



UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSE DE CALDAS
FACULTAD DE INGENIERIA
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS PARA EL CÁLCULO

TALLER N° 3: INTERVALOS Y DESIGUALDADES. VALOR ABSOLUTO

1. Dados los intervalos definidos en los números Reales R:

$$A = \{x \in \mathbb{R} / -8 \leq x < 10\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 2\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} / x < 5\}$$

Escribirlos en notación de intervalos y calcular las siguientes operaciones:

- (a) $A \cup B$ (b) $B \cap C$ (c) $C - B$ (d) B'
 (e) $(C' - B)'$ (f) $A \Delta C$ (g) $C - (A \cap B')$ (h) $B' \Delta (A - C)'$

2. Resolver las siguientes desigualdades lineales, y expresar el conjunto solución **S** en notación de intervalos:

- (a) $3x - (8 - x) < 2(3 - 5x)$, (b) $4x - 3(1 - 6x) + 8(x - 3) \geq 1$
 (c) $2x - 5 + 6(3 - 4x) \leq 7 - 8(1 - x) + 3(2x + 5)$
 (d) $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}(\frac{2}{3}t + \frac{1}{4}) > \frac{1}{5}(1 - t) + \frac{3}{10}$
 (e) $-1 < 2x - 7 \leq 8$ (f) $\frac{1}{5} \leq \frac{6-5x}{4} < \frac{8}{3}$
 (g) $2 - x \leq \frac{x+5}{6} \leq 2x + 9$
 (h) $6 > 2x - 6 > 4$

3. Resolver las siguientes desigualdades polinómicas y racionales, usando diversos métodos. Expresar el conjunto solución **S** en notación de intervalos:

- (a) $(x - 2)(3x + 4) > 0$ (b) $x(2x + 7) \geq 0$
 (c) $x^2 - 3x - 18 \leq 0$ (d) $2x^2 + x \geq 1$
 (e) $x^2 > 3(x + 6)$ (f) $x^2 \leq 9$
 (g) $(x + 2)(2x - 5)(6 - x) \leq 0$ (h) $\frac{4x}{2x+3} > 2$
 (i) $16x \leq x^3$ (j) $(2x - 5) / (x + 6) \geq 0$
 (k) $\frac{2x+1}{x-5} \geq 3$ (l) $\frac{1}{x} < \frac{1}{6}$

- (m) $\frac{6}{x-1} - \frac{6}{x} \geq 1$ (n) $\frac{x}{x+1} > 3x$
 (o) $\frac{x+2}{x+3} < \frac{x-1}{x-2}$ (p) $\frac{x}{2} \geq \frac{5}{x+1} + 4$
 (q) $x^4 > x^2$ (r) $x^5 > x^2$
 (s) $\frac{(x-1)^2}{x+2} \geq 0$ (t) $\sqrt{x^2 - x - 12} < x$
 (u) $\frac{19}{3x-4} \leq 5 + \frac{66}{2x-1}$ (v) $1 < \frac{3x^2-7x-8}{x^2+1} < 2$
 (w) $\frac{5x^2-4x-1}{\sqrt{6-x}} \geq 0$ (x) $\sqrt{9x-20} < x$
 (y) $\sqrt{5-3x} \geq 1$ (z) $\frac{x^2+1}{x^4+x^2+1} < 0$

4. Hallar el conjunto solución de las siguientes ecuaciones con valor absoluto:

- (a) $|x - 6| = 8$ (b) $|5 - 2x| - 3 = 7$
 (c) $|3x + 4| = |8 - 3x|$ (d) $|x + 3| - 9 = |4 - x|$
 (e) $2|x - 8| + 3|2 - 5x| = 1$

5. Resuelva las siguientes desigualdades con valor absoluto:

- (a) $|x| \leq 4$ (b) $|2x| \geq 7$ (c) $|x - 5| \leq 3$
 (d) $|5 - 2x| > \frac{2}{3}$ (e) $3 - |3x + 4| \leq 1$
 (f) $|\frac{x+5}{x-8}| > 6$ (g) $|\frac{5x-9}{x+6}| \leq \frac{1}{2}$
 (h) $|\frac{x-5}{3x+4}| > \frac{x}{2}$ (i) $|\frac{1-x}{x-2}| + 6 \leq 2(3x + 2)$
 (j) $|2x - 1| \geq 3x + 2$ (k) $|\frac{7-x}{5x+1}| > \frac{2}{3}$
 (m) $|\frac{4x+5}{x+7}| \leq 3$ (n) $|4x + 2| < 5 - |3x - 1|$
 (o) $|4x + 7| + |-x - 2| > \frac{1}{2}$ (p) $3x^2 - 11|x| - 4 \geq 0$
 (q) $(x - 1)|4 - x| < 4$ (r) $|2x^2 - 20x + 37| < 5$

6. Aplicaciones de las desigualdades.

(a) Aplique la relación entre °C y °F para determinar el intervalo en la escala Fahrenheit que corresponde al intervalo de temperatura $20 \leq ^\circ\text{C} \leq 30$.

(b) Si se lanza verticalmente un objeto hacia arriba desde el nivel del suelo, con una velocidad inicial de 320 pies/seg entonces su distancia s arriba del suelo después de t segundos está dada por $s = -16t^2 + 320t$. ¿Para qué valores de t el objeto estará a más de 1536 pies sobre el suelo?

(c) La distancia de frenado d (en pies) de un auto que se desplaza a v mph está dado por $d = v + (v^2 / 20)$. Encuentre las velocidades que den distancias de frenado de menos de 75 pies.

(d) El número de millas M que cierto auto compacto puede recorrer con un galón de gasolina está relacionado con su velocidad v (en mph) por

$$M = \frac{1}{30}v^2 + \frac{5}{2}v \quad \text{para } 0 < v < 70$$

¿A qué velocidad será M al menos 45?

(e) Para una población particular de salmones, la relación entre el número S de ponedoras y el número R de hijuelos que sobreviven hasta la edad adulta está dada por la fórmula $R = 4500S / (S + 50)$. ¿En qué condiciones es $R > S$?

(f) La densidad de población D (en personas / mi^2) de una gran ciudad está relacionada con la distancia x desde el centro de la ciudad por $D = 5000x / (x^2 + 36)$. ¿En qué partes de la ciudad la densidad de población rebasará las 400 personas / mi^2 ?

(g) Después que un astronauta es lanzado al espacio, su peso disminuye hasta que alcanza un estado de ingravidez. El peso de un astronauta de 125 lb a una altitud de x km sobre el nivel del mar está dado por

$$W = 125 \left(\frac{6400}{6400+x} \right)^2$$

¿A qué altura será menor de 5 lb?

(h) La fórmula de contracción de Lorentz, en teoría de la relatividad, relaciona la longitud L de un objeto que se mueve a una velocidad de v mps (millas por segundo) con respecto a un observador con su longitud L_0 en reposo. Si c es la velocidad de la luz, entonces

$$L^2 = L_0^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)$$

¿Para qué velocidades L será menor de $\frac{1}{2}L_0$? Anote la respuesta en términos de c .

(i) En el diseño de un pequeño avión de turbohélices, la velocidad V de aterrizaje (en pies / s) está determinada por la fórmula $W = 0,00334V^2S$, donde W es el peso bruto

(en lb) del avión y S es la superficie (en pies^2) de las alas. Si el peso bruto de la nave está entre 7500 y 10000 lb y $S = 210 \text{ pies}^2$, halle los límites de velocidad de aterrizaje en millas por hora.

(j) Si la longitud del péndulo del reloj de un abuelo es l cm, entonces su período T (en s) está dado por $T = 2\pi \sqrt{l/g}$ donde g es una constante gravitacional. Si, en ciertas condiciones, $g = 980$ y $98 \leq l \leq 100$, ¿cuál es el intervalo correspondiente para T ?

(k) Una empacadora produce tapas rectangulares que tienen el largo de dos unidades mayores que el triple del ancho. (a) Si el largo de las tapas está entre 30 y 50 cm, ¿en qué intervalo está el ancho?; (b) ¿En qué intervalo está el área de las tapas?

(l) Si se conectan dos resistencias R_1 y R_2 en paralelo en un circuito eléctrico, la resistencia neta está dada por $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Si $R_1 = 10 \Omega$, ¿qué valores de R_2 resultarán en una resistencia neta menor que 5 Ω ?

(m) La ley de Boyle para un cierto gas expresa que $pV = 200$, en donde p denota la presión (en $\text{Lb} / \text{pulg}^2$) y V el volumen (en pulg^3). Si $25 \leq V \leq 50$, ¿cuál es el intervalo correspondiente de p ?

(n) En una hacienda, 10 recolectores recogen entre 150 y 180 Kg de un producto al día; si la mitad de ellos el doble de los demás, ¿entre qué valores están los Kg que recogen los trabajadores rápidos?

7. Use una tabla para ayudarse a resolver cada desigualdad en el intervalo dado:

(a) $\frac{(2-x)(3x-9)}{(1-x)(x+1)} > 0$

(b) $x^4 - x^3 - 16x^2 + 4x + 48 < 0$

(c) $-2|x-3| + 1 \geq -5$

(d) $2 < |x-6| < 4$

(e) $\frac{x^2-x-2}{x^2+4x+3} \leq 0$

(f) $(x^2-x)(x^2-5x+6) < 0$

(g) $x^3 > x^2$

(h) $\frac{3}{2x+3} < \frac{1}{x-2}$

(i) $\frac{x^3+8}{x^2-12x+35} \geq 0$

R.C.U.

