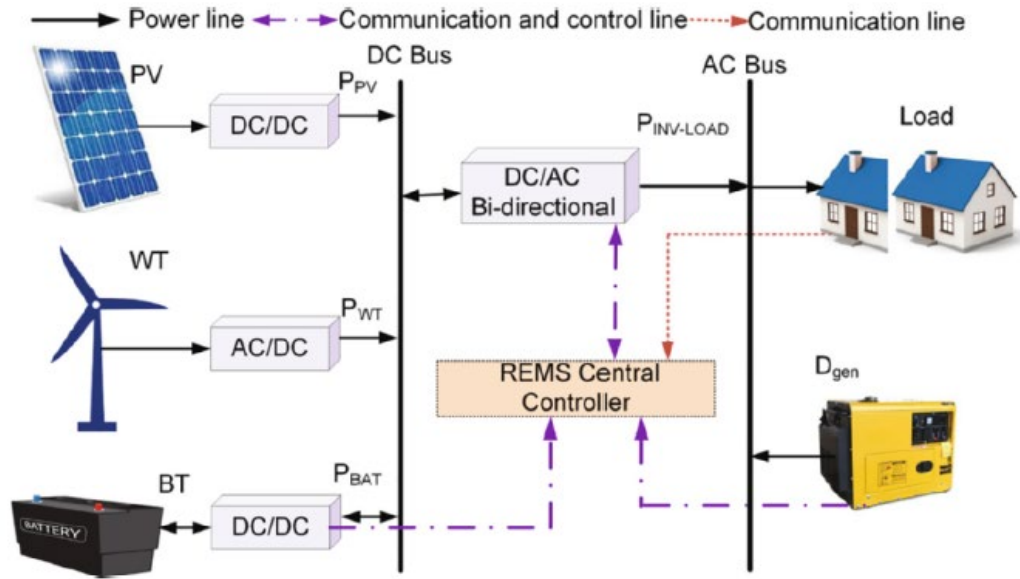
Sistema de Gestión de Energía para una MG conectada a red en el MGR



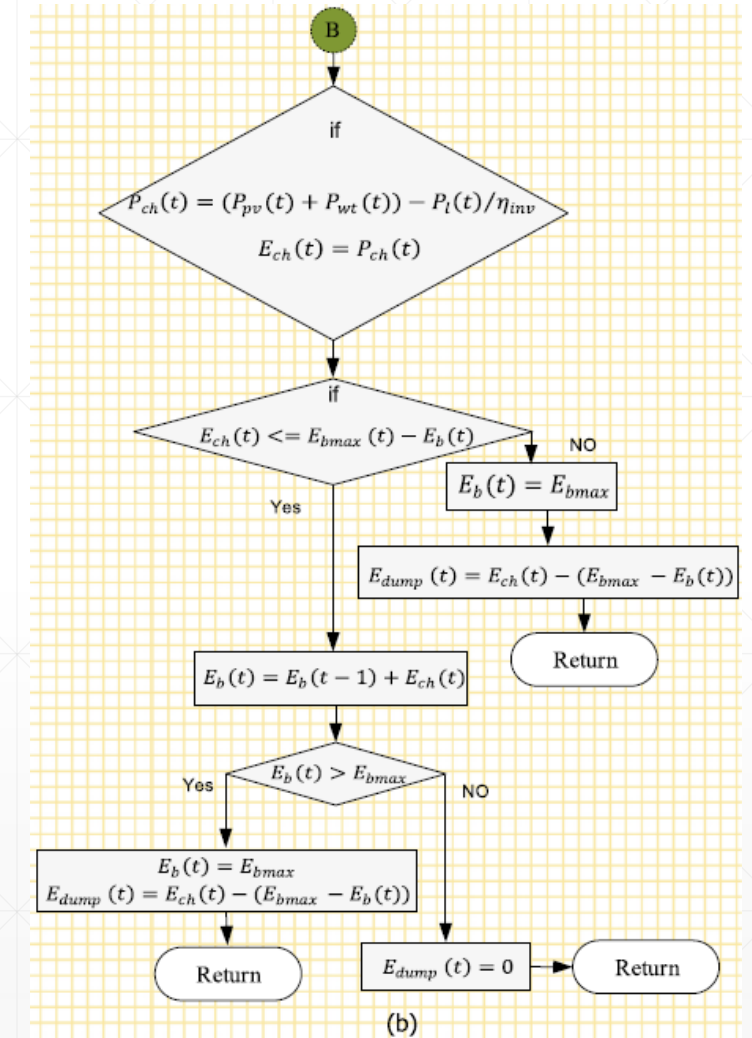
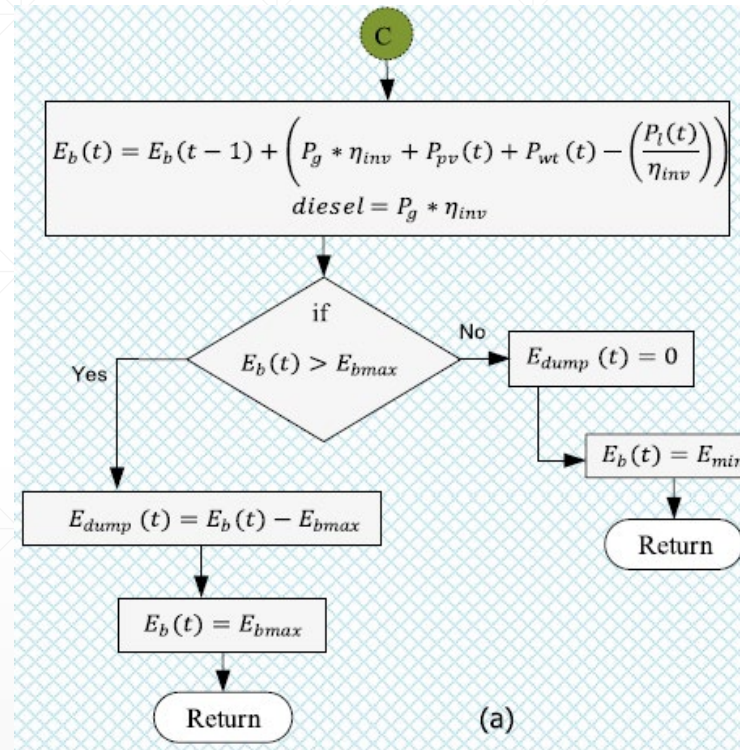
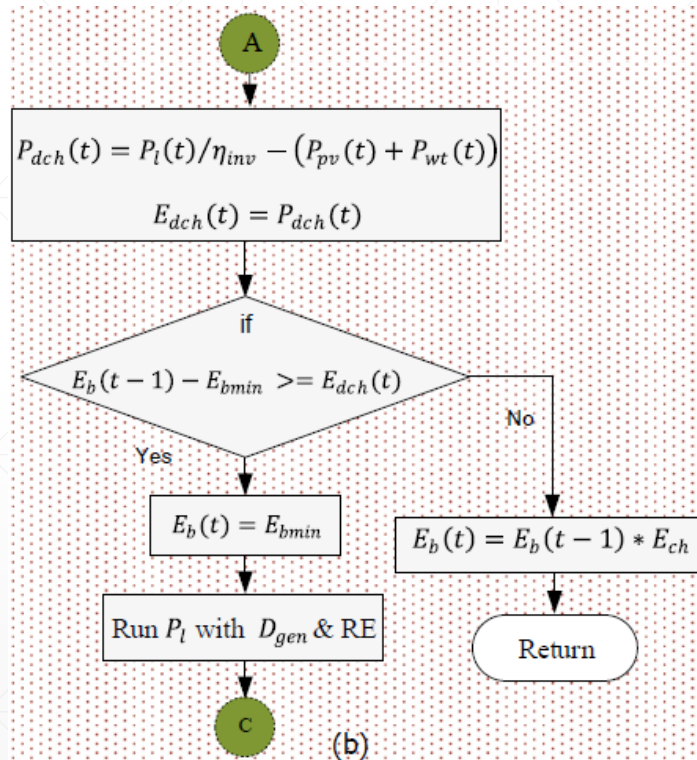
Técnicas usadas en Gestión de Energía en MG



EMS basado en reglas - Ejemplo



Ejemplo – EMS basado en reglas



Técnicas Basadas en Optimización – Métodos Matemáticos Determinísticos

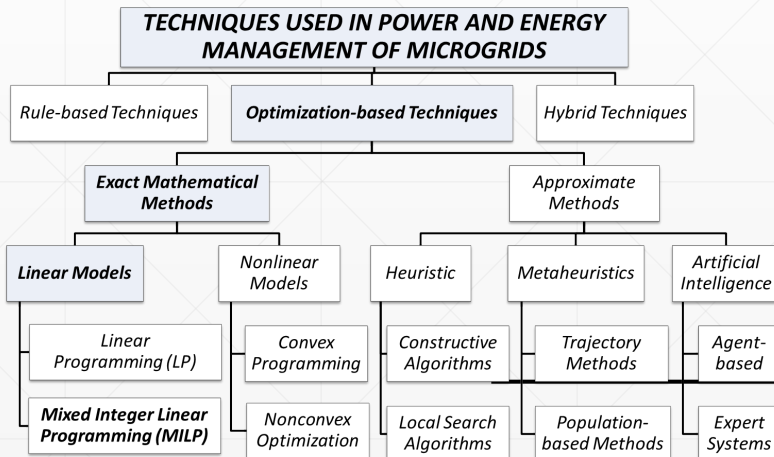
Formulación de Problema de Optimización:

- $f(\underline{x})$ es la Funcion Objetivo
- En modelos con restricciones: Las restricciones son definidas mediante igualdades ($h(\underline{x})=c$) y desigualdades ($g(\underline{x})<b$)

$$\begin{array}{ll} \min \{f(\underline{x})\} & \max \{-f(\underline{x})\} \\ \text{s.t. } \underline{h}(\underline{x}) = \underline{c} & \text{s.t. } \underline{h}(\underline{x}) = \underline{c} \\ \underline{g}(\underline{x}) < \underline{b} & \underline{g}(\underline{x}) < \underline{b} \end{array}$$

- Linear Programming (LP):

1. $f(\underline{x})$ is a linear function in \underline{x} , i.e., $a_1x_1+a_2x_2+\dots+a_nx_n$
2. All equalities $w_j(\underline{x})=c_j$ are linear functions in \underline{x} .
3. All inequalities $g_k(\underline{x})\leq b_k$ are linear functions in \underline{x} .



Técnicas Basadas en Optimización – Métodos Matemáticos Determinísticos

Formulación de Problema de Optimización:

Linear programming (LP)

Minimize $f(x_1, x_2, x_3)$

Subject to

$$\underline{h}(x_1, x_2, x_3) = \underline{c}$$

$$\underline{g}(x_1, x_2, x_3) \leq \underline{b}$$

x_1, x_2, x_3 are continuous

Integer programming (IP)

Minimize $f(x_1, x_2, x_3)$

Subject to

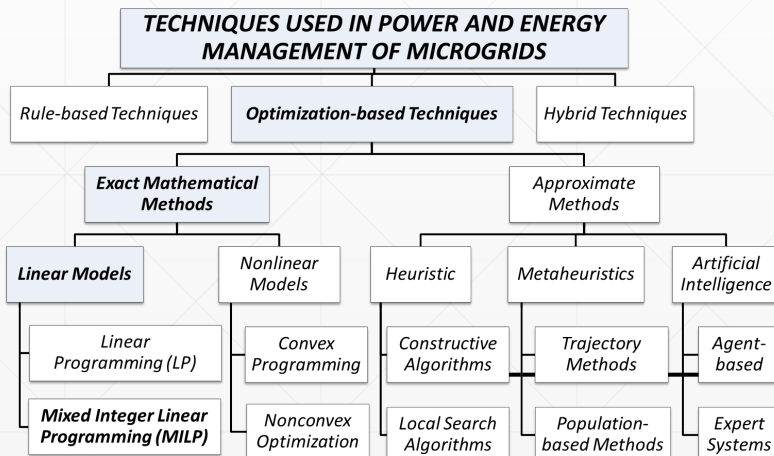
$$h(x_1, x_2, x_3) = c$$

$$g(x_1, x_2, x_3) \leq b$$

x_1, x_2, x_3 are binary (1 or 0)



- **Method 1** (exhaustive enumeration):
 - Checks every possible solution
- **Method 2** (LP relaxation):
 - Solves it as an LP and rounds to the closest binary value
- **Method 3** (Cutting plane):
 - Shrink feasible region so that all corner points are integer
- **Method 4** (Tree search):
 - Tree of solutions: Branch & bound



Técnicas Basadas en Optimización – Métodos Matemáticos Determinísticos

Option 1 (exhaustive enumeration): Checks every possible solution

Possible solutions are:

$(0,0,0), (0,0,1), (0,1,0), (0,1,1), (1,0,0), (1,0,1), (1,1,0), (1,1,1)$

There are $2^3 = 8$ solutions.

But what if there were 30 or 300 variables?

$$2_{300} = 2.037 \times 10_{90}$$

Integer programming (IP)

Minimize $f(x_1, x_2, x_3)$

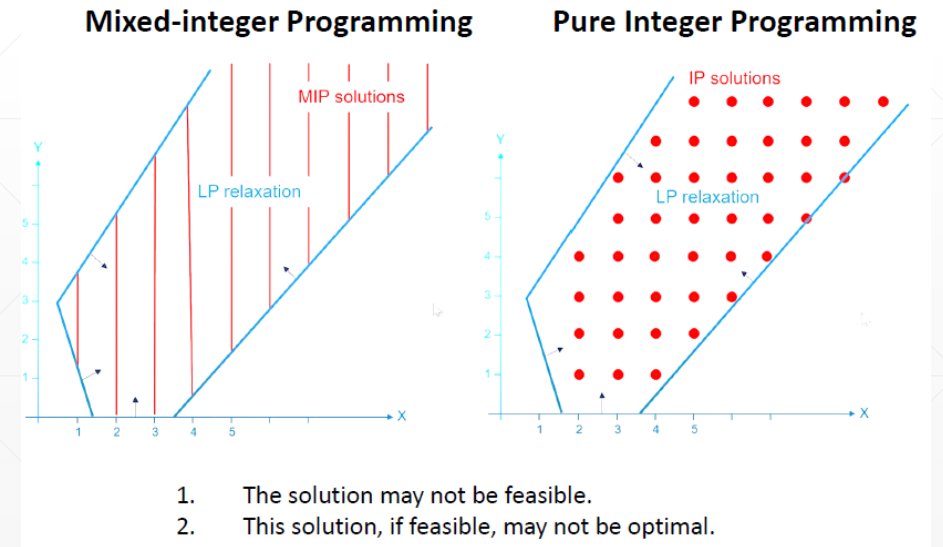
Subject to

$$h(x_1, x_2, x_3) = c$$

$$g(x_1, x_2, x_3) \leq b$$

x_1, x_2, x_3 are binary (1 or 0)

Option 2 (LP relation): Solves it as an LP and rounds to the closest binary value



Técnicas Basadas en Optimización – Métodos Matemáticos Determinísticos

Option 3 (cutting plane): Shrink feasible region so that all corner points are integer

Integer programming (IP)

Minimize $f(x_1, x_2, x_3)$

Subject to

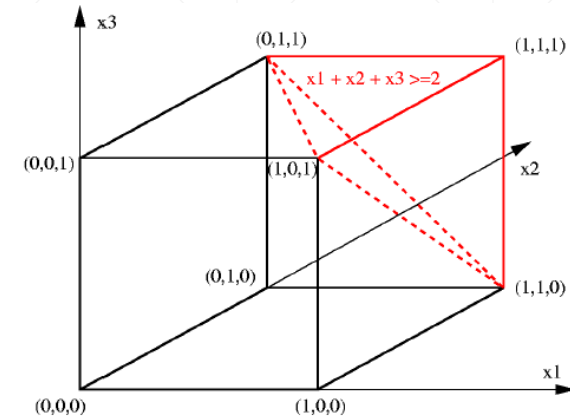
$$h(x_1, x_2, x_3) = c$$

$$g(x_1, x_2, x_3) \leq b$$

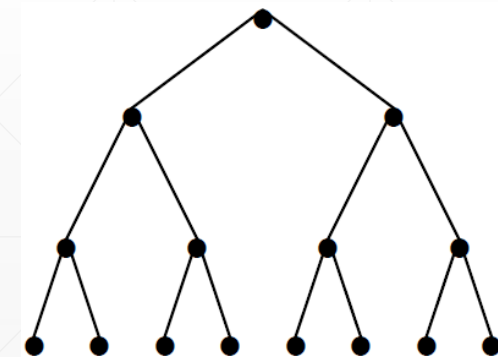
x_1, x_2, x_3 are binary (1 or 0)

Option 4 (branch and bound): Tree of solutions:
Branch & bound

Most popular IP (and MIP) solver today is a tree-search method called branch and bound. CPLEX, one of the most popular solvers, uses this method, in combination with cutting planes.

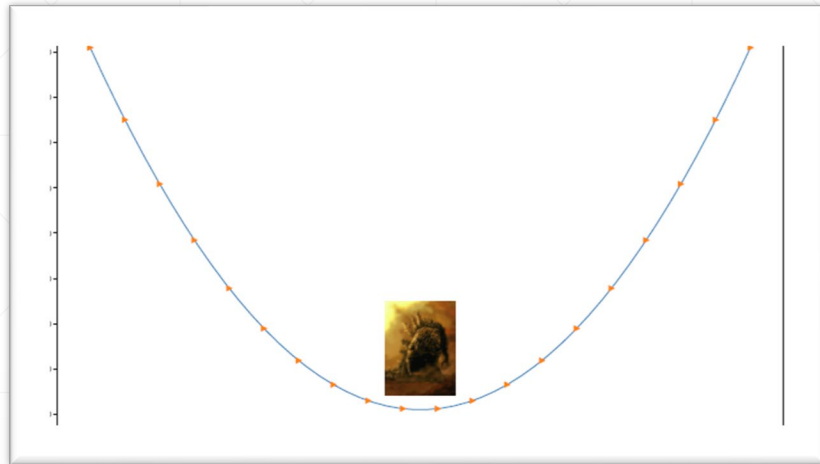


Cutting plane methods generate additional constraints that eliminate non-integer solutions but not integer solutions.

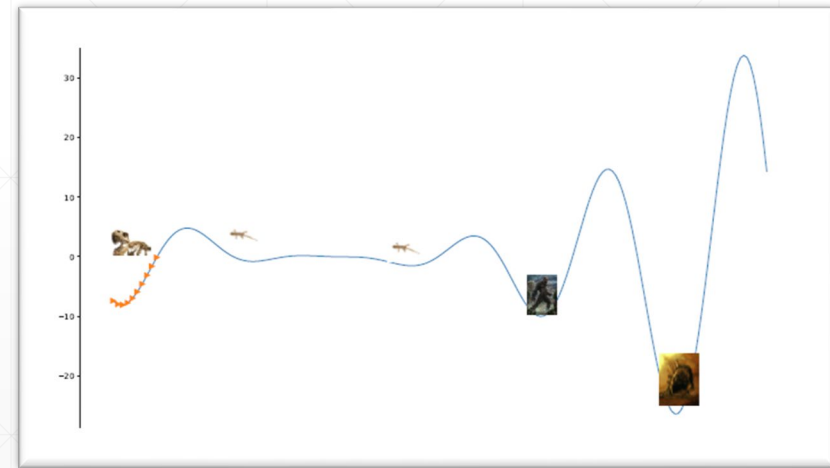


Técnicas Basadas en Optimización – Métodos Matemáticos Determinísticos

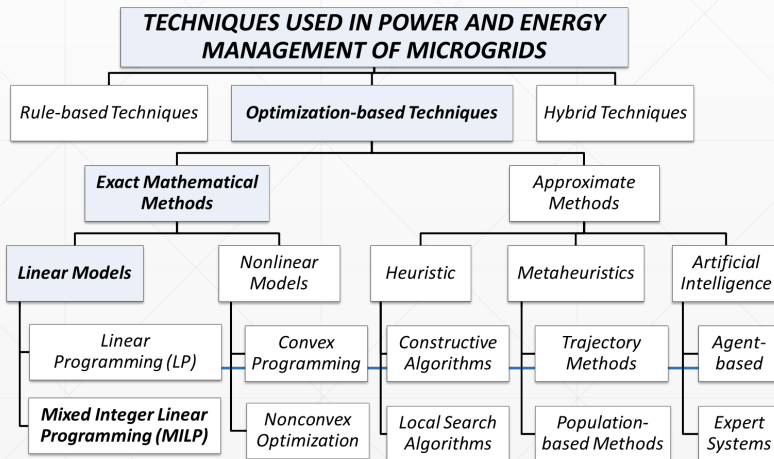
Modelos No Lineales - Convexa vs. No Convexa



Función Convexa



Función No Convexa



Técnicas Basadas en Optimización – Métodos Matemáticos Determinísticos

Ejm. Algoritmo de Solución

Gradiente descendente

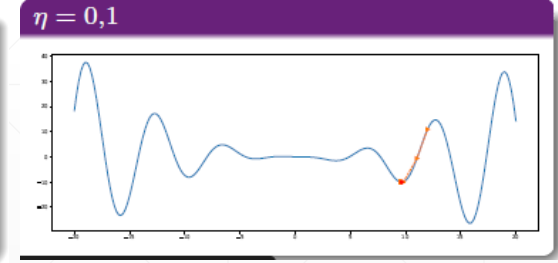
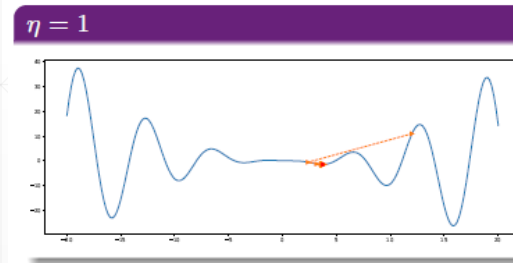
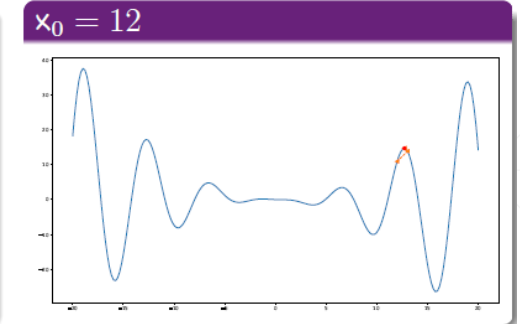
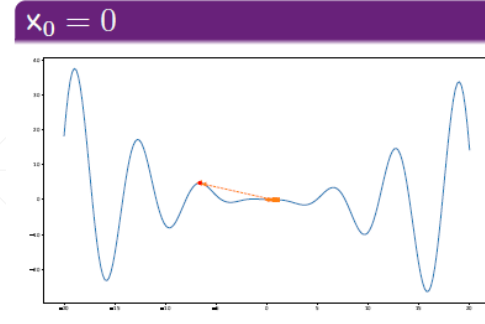
Método *iterativo* para resolver $\min_x f(x)$

$$x_{n+1} = x_n - \eta_n \nabla f(x_n)$$

Método de primer orden, se necesita calcular el gradiente.
Se puede aplicar a *cualquier* problema.

Donde

- ▶ x_{n+1} , siguiente valor de la iteración
- ▶ x_n , valor actual
- ▶ η_n , tamaño del paso



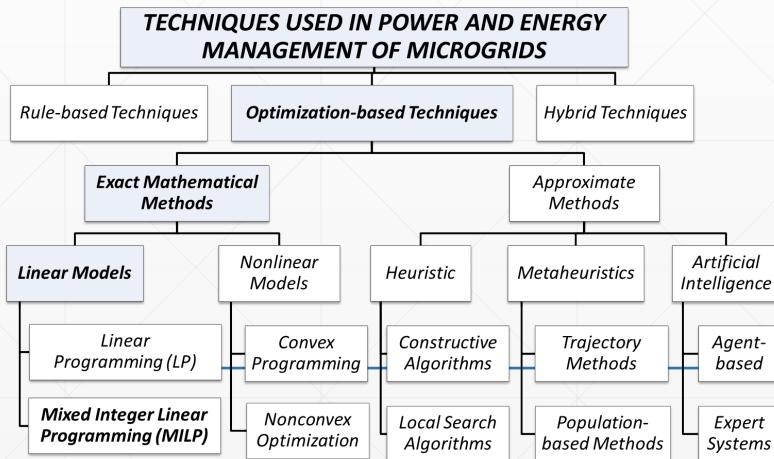
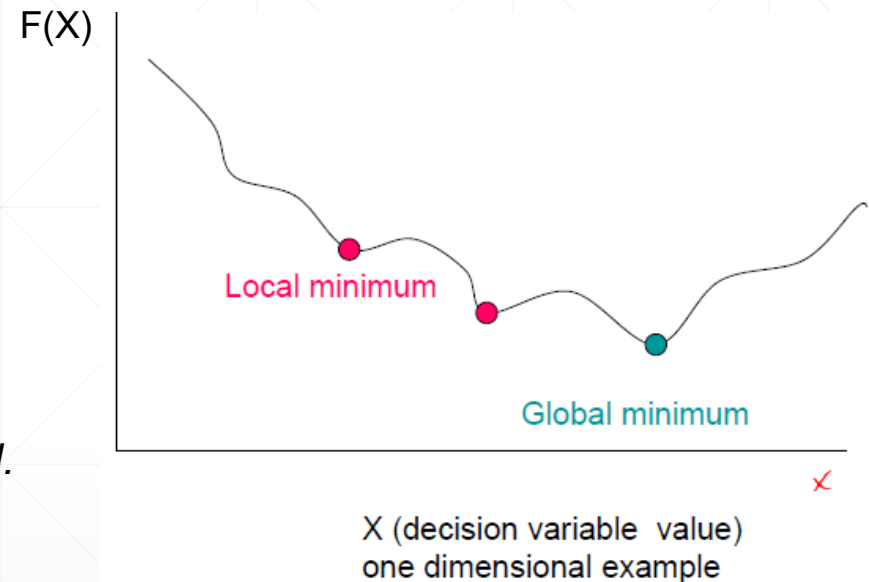
La escogencia de x_0 y η es sumamente importante.
La convergencia puede ser muy lenta, muy grande
puede divergir o oscilar

Técnicas Basadas en Optimización – Métodos Aproximados

Características de los problemas del mundo real

- Grandes espacios de búsqueda
- El modelo del problema es difícil de definir.
- La calidad de las soluciones varía con el tiempo.
- El espacio de búsqueda tiene muchas restricciones

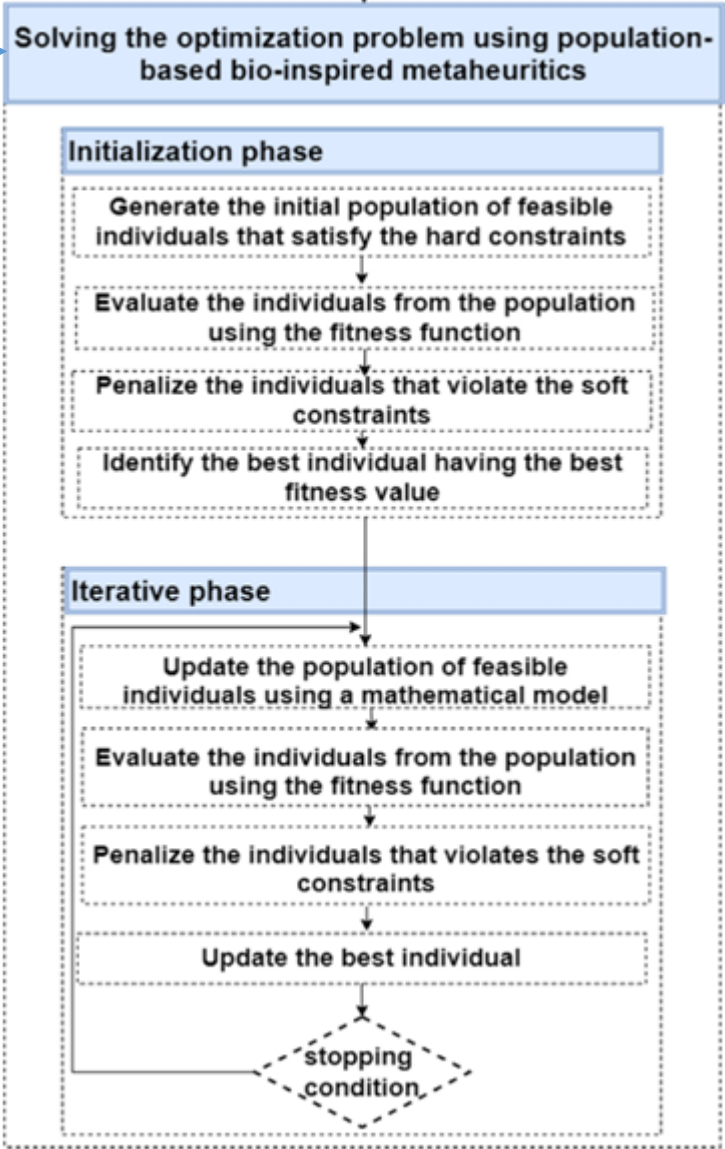
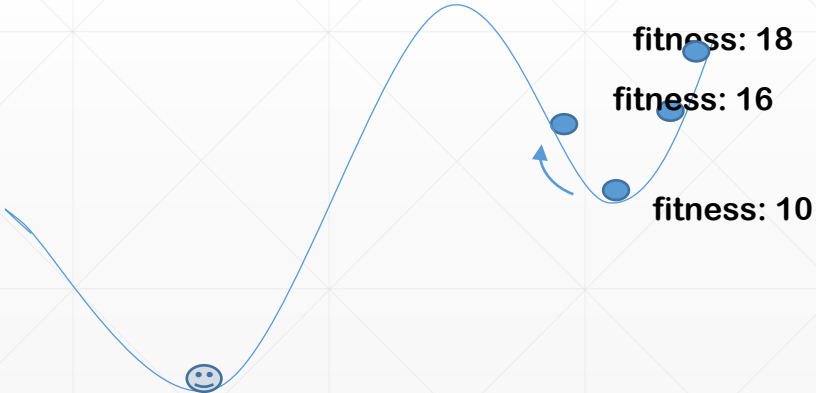
Real world problems are often multi-modal. When OF is highly non linear, the search space is typically multimodal.



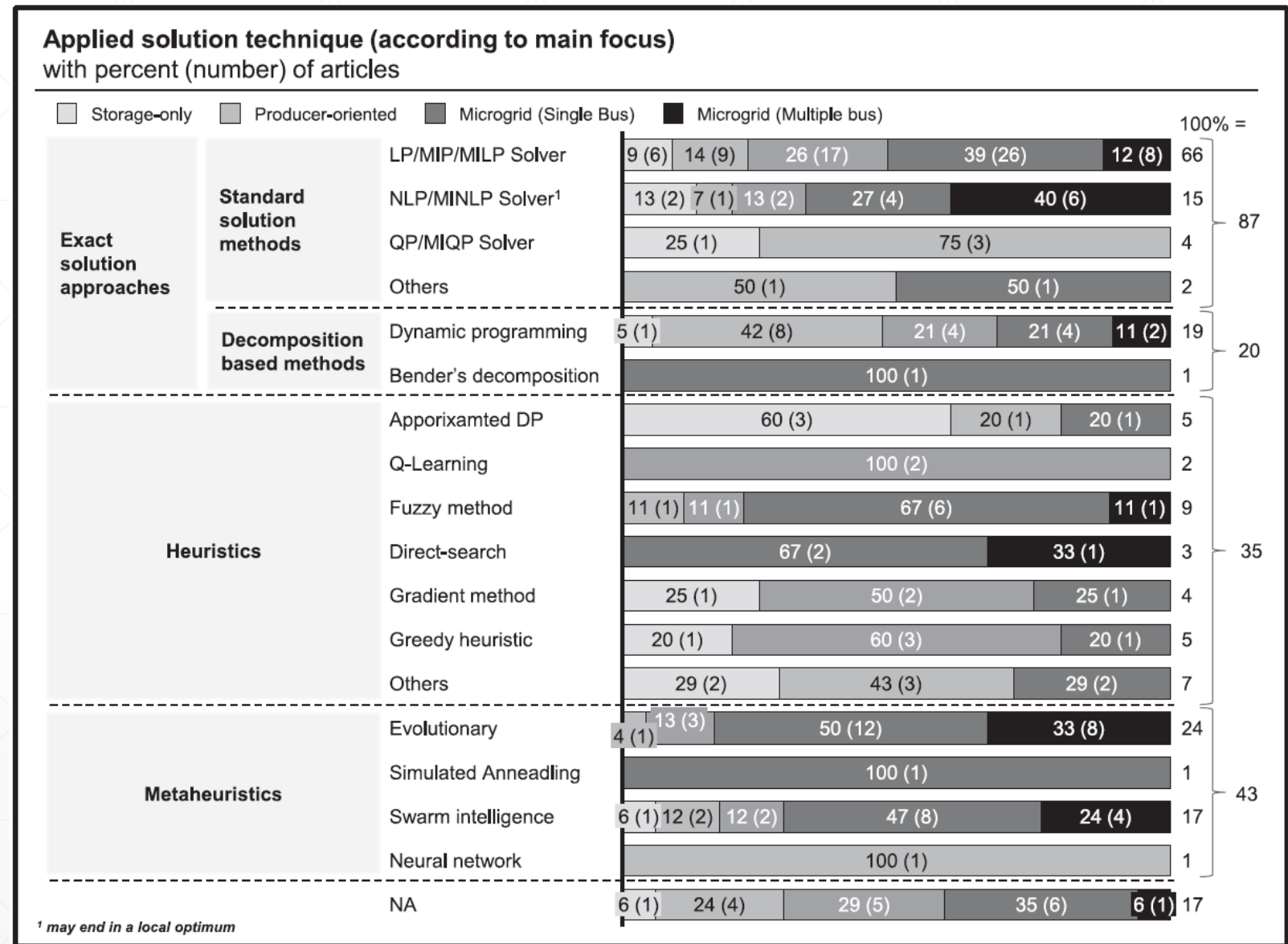
Ejemplos:

- El problema de reconfiguración de Pérdidas Mínimas en los sistemas de distribución de energía es un problema de IP con complejidad exponencial.
- Los problemas que resuelve un EMS en la distribución de energía moderna suelen ser no lineales, enteros mixtos y pueden requerir la minimización de más objetivos.

Ejm: Pasos de un algoritmo bio-inspirado basado en población



Revisión: Técnicas de solución aplicadas



Linear Programming (LP) – Formulación Matemática

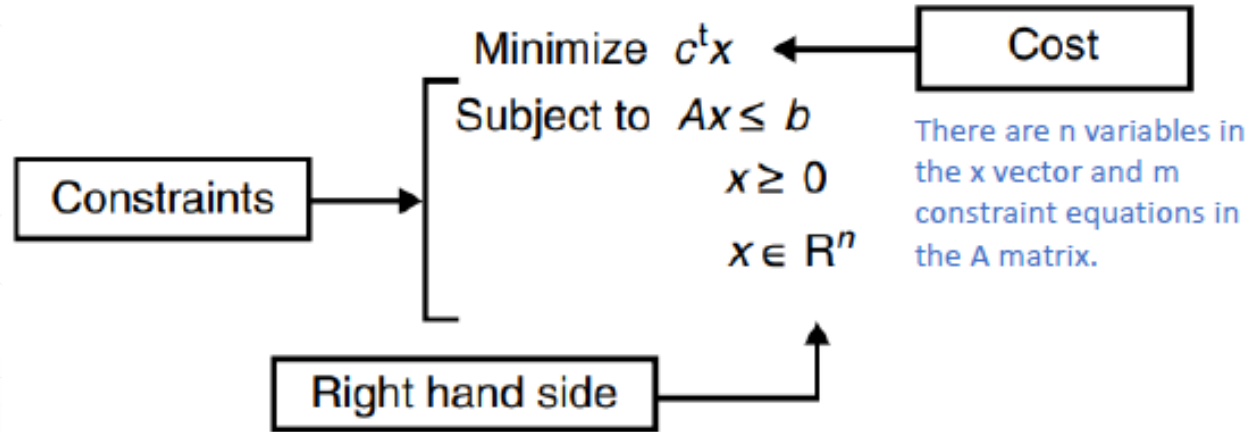
- Formulación de Problema de Optimización:
- $f(x)$ es la Funcion Objetivo
- Las restricciones son definidas mediante igualdades ($h(x)$) y desigualdades

$$\begin{array}{ll} \min \{f(\underline{x})\} & \max \{-f(\underline{x})\} \\ \text{s.t. } \underline{h}(\underline{x}) = \underline{c} & \text{s.t. } \underline{h}(\underline{x}) = \underline{c} \\ \underline{g}(\underline{x}) \leq \underline{b} & \underline{g}(\underline{x}) \leq \underline{b} \end{array}$$

- Linear Programming (LP):

1. $f(\underline{x})$ is a linear function in \underline{x} , i.e., $a_1x_1+a_2x_2+\dots+a_nx_n$
2. All equalities $w_j(\underline{x})=c_j$ are linear functions in \underline{x} .
3. All inequalities $g_k(\underline{x})\leq b_k$ are linear functions in \underline{x} .

Formulación Estándar de LP



x is an unknown $n \times 1$ vector

c is the $n \times 1$ vector of cost coefficients

A is the $m \times n$ matrix of constraint coefficients

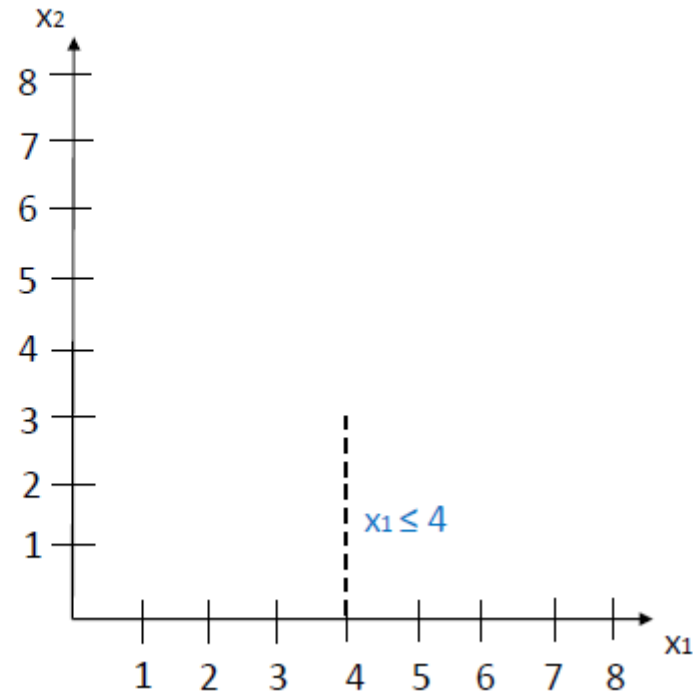
b is the right hand side $m \times 1$ vector

LP – ejemplo:

| | | | |
|--------------|-----------------------|--------|-----------------------|
| Maximize : | $3x_1 + 5x_2$ | → | Objective function |
| Subject to : | $x_1 \leq 4$ | ↘ ↗ | Upper bounds |
| | $x_2 \leq 6$ | | |
| | $3x_1 + 2x_2 \leq 18$ | → | Inequality constraint |
| | $x_1 \geq 0$ | ↘ ↗ | Lower bounds |
| | $x_2 \geq 0$ | | |

LP – ejemplo:

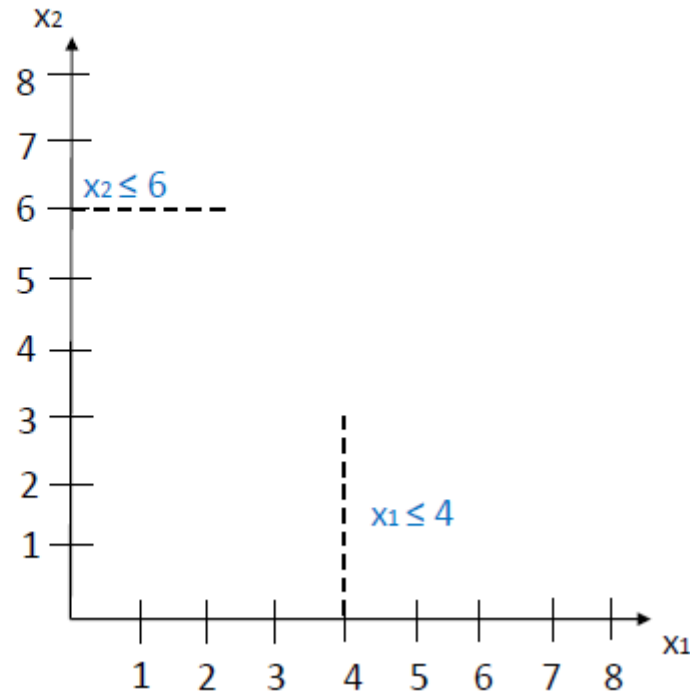
Write the first upper bound: $x_1 \leq 4$



| | |
|--------------|-----------------------|
| Maximize : | $3x_1 + 5x_2$ |
| Subject to : | $x_1 \leq 4$ |
| | $x_2 \leq 6$ |
| | $3x_1 + 2x_2 \leq 18$ |
| | $x_1 \geq 0$ |
| | $x_2 \geq 0$ |

LP – ejemplo:

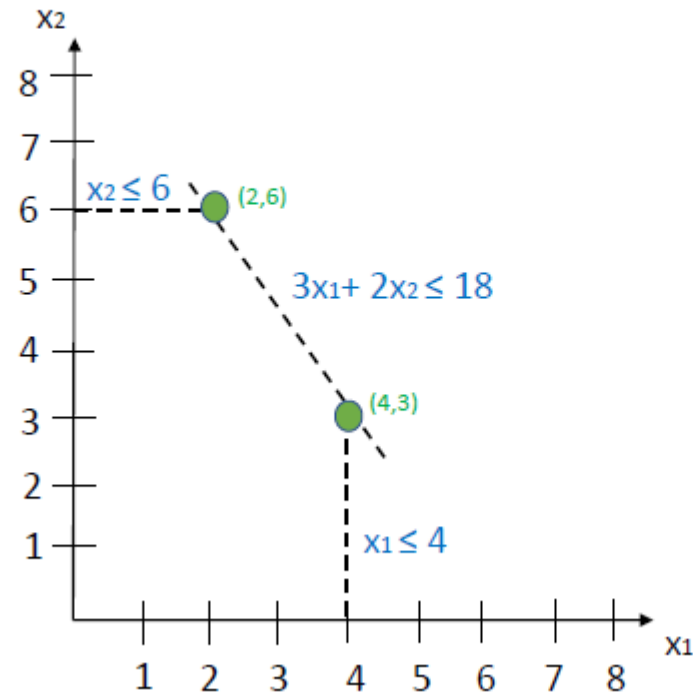
Write the second upper bound: $x_2 \leq 6$



| | |
|--------------|-----------------------|
| Maximize : | $3x_1 + 5x_2$ |
| Subject to : | $x_1 \leq 4$ |
| | $x_2 \leq 6$ |
| | $3x_1 + 2x_2 \leq 18$ |
| | $x_1 \geq 0$ |
| | $x_2 \geq 0$ |

LP – ejemplo:

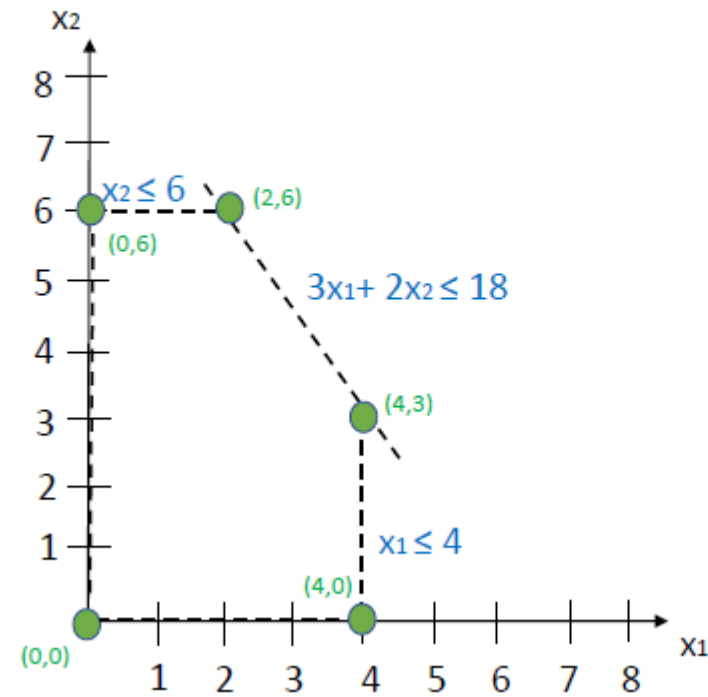
Write the inequality constraint: $3x_1 + 2x_2 \leq 18$



| | |
|--------------|-----------------------|
| Maximize : | $3x_1 + 5x_2$ |
| Subject to : | $x_1 \leq 4$ |
| | $x_2 \leq 6$ |
| | $3x_1 + 2x_2 \leq 18$ |
| | $x_1 \geq 0$ |
| | $x_2 \geq 0$ |

LP – ejemplo:

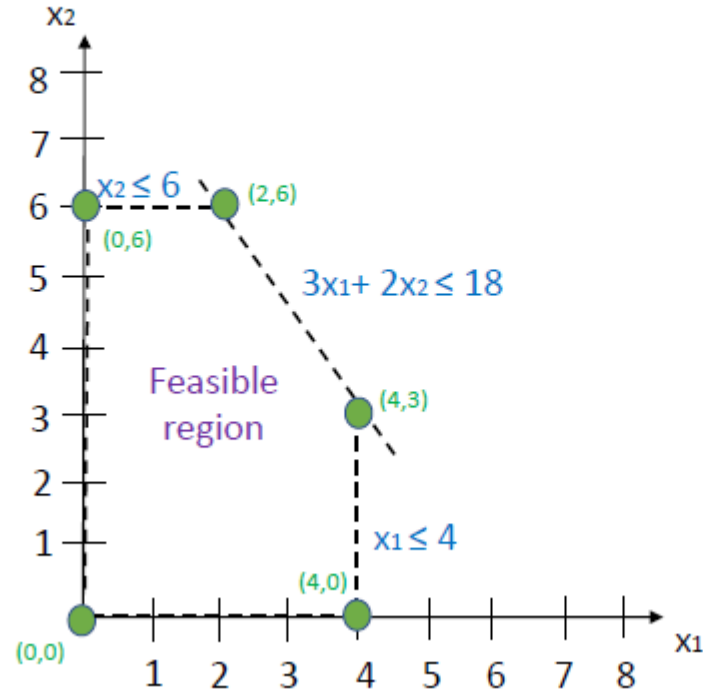
Write the third and fourth lower bounds: $x_1 \geq 0$ and $x_2 \geq 0$



| | |
|--------------|-----------------------|
| Maximize : | $3x_1 + 5x_2$ |
| Subject to : | $x_1 \leq 4$ |
| | $x_2 \leq 6$ |
| | $3x_1 + 2x_2 \leq 18$ |
| | $x_1 \geq 0$ ← |
| | $x_2 \geq 0$ ← |

LP – ejemplo:

Identify the feasible region

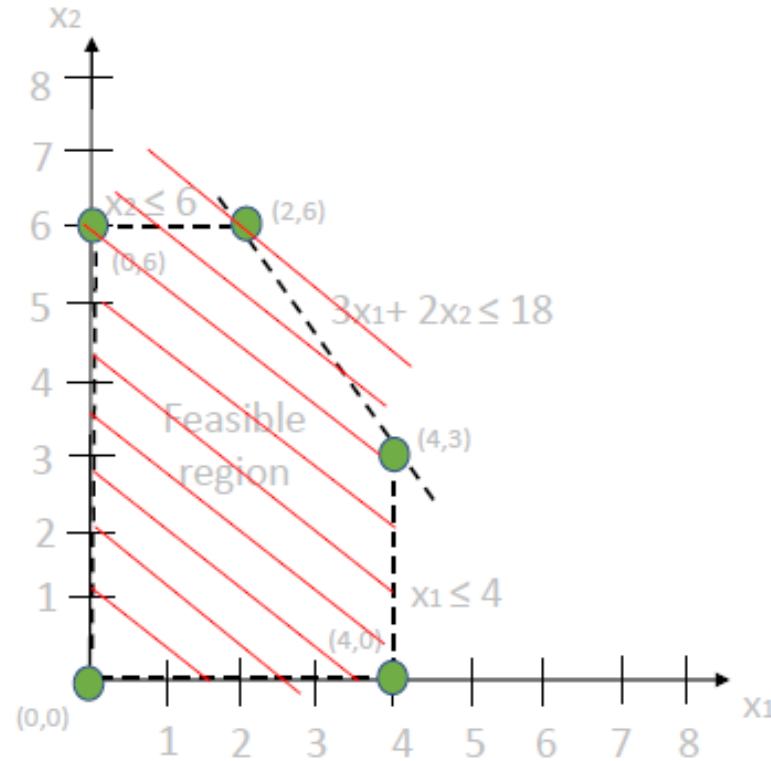


| | |
|--------------|-----------------------|
| Maximize : | $3x_1 + 5x_2$ |
| Subject to : | $x_1 \leq 4$ |
| | $x_2 \leq 6$ |
| | $3x_1 + 2x_2 \leq 18$ |
| | $x_1 \geq 0$ |
| | $x_2 \geq 0$ |

The solution to this LP problem must be somewhere within the “feasible region”!

LP – ejemplo:

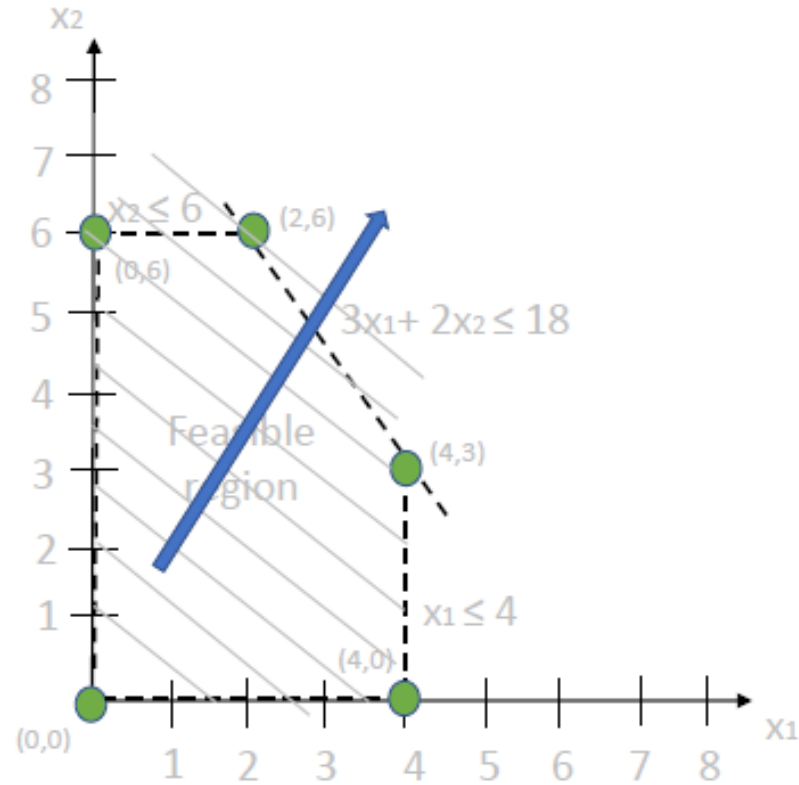
Let's draw the contours of linear functions (objective function)



| | |
|--------------|-----------------------|
| Maximize : | $3x_1 + 5x_2$ |
| Subject to : | $x_1 \leq 4$ |
| | $x_2 \leq 6$ |
| | $3x_1 + 2x_2 \leq 18$ |
| | $x_1 \geq 0$ |
| | $x_2 \geq 0$ |

LP – ejemplo:

Because this is a maximization problem, the solution must be in the positive direction of the coordinate plane

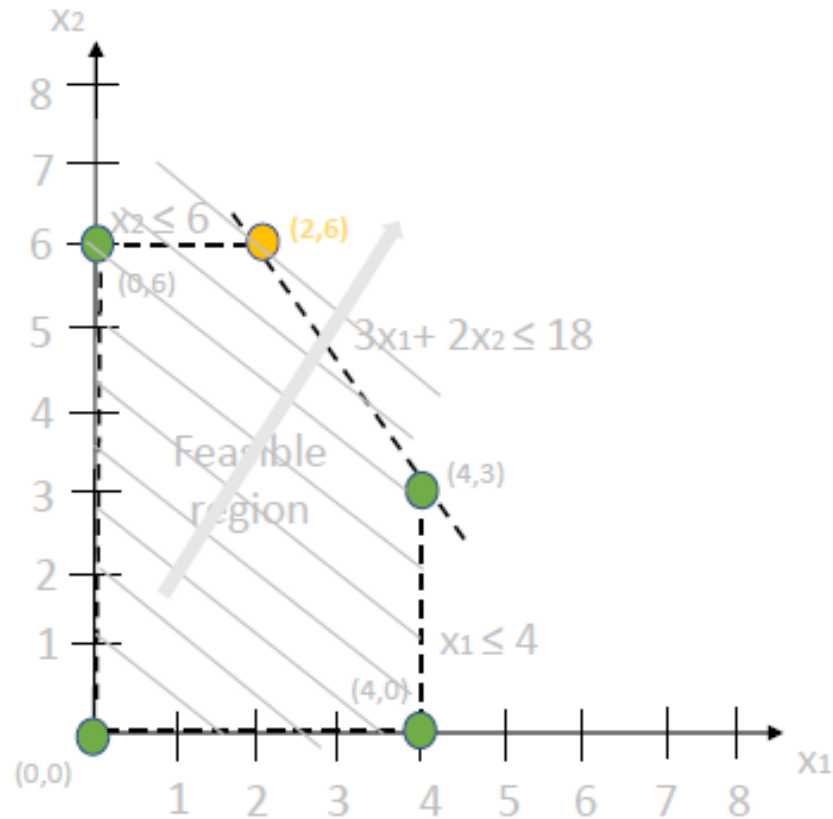


| | |
|--------------|-----------------------|
| Maximize : | $3x_1 + 5x_2$ |
| Subject to : | $x_1 \leq 4$ |
| | $x_2 \leq 6$ |
| | $3x_1 + 2x_2 \leq 18$ |
| | $x_1 \geq 0$ |
| | $x_2 \geq 0$ |

LP – ejemplo:

The solution is the maximum point within the feasible region

Observation:
The solution occurred at a point where two active constraints intersect.



| | |
|--------------|-----------------------|
| Maximize : | $3x_1 + 5x_2$ |
| Subject to : | $x_1 \leq 4$ |
| | $x_2 \leq 6$ |
| | $3x_1 + 2x_2 \leq 18$ |
| | $x_1 \geq 0$ |
| | $x_2 \geq 0$ |

What's the solution if we change the objective function to one of minimization?

EMS – Herramientas para Optimización

Lenguajes de modelado algebraico

Software comercial



Open-source software



Solucionadores programación matemática

LP, MIP



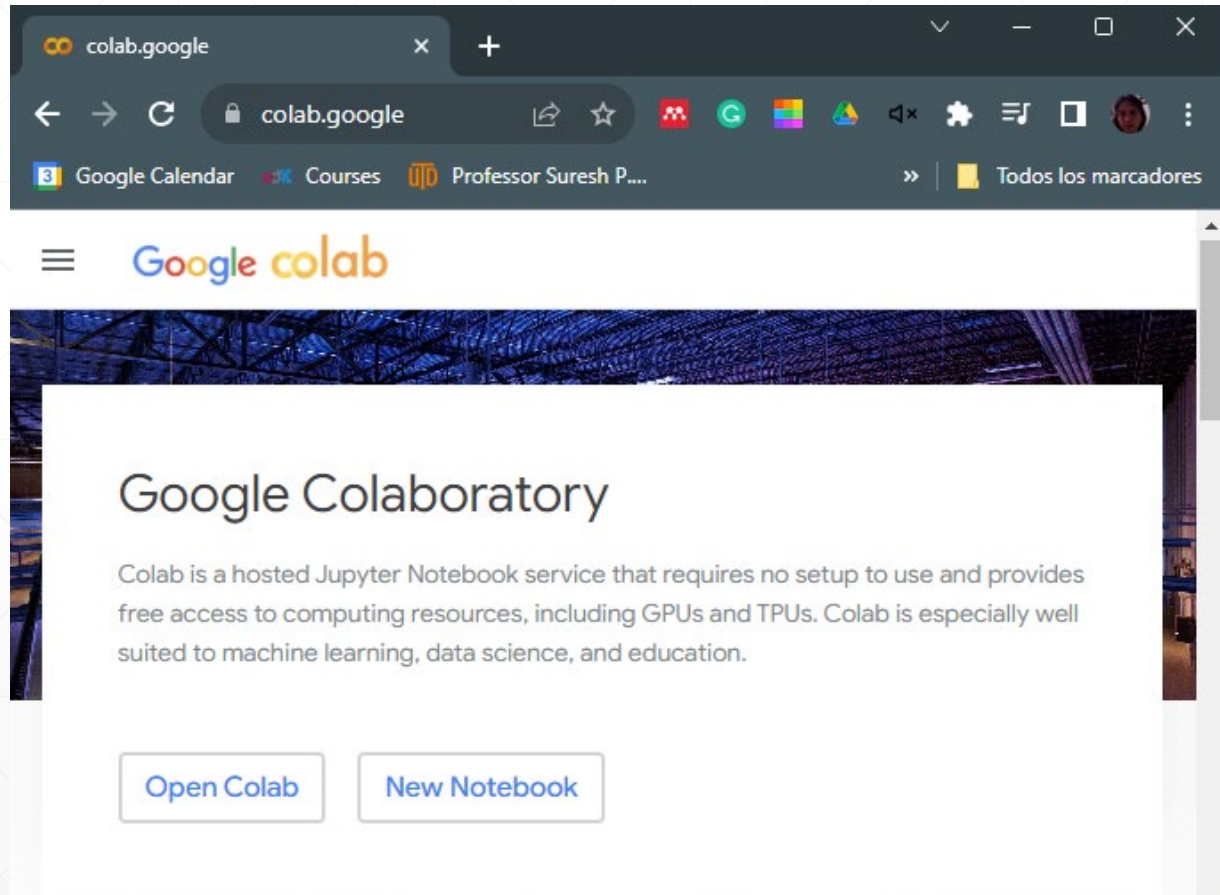
LP, QP and MIP (MILP, MIQP, and MIQCP)



NLP, MINLP



1. Implementación en Pyomo - Colab



```
# 1. Instalación de la librería Pyomo
! pip install pyomo

# 2. Instalar Solver GLPK
!apt-get install -y -qq glpk-utils
```

1. Implementación en Pyomo - Colab

$$\begin{aligned} \text{Maximize: } & 3x_1 + 5x_2 \\ \text{Subject to: } & x_1 \leq 4 \\ & x_2 \leq 6 \\ & 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ & x_1 \geq 0 \\ & x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

```
# 3. Crear el modelo

from pyomo.environ import *

###Crear modelo
modelo = ConcreteModel()

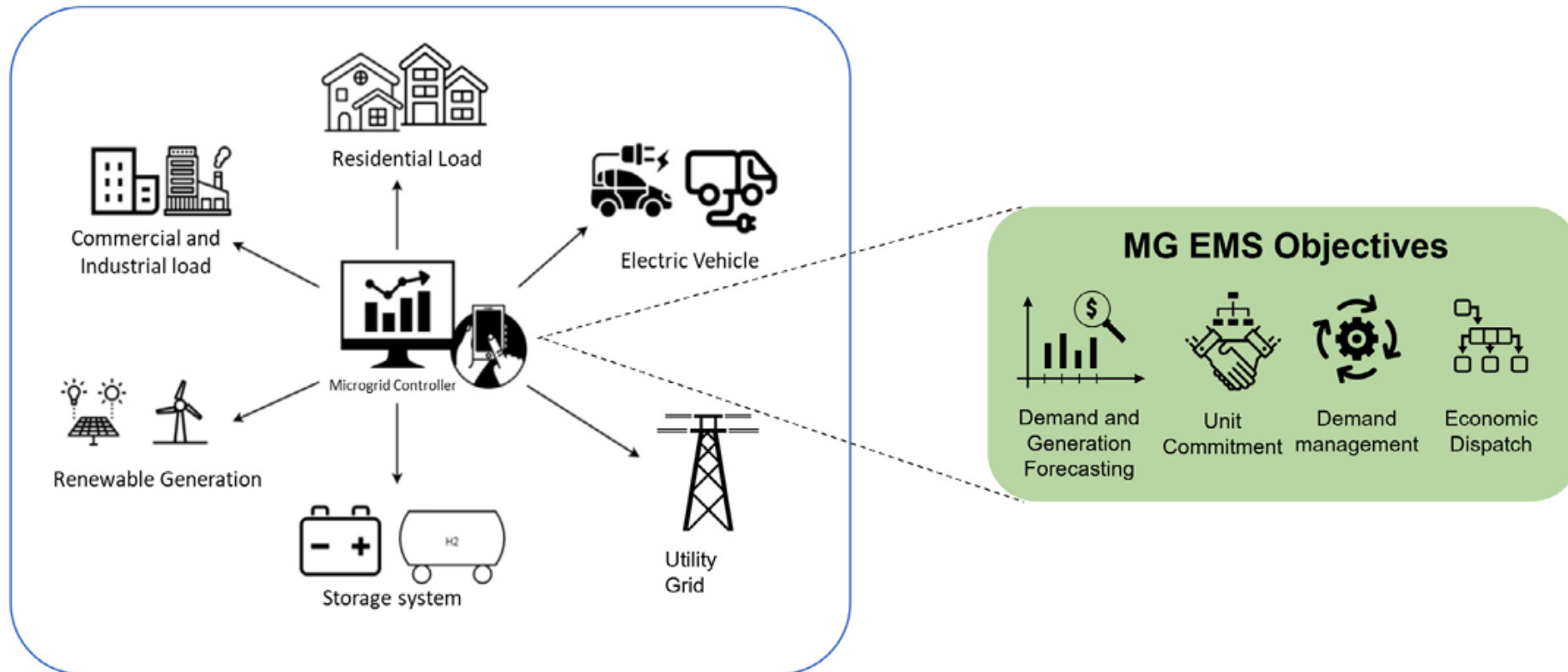
###Declarar las variables de decisión
modelo.x1=Var(within=NonNegativeReals)
modelo.x2=Var(within=NonNegativeReals)

###Declarar la función objetivo
modelo.maximizeZ=Objective(expr=3*modelo.x1+ 5*modelo.x2, sense=maximize)

##Declarar las restricciones
modelo.Constraint1=Constraint(expr=modelo.x1<=4)
modelo.Constraint2=Constraint(expr=modelo.x2<=6)
modelo.Constraint3=Constraint(expr=3*modelo.x1+2*modelo.x2<=18)

## Resolver el modelo
results=SolverFactory('glpk').solve(modelo)
modelo.display()
```

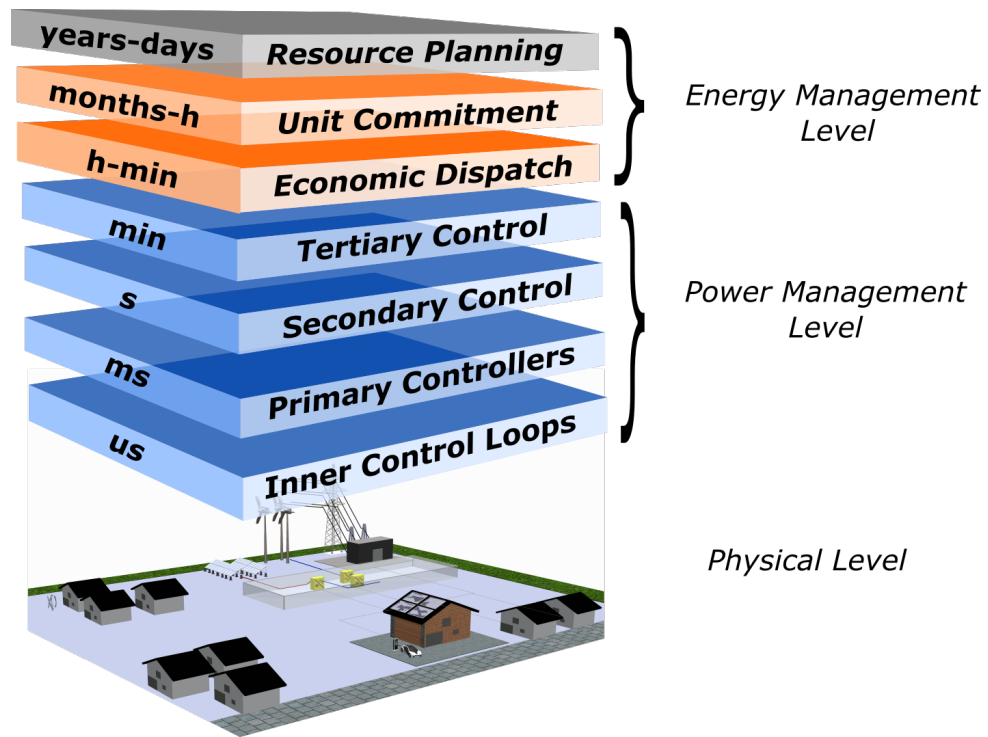
Componentes básicos de una instalacion MG



Seminario: Gestión de Energía en Microrredes Eléctricas – Parte I

Adriana Carolina Luna Hernandez
adriana.luna4@upr.edu



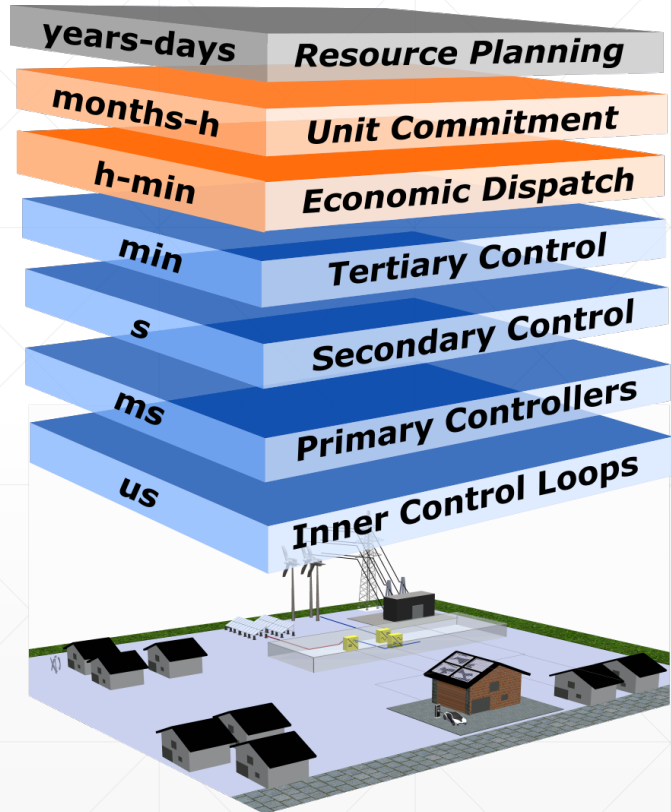


Enfoque de Gestión desde el Punto de vista de la Generación - DER

Gestión de Energía desde el lado de la generación en Sistemas de Potencia

Economic Dispatch
Unit Commitment

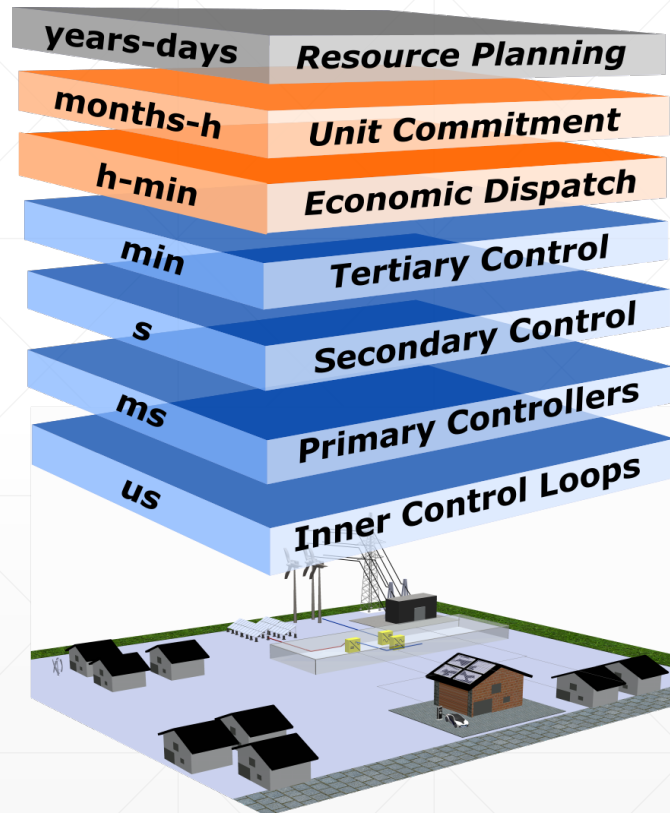
Planificación de recursos - Introducción



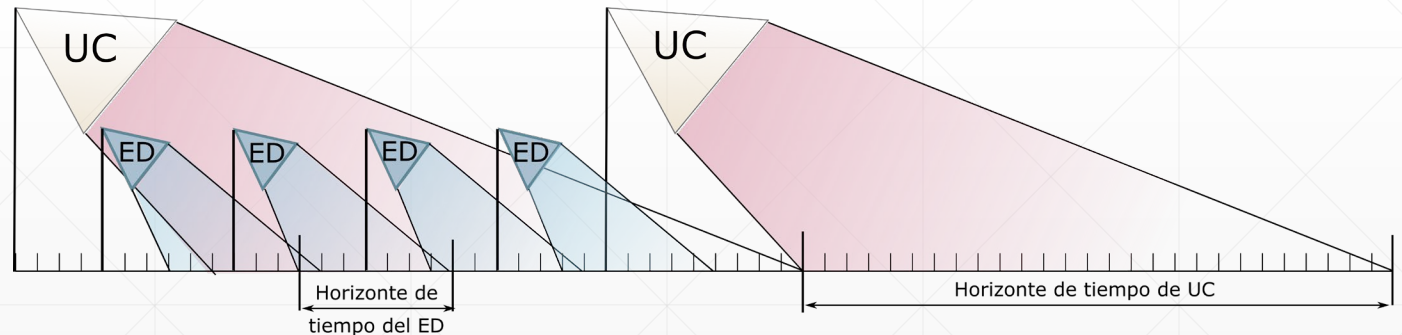
- Carga dada
- Unidades de generación dadas

¿Cuántas nuevas unidades de generación deben construirse o contratarse para satisfacer los requerimientos de demanda bajo ciertos objetivos?

Operación de recursos - Introducción

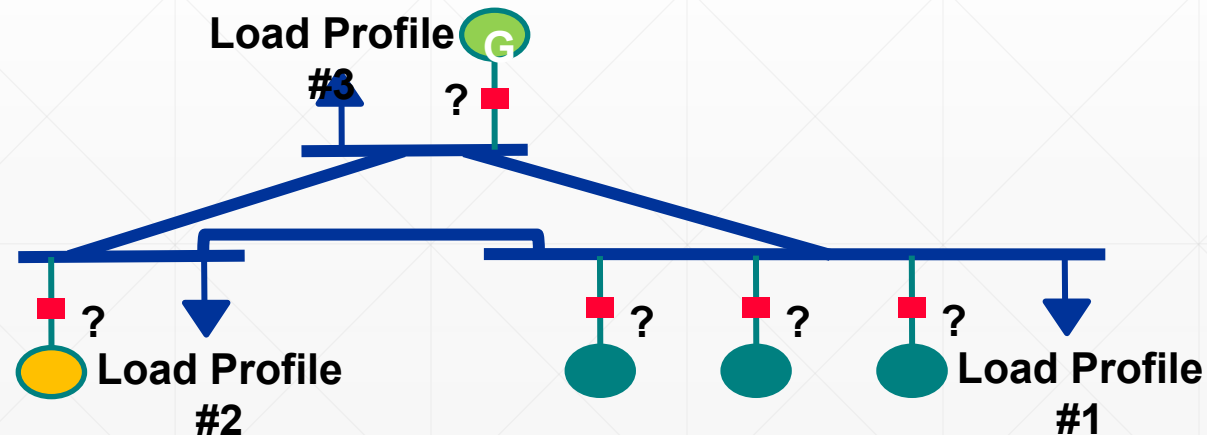


- UC – ¿Qué unidad debe comisionarse?
- ED – ¿Cómo debe operar cada unidad?



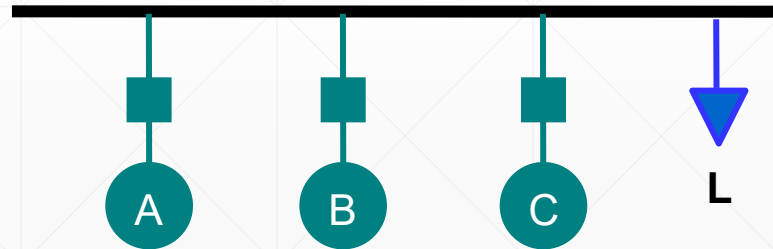
Comisión de unidades - Introducción

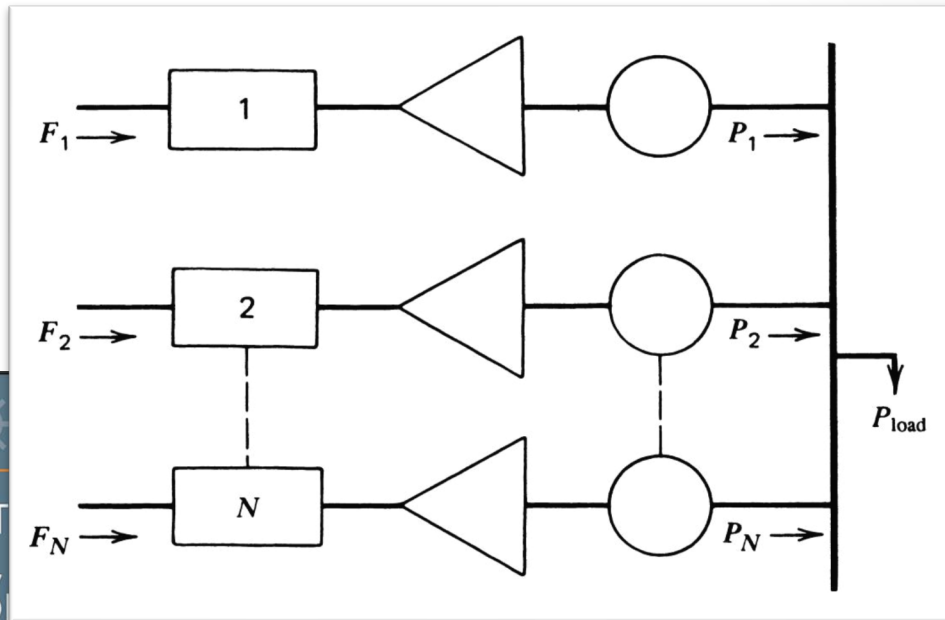
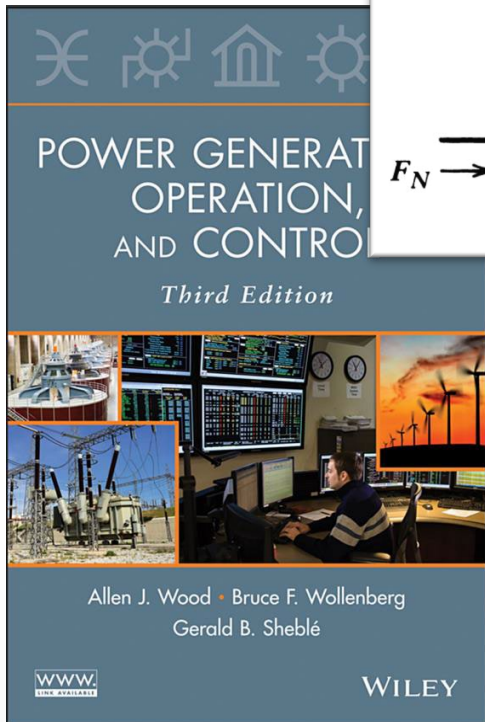
- Dado un Perfil de carga (por ejemplo, valores de la carga para cada hora de un día o valores previstos)
- Dado el conjunto de unidades disponibles
- *¿Cuándo se debe arrancar, detener y cuánto debe generar cada unidad para cumplir con la carga al mínimo costo?*



Despacho Económico - Introducción

- Dada una carga
- Dado un conjunto de unidades en línea
- ¿Cuánto debe generar cada unidad para cubrir esta carga al mínimo costo?





Gestión del Lado de la Generación – Despacho Económico de Sistemas de Potencia

Allen J. Wood and Bruce F. Wollenberg, "Power Generation, Operation, and Control", John Wiley and Sons, Third Edition, 2014.

¿Qué es el despacho económico?

- La definición de despacho económico que se da en el artículo 1234 de la EAct es la siguiente:
 - ✓ *La operación de las unidades de generación para producir energía al menor costo para servir de manera confiable a los consumidores, reconociendo cualquier límite operativo de las instalaciones de generación y transmisión..*
 - Hay dos componentes fundamentales para el despacho económico:
 - ✓ Planificación para el despacho del día siguiente
 - ✓ Despacho del sistema eléctrico hoy
-

¿Qué es el despacho económico?

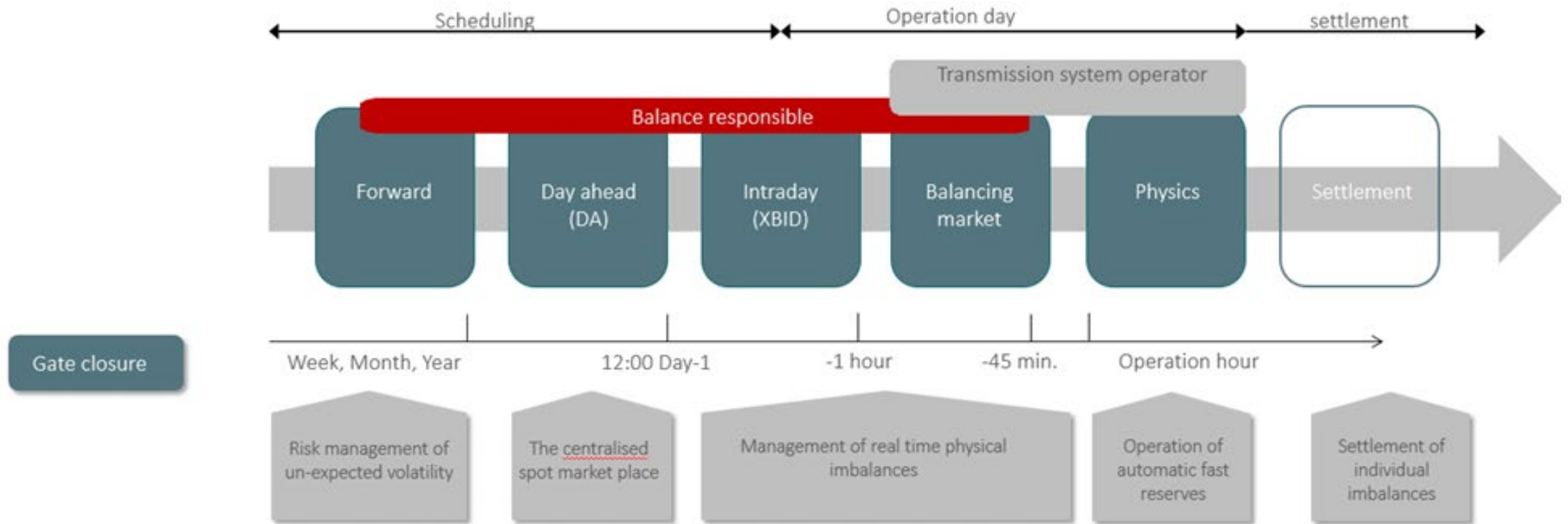


Figure 1: Different markets in the Nordic system operate together, with different time horizons

Planificación para el despacho del día siguiente (Day-ahead)

Programación de unidades generadoras para cada hora del despacho del día siguiente:

- Basado en la **carga prevista (pronosticada)** para el día siguiente
- Selección de las **unidades** generadoras que estarán **en funcionamiento** y disponibles para su despacho al día siguiente (día de operación)
- Reconocer el **límite de operación** de cada unidad generadora, incluyendo su:
 - Velocidad de rampa (la rapidez con la que se puede cambiar la salida del generador)
 - Niveles máximos y mínimos de generación
 - Cantidad mínima de tiempo que el generador debe funcionar
 - Cantidad mínima de tiempo que el generador debe permanecer apagado una vez apagado

Planificación para el despacho del día siguiente (cont.)

- Reconocer las características de la unidad generadora, incluyendo:
 - El costo de generación, que depende de:
 - Su eficiencia (tasa de calor)
 - sus costes operativos variables (combustible y no combustible)
 - Coste variable del cumplimiento de la normativa medioambiental
 - Costes de puesta en marcha
- La programación del día siguiente suele ser realizada por un grupo de generación o un operador de mercado independiente

Planificación para el despacho del día siguiente (cont.)

Evaluación de la confiabilidad

- Analizar las condiciones de carga y transmisión pronosticadas en el área para asegurarse de que el despacho de generación programado pueda cumplir con la carga de manera confiable.
- Si el despacho programado no es factible dentro de los límites del sistema de transmisión, revíselo.
- Esta evaluación de confiabilidad suele ser realizada por un grupo de operaciones de transmisión.

Despachando el sistema de potencia del día (hoy)

- Monitorear la carga, la generación y el intercambio (importaciones/exportaciones) para garantizar el equilibrio de la oferta y la carga
 - Monitoree y mantenga la frecuencia del sistema a 60 Hz durante el despacho de acuerdo con los estándares, utilizando el control automático de generación (AGC) para cambiar el despacho de generación según sea necesario
 - Supervise los horarios de despacho por hora para asegurarse de que el envío de la próxima hora esté equilibrado
- Monitorear los flujos en el sistema de transmisión
 - Mantenga los flujos de transmisión dentro de los límites de confiabilidad
 - Mantenga los niveles de voltaje dentro de los rangos de confiabilidad
 - Tome medidas correctivas, cuando sea necesario, de la siguiente manera:
 - Limitación de nuevos programas de flujo de energía
 - Reducción de los programas de flujo de energía existentes
 - Cambiar el despacho
 - Carga de desprendimiento

Factores que limitan la eficacia del envío para minimizar los costes del cliente

- Tamaño de la zona geográfica en la que se realiza el despacho
- Tipos de recursos de generación en la zona incluidos en la planificación
- Las instalaciones de transmisión y los límites de seguridad de la fiabilidad
- Frecuencia del despacho (por ejemplo, 5 o 15 minutos frente a 1 hora)
- Comunicación de información (por ejemplo, información precisa y actualizada para realizar las funciones de planificación y despacho)
- Herramientas de software para despacho e información (por ejemplo, rápido y confiable)
- Coordinación del despacho entre regiones

Despacho Económico: Formulación

El objetivo del despacho económico es determinar el despacho de generación que minimice el costo operativo instantáneo, sujeto a la restricción de que generación total = carga total + pérdidas

$$\text{Minimize } C_T \triangleq \sum_{i=1}^m C_i(P_{Gi})$$

Subject to:

$$\sum_{i=1}^m P_{Gi} = P_D + P_{Losses}$$

Inicialmente, ignoraremos
los límites del generador y las
pérdidas

Minimización sin restricciones

- Se trata de un problema de minimización con una sola restricción de igualdad
- Para una minimización sin restricciones, una condición necesaria (pero no suficiente) para un mínimo es que el gradiente de la función debe ser cero,

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$$

- El gradiente generaliza la primera derivada para problemas multivariables:

$$\nabla f(\mathbf{x}) \triangleq \left[\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1}, \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_n} \right]$$

Minimización con restricción de igualdad

- Cuando la minimización está restringida con una restricción de igualdad, podemos resolver el problema utilizando el método de los multiplicadores de Lagrange
- La idea clave es representar un problema de minimización restringida como un problema no restringido.

Esto es, para el problema general

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } \mathbf{f}(\mathbf{x}) \\ & \text{s.t. } \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \end{aligned}$$

Definimos el Lagrangiano: $L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{g}(\mathbf{x})$

Entonces una condición necesaria para un mínimo es

$$\nabla_{L_{\mathbf{x}}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{0} \quad \text{and} \quad \nabla_{L_{\boldsymbol{\lambda}}}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = \mathbf{0}$$

Lagrangiano del Despacho Económico

Para el ED tenemos una minimización restringida con una sola restricción de calidad:

$$L(\mathbf{P}_G, \lambda) = \sum_{i=1}^m C_i(P_{Gi}) + \lambda(P_D - \sum_{i=1}^m P_{Gi}) \quad (\text{no losses})$$

Las condiciones necesarias para un mínimo son:

$$\frac{\partial L}{\partial P_{Gi}}(\mathbf{P}_G, \lambda) = \frac{dC_i}{dP_{Gi}}(P_{Gi}) - \lambda = 0 \quad (\text{for } i = 1 \text{ to } m)$$
$$P_D - \sum_{i=1}^m P_{Gi} = 0$$

Ejemplo - Despacho Económico

¿Qué es la ED para un sistema de dos generadores que:

$$P_D = P_{G1} + P_{G2} = 500 \text{ MW}$$

$$C_1(P_{G1}) = 1000 + 20P_{G1} + 0.01P_{G1}^2 \text{ \$/h}$$

$$C_2(P_{G2}) = 400 + 15P_{G2} + 0.03P_{G2}^2 \text{ \$/h}$$

Usando el método multiplicador de Lagrange sabemos:

$$\frac{dC_1}{dP_{G1}}(P_{G1}) - \lambda = 20 + 0.02P_{G1} - \lambda = 0$$

$$\frac{dC_2}{dP_{G2}}(P_{G2}) - \lambda = 15 + 0.06P_{G2} - \lambda = 0$$

$$500 - P_{G1} - P_{G2} = 0$$

Ejemplo - Despacho Económico (cont.)

Por lo tanto, necesitamos resolver un sistema de tres ecuaciones lineales:

$$20 + 0.02P_{G1} - \lambda = 0$$

$$15 + 0.06P_{G2} - \lambda = 0$$

$$500 - P_{G1} - P_{G2} = 0$$

$$\begin{bmatrix} 0.02 & 0 & -1 \\ 0 & 0.06 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20 \\ -15 \\ -500 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} P_{G1} \\ P_{G2} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 312.5 \text{ MW} \\ 187.5 \text{ MW} \\ 26.2 \text{ \$/MWh} \end{bmatrix}$$

Método de Solución de Iteración de Lambda

- Este método requiere un mapeo único de un valor de lambda (costo marginal) a la salida de MW de cada generador: $P_{Gi}(\lambda)$
- Para cualquier elección de lambda (costo marginal común), los generadores producen colectivamente una producción total de MW
- El método comienza con valores de lambda por debajo y por encima del valor óptimo (que corresponde a una salida total demasiado baja y excesiva) y, a continuación, se aproxima al valor óptimo de forma iterativa.

Escoge λ^L y λ^H tal que:

$$\sum_{i=1}^m P_{Gi}(\lambda^L) - P_D < 0$$
$$\sum_{i=1}^m P_{Gi}(\lambda^H) - P_D > 0$$

While $|\lambda^H - \lambda^L| > \varepsilon$ Do

$$\lambda^M = (\lambda^H + \lambda^L)/2$$

If $\sum_{i=1}^m P_{Gi}(\lambda^M) - P_D > 0$ Then
 $\lambda^H = \lambda^M$

Else
 $\lambda^L = \lambda^M$

End While

Ejemplo – Iteración de Lambda

Considere un sistema de tres generadores con:

$$\begin{aligned}IC_1(P_{G1}) &= 15 + 0.02P_{G1} = \lambda \text{ \$/MWh} \\IC_2(P_{G2}) &= 20 + 0.01P_{G2} = \lambda \text{ \$/MWh} \\IC_3(P_{G3}) &= 18 + 0.025P_{G3} = \lambda \text{ \$/MWh}\end{aligned}$$

$$P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} = 1000\text{MW}$$

Reescribiendo la generación en función de λ , $P_{Gi}(\lambda)$, tenemos:

$$P_{G1}(\lambda) = \frac{\lambda - 15}{0.02}; P_{G2}(\lambda) = \frac{\lambda - 20}{0.01}; P_{G3}(\lambda) = \frac{\lambda - 18}{0.025}$$

Ejemplo – Iteración de Lambda (cont.)

Pick: λ^L , so: $\sum_{i=1}^m P_{Gi}(\lambda^L) - 1000 < 0$ and $\sum_{i=1}^m P_{Gi}(\lambda^H) - 1000 > 0$

Try: $\lambda^L = 20$, then:

$$\sum_{i=1}^m P_{Gi}(20) - 1000 = \frac{\lambda - 15}{0.02} + \frac{\lambda - 20}{0.01} + \frac{\lambda - 18}{0.025} - 1000 = -670 \text{ MW}$$

Try: $\lambda^H = 30$, then:

$$\sum_{i=1}^m P_{Gi}(30) - 1000 = 1230 \text{ MW}$$

Ejemplo – Iteración de Lambda (cont.)

Pick convergence tolerance $\varepsilon = 0.05$ \$/MWh

Then iterate since $|\lambda^H - \lambda^L| > 0.05$

$$\lambda^M = (\lambda^H + \lambda^L)/2 = (30 + 25)/2 = 25$$

Then since $\sum_{i=1}^m P_{Gi}(25) - 1000 = 280$ we set $\lambda^H = 25$

Since $|25 - 20| > 0.05$

$$\lambda^M = (25 + 20)/2 = 22.5$$

$\sum_{i=1}^m P_{Gi}(22.5) - 1000 = -195$ we set $\lambda^L = 22.5$

Continue iterating until:

$$|\lambda^H - \lambda^L| < 0.05$$

El valor de solución de λ , λ^* , es de **23,53** \$/MWh. Una vez que se conoce λ^* , podemos calcular P_{Gi} :

$$P_{G1}(23.5) = \frac{23.53 - 15}{0.02} = 426 \text{ MW}$$
$$P_{G2}(23.5) = \frac{23.53 - 20}{0.01} = 353 \text{ MW}$$
$$P_{G3}(23.5) = \frac{23.53 - 18}{0.025} = 221 \text{ MW}$$

Límite de Generación de MW

- Los generadores tienen límites en la cantidad mínima y máxima de energía que pueden producir
- Normalmente, el límite mínimo no es cero.
- Debido a la variación económica del sistema, por lo general, muchos generadores en un sistema funcionan a sus límites máximos de MW:
 - Los generadores de carga base están en sus límites máximos, excepto durante las horas valle.

En el método de iteración de lamda, los límites se tienen en cuenta al calcular $P_{Gi}(\lambda)$:

$$\text{If } P_{Gi} > P_{Gi,max} \text{ then } P_{Gi}(\lambda) = P_{Gi,max}$$

$$\text{If } P_{Gi} < P_{Gi,min} \text{ then } P_{Gi}(\lambda) = P_{Gi,min}$$

Ejemplo – Iteración de Lambda con Límite de Generación

En el ejemplo anterior, los tres generadores asumen las mismas características de coste pero también con límites:

$$0 \leq P_{G1} \leq 300 \text{ MW}; \quad 100 \leq P_{G2} \leq 500 \text{ MW} \quad 200 \leq P_{G3} \leq 600 \text{ MW}$$

Con los límites, tenemos:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m P_{Gi}(20) - 1000 &= P_{G1}(20) + P_{G2}(20) + P_{G3}(20) - 1000 \\ &= 250 + 100 + 200 - 1000 = -450 \text{ MW (compared to } -670 \text{ MW)} \\ \sum_{i=1}^m P_{Gi}(30) - 1000 &= 300 + 500 + 480 - 1000 = 280 \text{ MW} \\ &\text{(compared to } 1230 \text{ MW)} \end{aligned}$$

Ejemplo – Iteración de Lambda con Límite de Generación (cont.)

De nuevo, continuamos iterando hasta que se cumple la condición de convergencia.

Con límites, la solución final de λ es de **24,43 \$/MWh**

(frente a 23,53 \$/MWh sin límites !!)

Los límites máximos siempre harán que λ aumente o permanezca igual.

La solución final es:

$$P_{G1}(24.43) = 300 \text{ MW (at maximum limit)}$$

$$P_{G2}(24.43) = 443 \text{ MW}$$

$$P_{G3}(24.43) = 257 \text{ MW}$$

Inclusión de las pérdidas de transmisión

- Las pérdidas en el sistema de transmisión deben incluirse al hacer el despacho económico.
- En general, el uso de generadores más cercanos a la carga da como resultado menores pérdidas
- Las pérdidas, PL, se pueden incluir reescribiendo ligeramente el lagrangiano:

$$L(\mathbf{P}_G, \lambda) = \sum_{i=1}^m C_i(P_{Gi}) + \lambda \left(P_D + P_L(P_G) - \sum_{i=1}^m P_{Gi} \right)$$

- Las condiciones necesarias para un mínimo son ahora:

$$\frac{\partial L}{\partial P_{Gi}}(\mathbf{P}_G, \lambda) = \frac{dC_i}{dP_{Gi}}(P_{Gi}) - \lambda \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}(P_G) \right) = 0$$
$$P_D + P_L(P_G) - \sum_{i=1}^m P_{Gi} = 0$$

Impacto de las pérdidas de transmisión (cont)

Resolviendo λ , obtenemos:

$$\frac{dC_i}{dP_{Gi}}(P_{Gi}) - \lambda \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}(P_G) \right) = 0$$
$$\lambda = \frac{1}{\left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}(P_G) \right)} \frac{dC_i}{dP_{Gi}}(P_{Gi})$$

Definiendo el factor de penalización L_i para el i -ésimo generador

$$L_i = \frac{1}{\left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}(P_G) \right)}$$

El factor de penalización en el bus Slack es siempre la unidad!

Impacto de las pérdidas de transmisión (cont)

La condición para un despacho óptimo con pérdidas es entonces:

$$L_1 IC_1(P_{G1}) = L_2 IC_2(P_{G2}) = L_m IC_m(P_{Gm}) = \lambda$$

Si el aumento del P_{Gi} aumenta las pérdidas, entonces:

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}(P_G) > 0 \Rightarrow L_i > 1.0$$

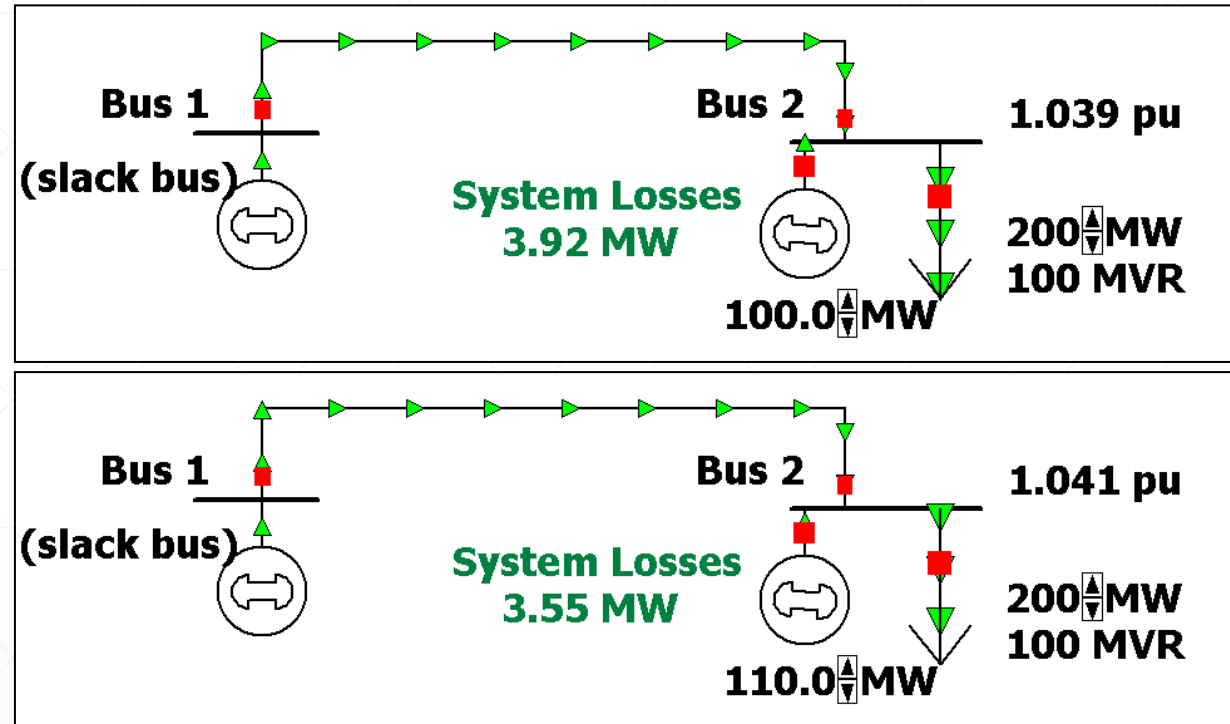
- Esto hace que el generador i parezca más caro (es decir, está penalizado). Del mismo modo, $L_i < 1.0$ hace que un generador parezca menos costoso

Cálculo de Factor de Penalización

Infortunadamente, el cálculo analítico de L_i es algo complicado. El problema es que un pequeño cambio en la generación en P_{Gi} afecta a los flujos y, por lo tanto, a las pérdidas en todo el sistema. Sin embargo, usando un flujo de potencia se puede aproximar esta función haciendo un pequeño cambio en P_{Gi} y luego viendo cómo cambian las pérdidas:

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}(P_G) \approx \frac{\Delta P_L}{\Delta P_{Gi}} ; L_i \approx \frac{1}{1 - \frac{\Delta P_L}{\Delta P_{Gi}}}$$

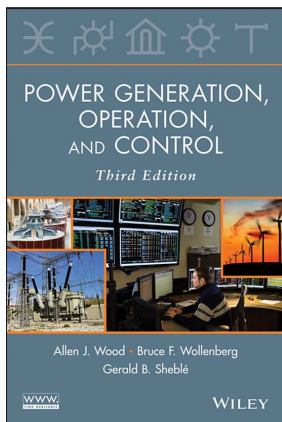
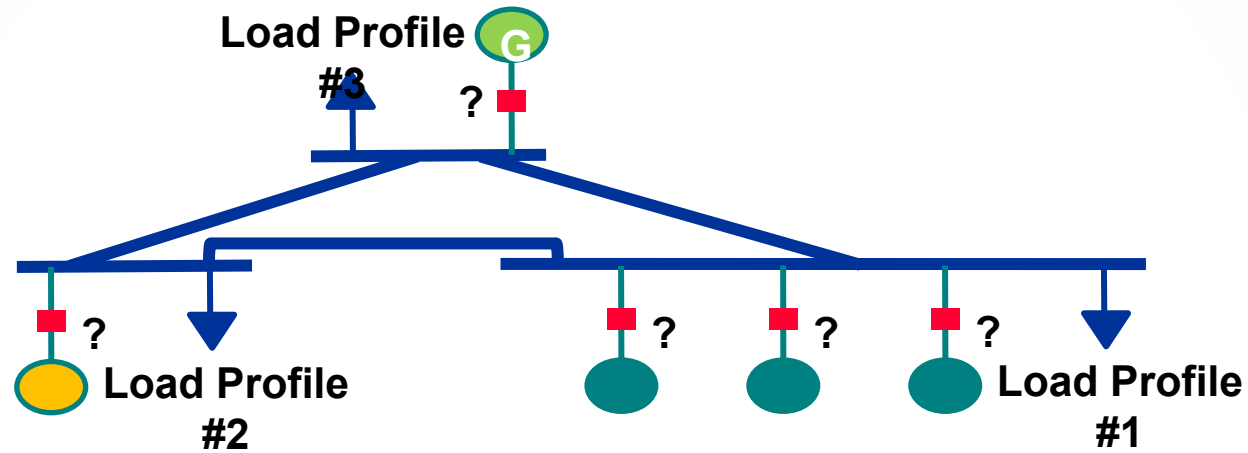
Ejemplo - Cálculo de Factor de Penalización en sistema de dos buses



$$\frac{\partial P_L}{\partial P_{G2}}(P_G) = -0.0387 \rightarrow \frac{\Delta P_L}{\Delta P_{G2}} = \frac{-0.37 \text{ MW}}{10 \text{ MW}} = -0.037$$

$$L_2 = 0.9627 \rightarrow L_2 \approx 0.9643$$

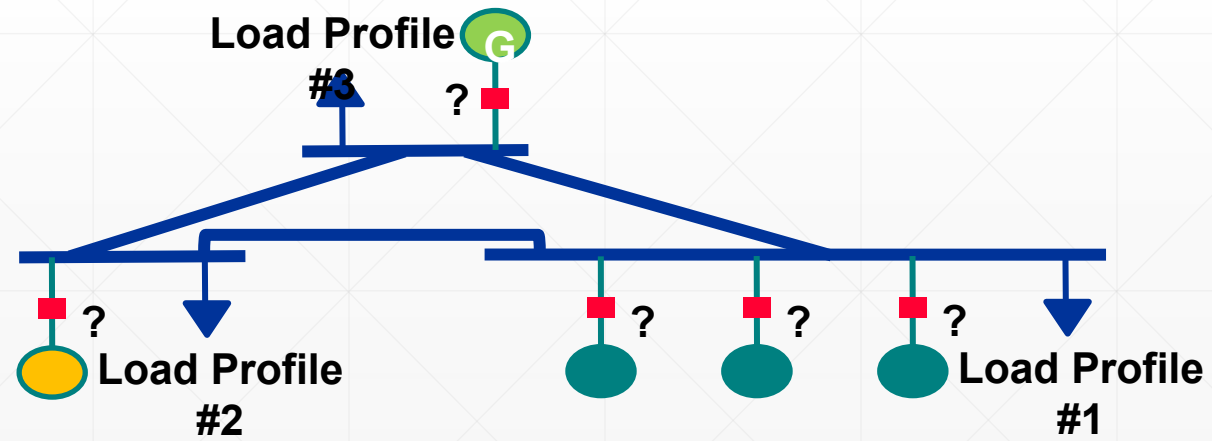
Gestión del Lado de la Generación – Comisión de Unidades en Sistemas de Potencia



Allen J. Wood and Bruce F. Wollenberg, "Power Generation, Operation, and Control", John Wiley and Sons, Third Edition, 2014.

Comisión de unidades - Introducción

- Dado un Perfil de carga (por ejemplo, valores de la carga para cada hora de un día o valores previstos)
- Dado el conjunto de unidades disponibles
- *¿Cuándo se debe arrancar, detener y cuánto debe generar cada unidad para cumplir con la carga al mínimo costo?*



Unit Commitment – Ejemplo simple

- Unit 1:
 $P_{\min} = 250 \text{ MW}, P_{\max} = 600 \text{ MW}$
 $C_1 = 510.0 + 7.9 P_1 + 0.00172 P_1^2 \text{ \$/h}$
- Unit 2:
 $P_{\min} = 200 \text{ MW}, P_{\max} = 400 \text{ MW}$
 $C_2 = 310.0 + 7.85 P_2 + 0.00194 P_2^2 \text{ \$/h}$
- Unit 3:
 $P_{\min} = 150 \text{ MW}, P_{\max} = 500 \text{ MW}$
 $C_3 = 78.0 + 9.56 P_3 + 0.00694 P_3^2 \text{ \$/h}$
- ¿Qué combinación de unidades 1, 2 y 3 producirá 550 MW a un costo mínimo?
- ¿Cuánto debe generar cada unidad de esa combinación?

Unit Commitment – Ejemplo Simple

| 1 | 2 | 3 | P_{min} | P_{max} | P_1 | P_2 | P_3 | C_{total} |
|------------|------------|------------|-----------|-----------|-------|-------|-------|-------------|
| <i>Off</i> | <i>Off</i> | <i>Off</i> | | | | | | |
| <i>Off</i> | <i>Off</i> | <i>On</i> | | | | | | |
| <i>Off</i> | <i>On</i> | <i>Off</i> | | | | | | |
| <i>Off</i> | <i>On</i> | <i>On</i> | | | | | | |
| <i>On</i> | <i>Off</i> | <i>Off</i> | | | | | | |
| <i>On</i> | <i>Off</i> | <i>On</i> | | | | | | |
| <i>On</i> | <i>On</i> | <i>Off</i> | | | | | | |
| <i>On</i> | <i>On</i> | <i>On</i> | | | | | | |

Unit Commitment – Observaciones de ejemplo

Muy pocas unidades comprometidas:

- Puede no satisfacer la demanda

No hay suficientes unidades comprometidas:

- Algunas unidades funcionan por encima del nivel óptimo

Muchas unidades comprometidas:

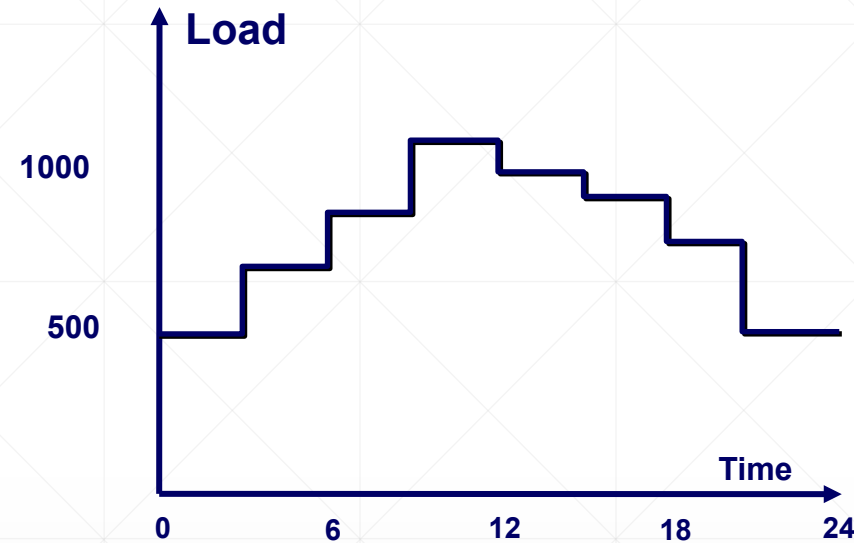
- Algunas unidades por debajo del nivel óptimo

Demasiadas unidades comprometidas:

- La generación mínima supera la demanda

El coste sin carga afecta a la elección de la combinación óptima

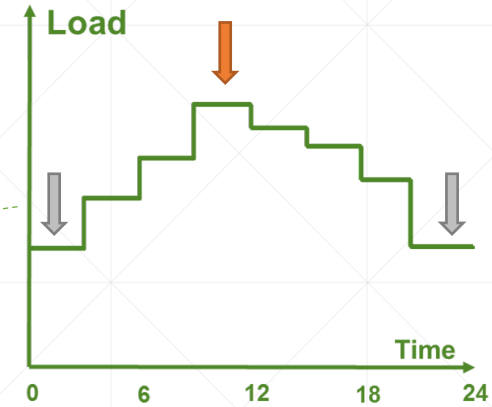
Unit Commitment – Un ejemplo más ambicioso



- Programa de generación óptimo para un perfil de carga
- Descomponer el perfil en un conjunto de puntos
- Supongamos que la carga es constante durante cada período
- Para cada período de tiempo, ¿qué unidades deben comprometerse a generar a un costo mínimo durante ese período?

Unit Commitment – Un ejemplo más ambicioso

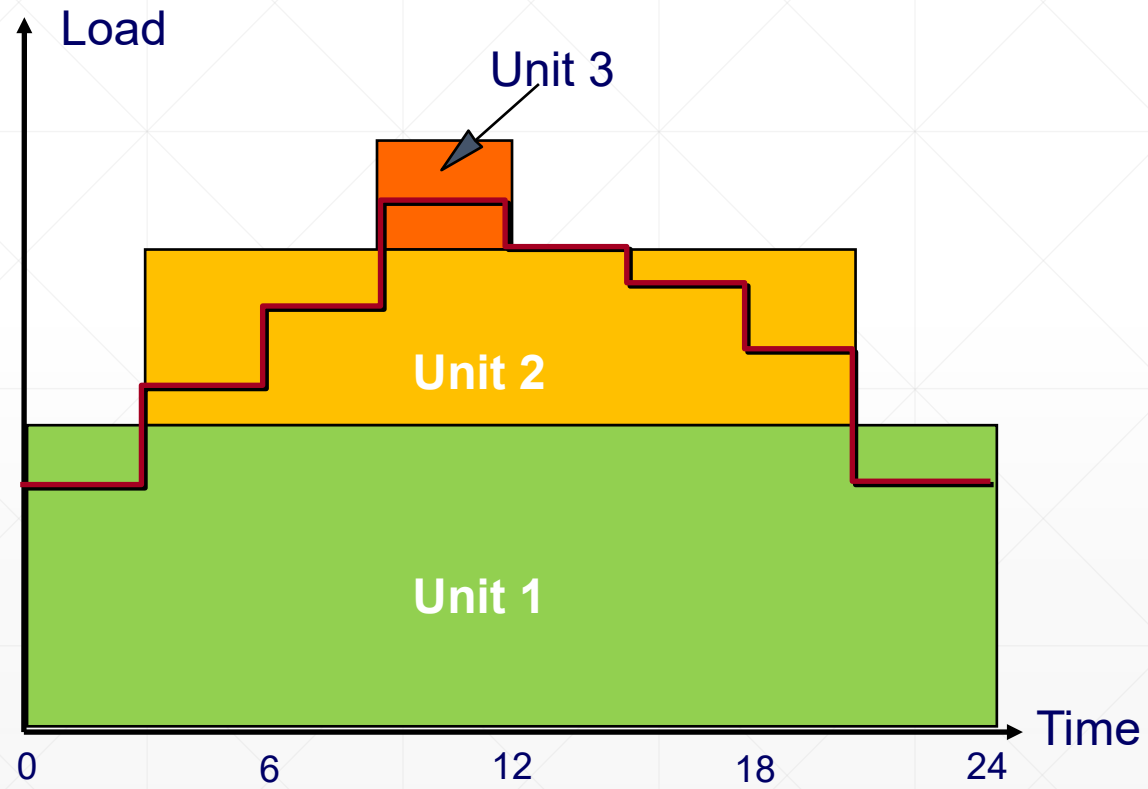
Combinación óptima a cada hora



| Load | Unit 1 | Unit 2 | Unit 3 |
|------|--------|--------|--------|
| 1100 | On | On | On |
| 1000 | On | On | Off |
| 900 | On | On | Off |
| 800 | On | On | Off |
| 700 | On | On | Off |
| 600 | On | Off | Off |
| 500 | On | Off | Off |

Unit Commitment – Un ejemplo más ambicioso

Hacer coincidir la combinación con la carga

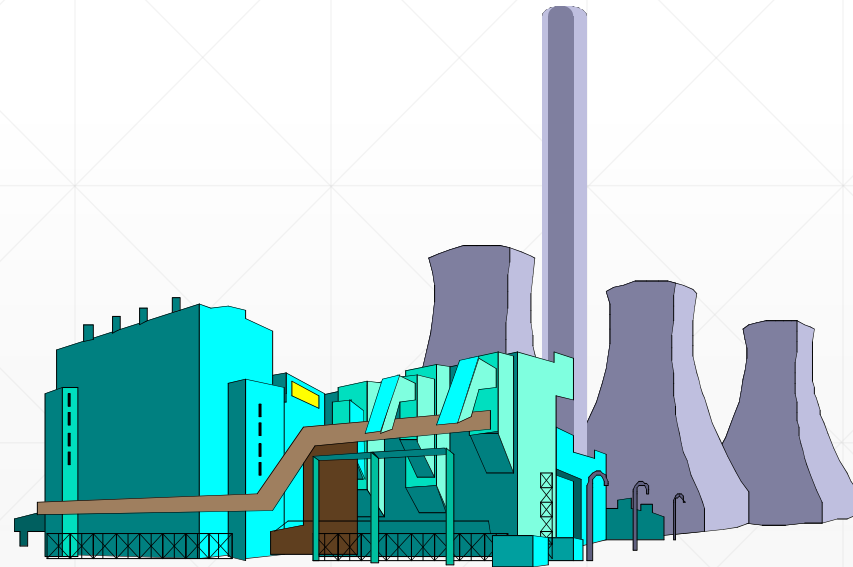


Unit Commitment – Cuestiones

- **Debe tener en cuenta las restricciones**
 - Restricciones de la unidad
 - Restricciones del sistema
- **Algunas restricciones crean un vínculo entre los períodos**
- **Costes de puesta en marcha**
 - Costo incurrido cuando ponemos en marcha una unidad generadora
 - Las diferentes unidades tienen diferentes costos de puesta en marcha

Unit Commitment – Cuestiones

- Restricciones que afectan a cada unidad individualmente:
 - Maximum generating capacity
 - Minimum stable generation
 - Minimum “up time”
 - Minimum “down time”
 - Ramp rate



Unit Commitment – Notación

$u(i,t)$: Status of unit i at period t

$u(i,t) = 1$: Unit i is on during period t

$u(i,t) = 0$: Unit i is off during period t

$x(i,t)$: Power produced by unit i during period t

Unit Commitment – Restricciones

- Minimum up time
 - Una vez que una unidad está funcionando, es posible que no se apague inmediatamente:

$$\text{If } u(i,t) = 1 \text{ and } t_i^{up} < t_i^{up,\min} \text{ then } u(i,t+1) = 1$$

- Minimum down time
 - Una vez que se apaga una unidad, es posible que no se encienda inmediatamente:

$$\text{If } u(i,t) = 0 \text{ and } t_i^{down} < t_i^{down,\min} \text{ then } u(i,t+1) = 0$$

Unit Commitment – Restricciones

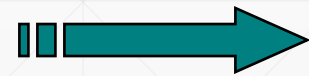
- Maximum ramp rates
 - Para evitar dañar la turbina, la potencia eléctrica de una unidad no puede cambiar más de una cierta cantidad durante un período de tiempo:

Maximum ramp up rate constraint:



$$x(i, t+1) - x(i, t) \leq \Delta P_i^{up, max}$$

Maximum ramp down rate constraint:



$$x(i, t) - x(i, t+1) \leq \Delta P_i^{down, max}$$

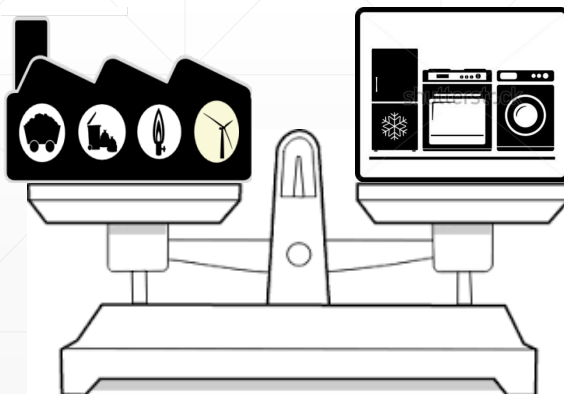
Unit Commitment – Restricciones

- Restricciones que afectan a más de una unidad
 - ✓ Balance de carga/generación
 - ✓ Capacidad de generación de reserva
 - ✓ Limitaciones de emisiones
 - ✓ Restricciones de red

Unit Commitment – Restricción de equilibrio de carga/generación

$$\sum_{i=1}^N u(i,t)x(i,t) = L(t)$$

N : Set of available units



Unit Commitment – Restricción de capacidad de reserva

- La pérdida imprevista de una unidad generadora o de una interconexión provoca una caída de frecuencia inaceptable si no se corrige rápidamente
- Necesidad de aumentar la producción de otras unidades para mantener la caída de frecuencia dentro de límites aceptables
- El rápido aumento de la producción solo es posible si no todas las unidades comprometidas funcionan a su máxima capacidad:

$$\sum_{i=1}^N u(i, t) P_i^{max}$$

R(t): Reserve requirement at time t

Unit Commitment – ¿Cuánta reserva?

- Proteger el sistema contra "interrupciones creíbles"
- Criterios deterministas:
 - Capacidad de la unidad más grande o de la interconexión
 - Porcentaje de carga máxima
- Criterios probabilísticos:
 - Tiene en cuenta el número y el tamaño de las unidades comprometidas, así como su tasa de interrupción

Unit Commitment – Tipos de reservas

- Spinning reserve
 - Primary
 - Quick response for a short time
 - Secondary
 - Slower response for a longer time
- Tertiary reserve
 - Reemplace la reserva primaria y secundaria para prevenir otra interrupción
 - Proporcionado por unidades que pueden arrancar rápidamente (por ejemplo, turbinas de gas de ciclo abierto)
 - También se denomina reserva programada o fuera de línea

Unit Commitment – Tipos de reservas

- Reserva positiva
 - Aumentar la producción cuando la generación $<$ la carga
- Reserva negativa
 - Disminuir la producción cuando la generación $>$ carga
- Otras fuentes de reserva:
 - Centrales hidroeléctricas de bombeo
 - Reducción de la demanda (por ejemplo, desconexión (shedding) voluntaria de carga o DR)
- La reserva debe estar repartida por toda la red
 - Debe ser capaz de implementar la reserva incluso si la red está congestionada

Unit Commitment – Costo de la reserva

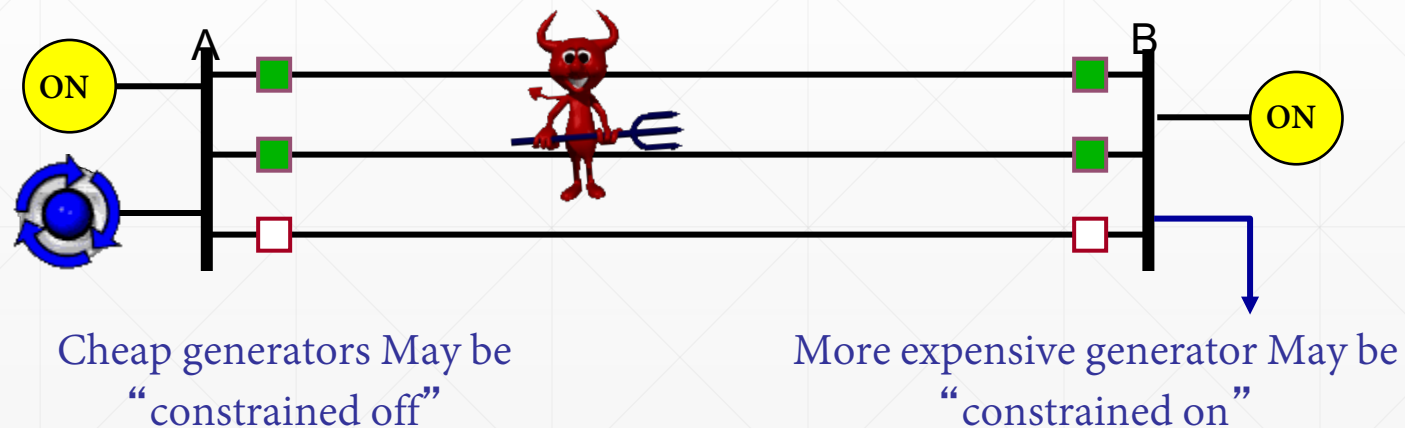
- La reserva tiene un costo incluso cuando no se utiliza
- Más unidades programadas de las requeridas
 - Unidades que no funcionan con su máxima eficiencia
 - Extra start-up costs
- Debe construir unidades capaces de responder rápidamente
- El costo de la reserva es proporcionalmente mayor en sistemas pequeños
 - Importante impulsor para la creación de interconexiones entre sistemas

Unit Commitment – Restricciones ambientales

- La programación de las unidades generadoras puede verse afectada por limitaciones ambientales
- Restricciones de contaminantes, como SO_2 , NO_x
 - Varias formas:
 - Límite de cada planta a cada hora
 - Límite de planta durante un año
 - Límite en un grupo de plantas durante un año
- Restricciones a la generación hidroeléctrica
 - Protección de la vida silvestre
 - Navegación, recreación

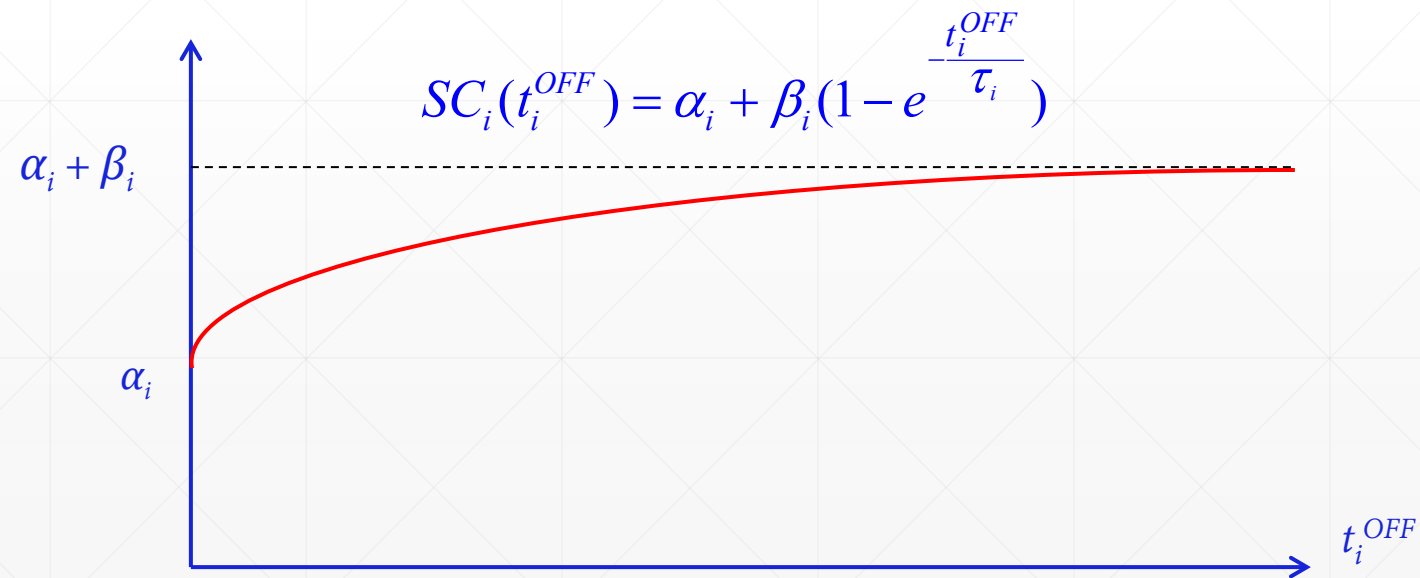
Unit Commitment – Restricciones de red

- La red de transmisión puede tener un efecto en la comisión de unidades
 - Algunas unidades deben funcionar para proporcionar soporte de voltaje
 - La salida de algunas unidades puede estar limitada porque su salida excedería la capacidad de transmisión de la red



Unit Commitment – Start-up Costs

- Las unidades térmicas deben "calentarse" antes de que puedan ponerse en funcionamiento
- Calentar una unidad cuesta dinero
- El costo de puesta en marcha depende del tiempo que la unidad ha estado apagada

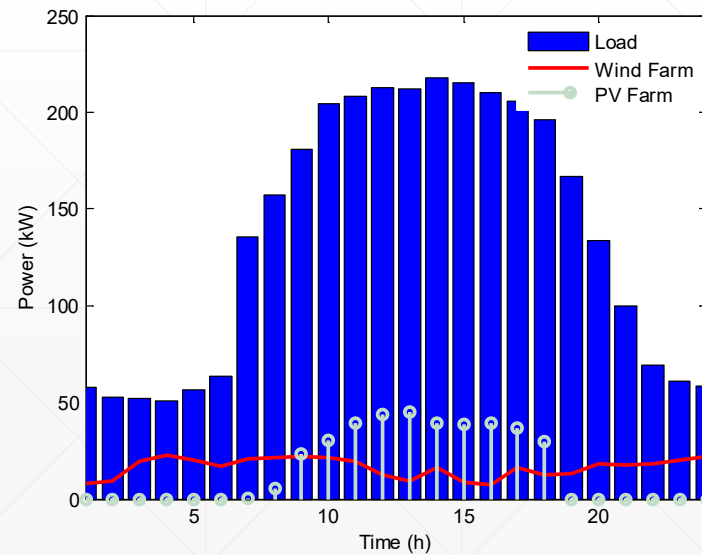


Unit Commitment – Start-up Costs

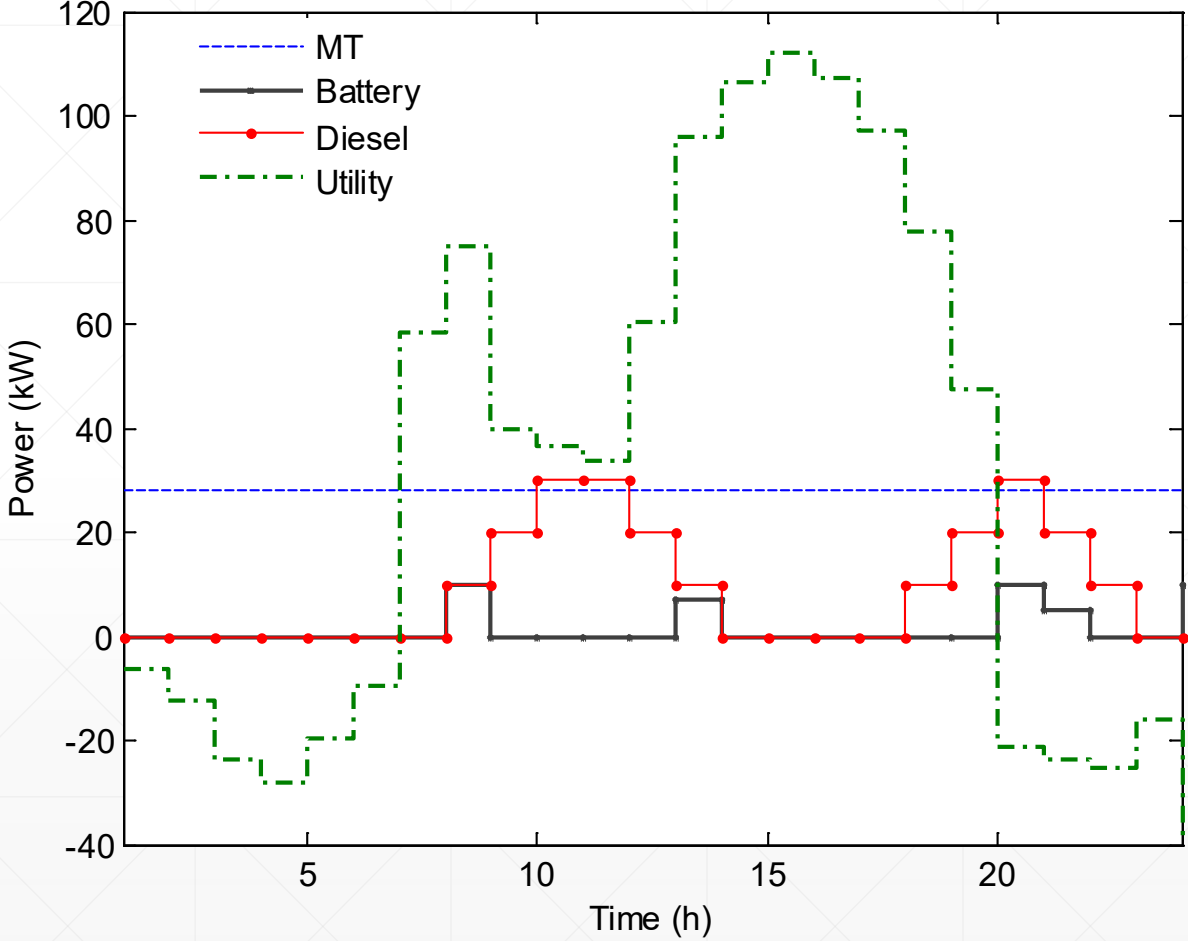
- Necesidad de "equilibrar" los costes de puesta en marcha y los costes de funcionamiento
 - Ejemplo:
 - Diesel generator: low start-up cost, high running cost
 - Coal plant: high start-up cost, low running cost
- Cuestiones:
 - ¿Cuánto tiempo debe funcionar una unidad para "recuperar" su costo de puesta en marcha?
 - ¿Poner en marcha una unidad más grande o un generador diésel para cubrir el pico?
 - ¿Apagar una unidad más grande por la noche o hacer funcionar varias unidades a carga parcial?

Unit Commitment – Ejemplo

| Type | Min Power (kW) | Max Power (kW) | CO2 (Kg/MWh) | SO2 (Kg/MWh) | NOx (Kg/MWh) | ai (ct/Kwh) | bi (ct/Kwh) | Start up/shut down (ct/trigger) | Ramp rate (KW/5 min) |
|-------------|----------------|----------------|--------------|--------------|--------------|-------------|-------------|---------------------------------|----------------------|
| MicroTurb. | 5 | 28 | 720 | 0.0036 | 0.1 | 5.6 | 62 | 10 | 10 |
| PV panel | 0 | 20 | 0 | 0 | 0 | 34.19 | 0 | 0 | 0 |
| WT | 0 | 25 | 0 | 0 | 0 | 13.4 | 0 | 0 | 0 |
| Battery | 0 | 10 | 12.4 | 0 | 0 | 6.25 | 0 | 0 | 20 |
| Grid | -80 | 200 | 950 | 0.5 | 2.1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Diesel Eng. | 5 | 30 | 650 | 0.23 | 10 | 4.66 | 29.48 | 10 | 10 |



Unit Commitment – Ejemplo



UC vs. ED mathematical formulations

ED Objective

$$\min \sum_{k \in \{generator_buses\}} s_k P_{gk}$$

UC Objective

$$\min \underbrace{\sum_t \sum_i z_{it} F_{it}}_{\text{Fixed (no-load) Costs}} + \underbrace{\sum_t \sum_i g_{it} C_{it}}_{\text{Production Costs}} + \underbrace{\sum_t \sum_i y_{it} S_{it}}_{\text{Startup Costs}} + \underbrace{\sum_t \sum_i x_{it} H_{it}}_{\text{Shutdown Costs}}$$



1. EMS – Unit Commitment

References

- J.F. Bard. Short-term scheduling of thermal-electric generators using Lagrangian relaxation. *Operations Research* 1338 36(5):765-766, 1988.
- N.P. Padhy. Unit commitment - a bibliographical survey, *IEEE Transaction On Power Systems* 19(2):1196-1205, 2004.
- M. Tahanan, W. van Ackooij, A. Frangioni, F. Lacalandra. Large-scale Unit Commitment under uncertainty, *4OR* 13(2), 115-171, 2015.
- M. Shahidehpour, H. Yamin, and Z. Li. *Market Operations in Electric Power Systems: D. Kirschen, (2010). Fundamentals of Power System Economics. Wiley.*
- J. D. Glover, M. S. Sarma, *Power System Analysis and Design, 3rd Edition, Pacific Grove: Brooks/Cole, 2002. (in particular see pp. 525-538)*
- A. J. Wood, B. F. Wollenberg, *Power Generation, Operation And Control. New York: Wiley, 1984.*
- R. Baldick, “Economic Dispatch and ERCOT: Presentation to the Texas House Regulated Industries Committee, April 28, 2004.

