

# Unidades de medida

- Las mediciones en el mundo científico habitualmente se expresan en el sistema métrico, o su sucesor modernizado, el **Sistema Internacional de Medidas (SI)**.

Propiedad física	Nombre de la unidad	Símbolo
Longitud	Metro	m
Masa	Kilogramo	kg
Tiempo	Segundo	s
Corriente eléctrica	Amperio	A
Temperatura	Kelvin	K
Intensidad luminosa	Candela	cd
Cantidad de sustancia	Mol	mol

# Unidades básicas del Sistema Internacional

magnitud	dimensiones	magnitud	dimensiones
Longitud (l)	$[l] = L$	Aceleración angular ( $\alpha$ )	$[\alpha] = T^{-2}$
Superficie (A)	$[A] = L^2$	Densidad ( $\rho$ )	$[\rho] = M L^{-3}$
Volumen (V)	$[V] = L^3$	Caudal volumétrico (Q)	$[Q] = L^3 T^{-1}$
Momento de inercia (I)	$[I] = M L^2$	Gravedad (g)	$[g] = L T^{-2}$
Velocidad (v)	$[v] = L T^{-1}$	Fuerza (F)	$[F] = M L T^{-2}$
Aceleración (a)	$[a] = L T^{-2}$	Presión (p), tensión ( $\tau$ ) [p],	$[\tau] = M L^{-1} T^{-2}$
Velocidad angular ( $\omega$ )	$[\omega] = T^{-1}$	Energía(E), Entalpía(H)	$[E] = M L^2 T^{-2}$

# Sistema Ingles de Unidades y equivalencia al SI

LONGITUD	MASA
1 milla = 1609 m	1 libra = 0,454 Kg
1 yarda = 0,915 m	1 onza = 28,3 g
1 pie = 30,5 cm=12 pulgada	1 ton. inglesa = 907 Kg
1 pulgada = 2,54 cm	

# Unidades derivadas

Propiedad física	Nombre de la unidad	Símbolo
Área	Metro cuadrado	$\text{m}^2$
Volumen	Metro cúbico	$\text{m}^3$
Densidad	Kg por metro cúbico	$\text{kg/m}^3$ .
Fuerza	Newton	$\text{N} (\text{kg.m/s}^2)$
Presión	Pascal	$\text{Pa} (\text{N.m}^{-2})$
Energía	Julio	$\text{J} (\text{kg m}^2 \text{ s}^{-2})$
Carga eléctrica	Coulombio	$\text{C} (\text{A.s})$
Diferencia de potencial	Voltio	$\text{V} (\text{J.C}^{-1})$
Resistencia	Ohmio	$\Omega (\text{V.A}^{-1})$

## CIFRAS SIGNIFICATIVAS

- Generalmente los números obtenidos en mediciones en el laboratorio no son números discretos ó naturales sino números continuos.
- **Ejemplo de número discreto** sería la cantidad de visitas de una página web: 5302 (no tendría sentido dar un número decimal 5302,10 visitas).
- **Ejemplo de número continuo** podría ser la medida de una hoja de papel con una regla, cuya división mínima es de un milímetro.

Si una persona nos da una medida de 351 mm esto no significa que la longitud de la hoja sea exactamente ese valor sino que es un valor mínimo mayor que 351mm y menor que 352 mm.

Entre esos dos valores hay un número infinito de números

( por ejemplo: 351,5; 351,001; 351,103,etc.) entre los cuales estaría el valor real.

También podríamos dar el valor de la medida como  $(351 \pm 1)$  mm.

**Toda medición implica una estimación lo que arrastra consigo un error inherente al sistema de medición empleado y a la propia persona que hace la medida.**

Las **cifras significativas** se definen como los dígitos que la persona que hace la medición considera correctos

## EXACTITUD, PRECISIÓN Y SENSIBILIDAD

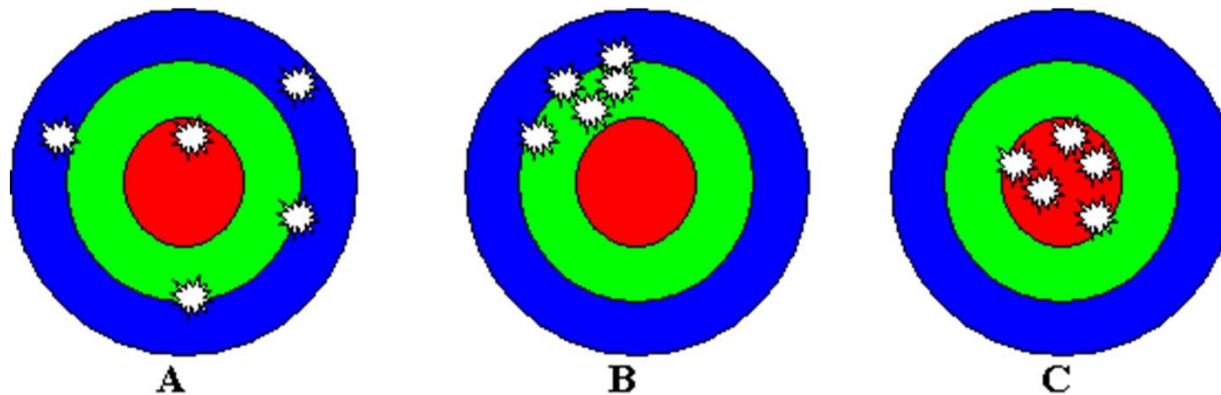
**La exactitud** de un aparato de medida se define como el grado de concordancia entre el valor verdadero y el experimental.

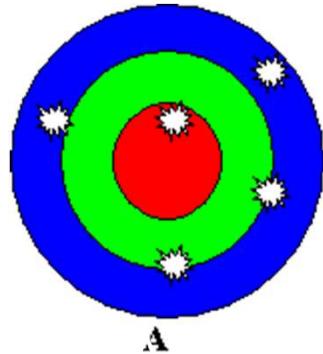
**La precisión** hace referencia a la concordancia entre una medida y otras de la misma magnitud.

**La sensibilidad** de un aparato está relacionada con el valor mínimo de la magnitud que es capaz de medir. Normalmente, se admite que la sensibilidad de un aparato viene indicada por el valor de la división más pequeña de la escala de medida.

# Exactitud y precisión

- La **exactitud** se refiere *al grado en que un valor medido concuerda con el valor correcto.*
- Mientras que la **precisión** se refiere *al grado en que las medidas individuales concuerdan entre sí.* Veamos la diferencia entre ambos conceptos en la figura adjunta:





**En la figura A** tanto la exactitud como la precisión son pobres.

**En la figura B** se ha mejorado la precisión pero la exactitud sigue siendo pobre.

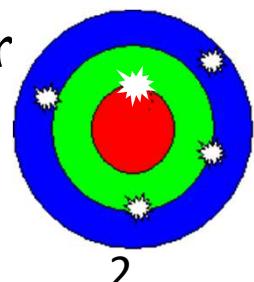
Representa la obtención de medidas precisas pero inexactas. El que las medidas sean precisas (si realizamos una medida n veces la variación del valor obtenido es mínima) no garantiza que sean exactas. Por ejemplo si utilizamos una balanza mal calibrada, los datos pueden ser exactos pero imprecisos. Se dice entonces que estamos cometiendo un error sistemático. Sin embargo si obtenemos datos con una exactitud alta, entonces también tendremos una buena precisión.

**En la figura C** tanto la exactitud como la precisión son aceptables.

Ejemplo: Tenemos una pieza de hierro con un peso real de 1500 gramos y pedimos a cuatro estudiantes que midan tres veces el peso de la pieza con una balanza de tipo romano que genera un error en más o menos 1 gramo y que nos den el valor promedio.

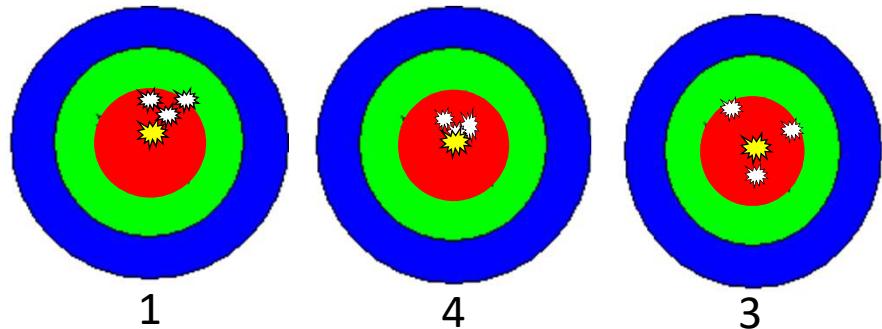
	Estudiante 1	Estudiante 2	Estudiante 3	Estudiante 4
1 <sup>a</sup> pesada	1497g	1494g	1502g	1501g
2 <sup>a</sup> pesada	1496g	1498g	1498g	1499g
3 <sup>a</sup> pesada	1498g	1506g	1501g	1500g
Promedio	1497g	1499g	1500g	1500g

Los datos del estudiante 2 son los que tienen menor precisión, ya que los valores de las tres pesadas difieren del valor promedio más que los de los otros estudiantes.



## Peso real $1500 \pm 1\text{g}$

Estudiante 1	Estudiante 3	Estudiante 4
1497g	1502g	1501g
1496g	1498g	1499g
1498g	1501g	1500g
1497g	1500g	1500g



Los datos más precisos son los de los estudiantes 1 y 4. Pero los del estudiante 1 son menos exactos al estar más lejanos del valor real.

Los datos del estudiante 4 son más exactos y más precisos que los del estudiante 3.

Nota: obsérvese que para valorar la precisión comparamos las medidas con el valor promedio de las mismas, mientras que para valorar la exactitud la comparación se hace con el valor real.

## ESTIMACIÓN DE ERRORES EN LAS MEDIDAS

Dado que el valor de las magnitudes físicas que intervienen en una experiencia dada obtenidas por medida, bien directa o bien indirecta (por medio de los valores medidos de otras magnitudes ligadas con la magnitud problema mediante una fórmula física) viene siempre afectado de imprecisiones (imperfecciones del aparato de medida, o a las limitaciones impuestas por nuestros sentidos), debe aceptarse el hecho de que no es posible conocer el valor exacto de ninguna magnitud.

Cualquier resultado numérico obtenido experimentalmente debe presentarse siempre acompañado de un número que indique cuánto puede alejarse este resultado del valor exacto.

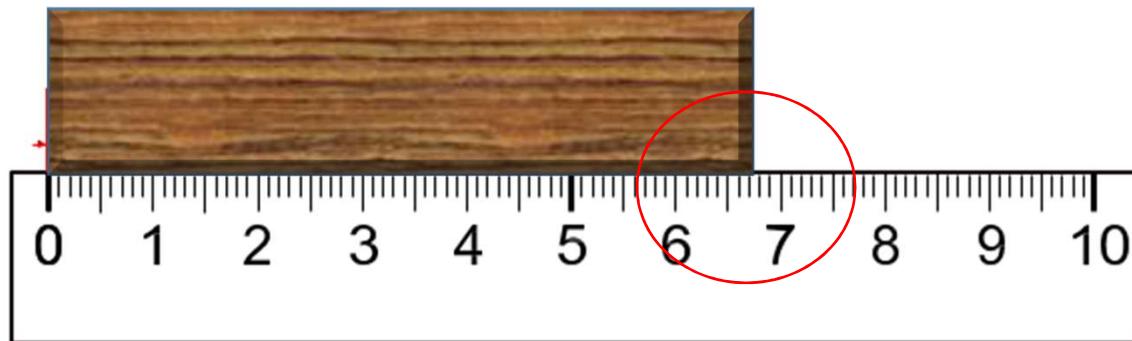
El error se define como la diferencia entre el valor verdadero y el obtenido experimentalmente. El origen de los errores está en múltiples causas y atendiendo a éstas los errores se pueden clasificar en errores sistemáticos y errores accidentales.

El principal objetivo de la denominada **teoría de errores** consiste en acotar el valor de dichas imprecisiones, denominadas **errores experimentales**.

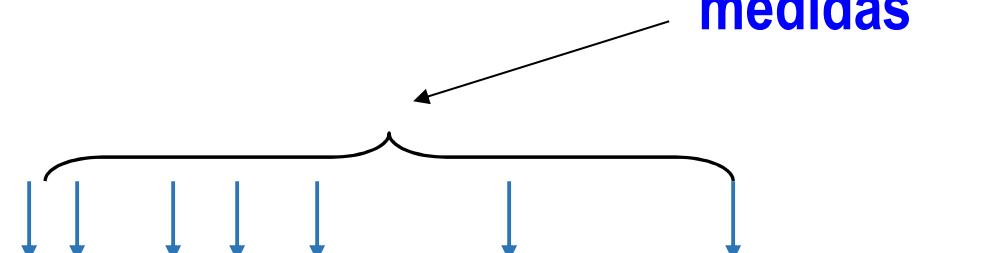
# Error e incertidumbre

Muchas veces se cometen errores al medir.

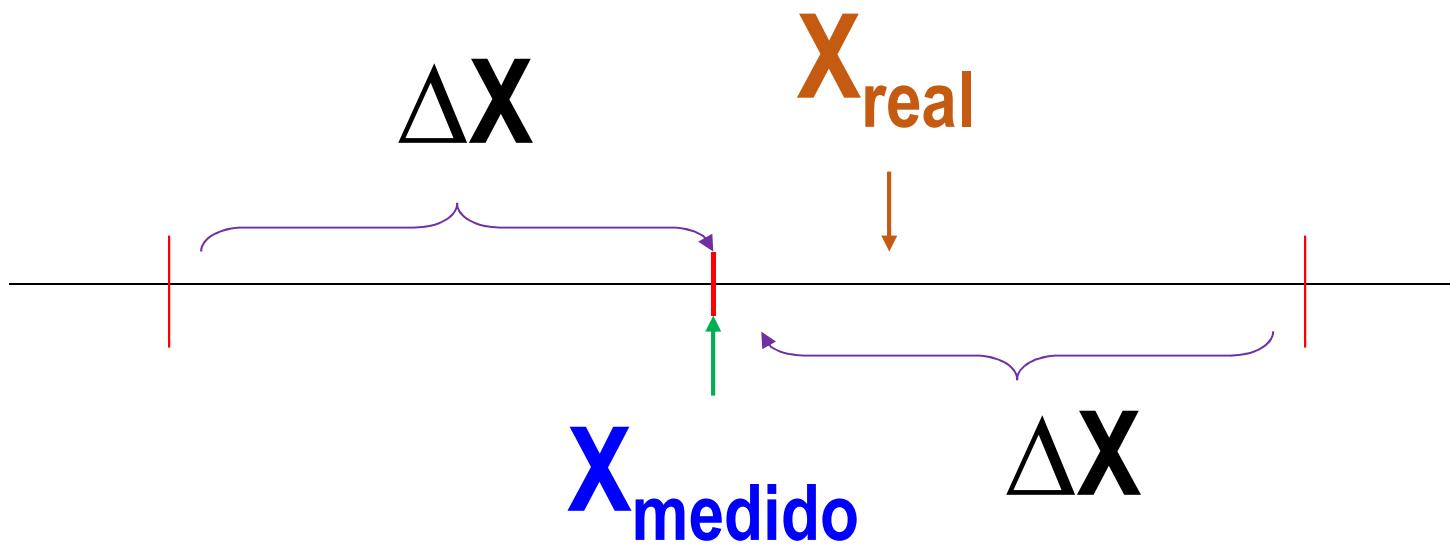
Debemos **corregirlos** o al menos **estimarlos**



medidas



$x_{\text{real}}$



$$X_{\text{real}} \in (X_{\text{medido}} - \Delta X, X_{\text{medido}} + \Delta X)$$

## Nivel de Confianza

Si medimos una cierta magnitud física cuyo valor "verdadero" es  $X_{Real}$ , obteniendo un valor de la medida  $X_{medido}$ , llamaremos **error absoluto**  $\Delta X$  en dicha medida, a la diferencia  $X_{Real} - X_{medido}$ . El error absoluto nos da una medida de la desviación, en términos absolutos respecto al valor "verdadero".

$$\Delta X = | X_{Real} - X_{medido} |$$

- $\Delta X$  depende de *lo seguros* que queramos estar
- Nivel de confianza = fracción de las veces que quiero acertar. 99%, 95%...

# Error relativo

Sin embargo, en ocasiones nos interesa resaltar la importancia relativa de esa desviación. Para tal fin, se usa el **error relativo**.

El error relativo  $\varepsilon_r$  se define como el cociente entre el error absoluto y el valor "verdadero". En forma porcentual se expresará multiplicado por cien.

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta X}{x_{real}}$$

Para una magnitud física dada, la teoría de errores proporciona un método matemático para calcular con buena aproximación cuánto puede alejarse el valor medio experimentalmente del valor verdadero.

El resultado experimental para una magnitud  $x$  lo expresamos como:

$$X_{medido} - \Delta X$$

## Medida directa de una magnitud física

El procedimiento para establecer el resultado de la medida y su error correspondiente no será el mismo si se hace una sola medida de la magnitud física que si se hacen varias medidas.

En principio, cualquier medida experimental debe ser repetida varias veces. Sólo en el caso de que se observe que el resultado obtenido es siempre idénticamente el mismo, y sólo en ese caso, estará justificado el quedarse con una sola medida, es el caso cuando usamos instrumentos con alta precisión.

# Resolución de los aparatos de medida

## Aparatos analógicos o Análogos

Se toma como resolución del instrumento o SENSIBILIDAD (S) la menor unidad que pueda medir el aparato (distancia entre dos divisiones)

La incertidumbre corresponde a la mitad de la sensibilidad ( $S/2$ )



$$\Delta V = 0,5 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} S &= 1 \text{ V} \\ \Delta x &= S/2 \end{aligned}$$

$$\text{Voltaje} = 5,0 \pm 0,5 \text{ V}$$

## Aparatos digitales

Se toma como resolución una unidad del último dígito de lectura

La misma sensibilidad  $\Delta x = S/2$



$$\Delta T = 0,1 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\text{Temperatura} = 24,8 \pm 0,1 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

# CLASIFICACIÓN DE LOS ERRORES

**Errores sistemáticos** son errores que se repiten constantemente en el transcurso de un experimento. Afecta a todas las mediciones de un modo definido y es el mismo para todas ellas. Las causas probables pueden ser: errores instrumentales (de aparatos), errores personales, error de la elección del método.

**Errores accidentales** son variaciones que aparecen entre observaciones sucesivas realizadas por un mismo operador. No existe una causa predeterminada para este tipo de errores siendo incontrolables para un observador. Alteran la medida realizada tanto por exceso como por defecto. El origen de estos errores accidentales puede ser el cambio durante el experimento de las condiciones en el entorno, errores de apreciación del observador, errores de precisión del aparato de medida, etc.

# Cómo estimar el resultado

- Frente a errores sistemáticos.
  - **Medir correctamente**
  - **Calibrar los aparatos**
- Frente a errores aleatorios.
  - **Se compensan repitiendo varias veces la medida**  
**De ésta forma, la media es el valor más probable**

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

- Ejemplo:

Peso una masa varios días seguidos en iguales condiciones, con el mismo instrumento y método

Día	L	M	X	J	V
Masa (kg)	73,3	72,7	74,3	72,2	73,5

$$\bar{M} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{n}$$

$$\bar{M} = \frac{(73,3+72,7+74,3+72,2+73,5)kg}{5} = \frac{365,9kg}{5} = 73,2kg$$

# Incertidumbre en medidas directas

## 2. Incertidumbre Aleatoria $E_A$

- Para  $n$  medidas

$$E_A = t_{n-1} \cdot \frac{\sigma_{n-1}}{\sqrt{n}}$$

$\sigma$  = Desviación típica de las medidas

Desviación típica de la media

Factor de cobertura

*t de Student*

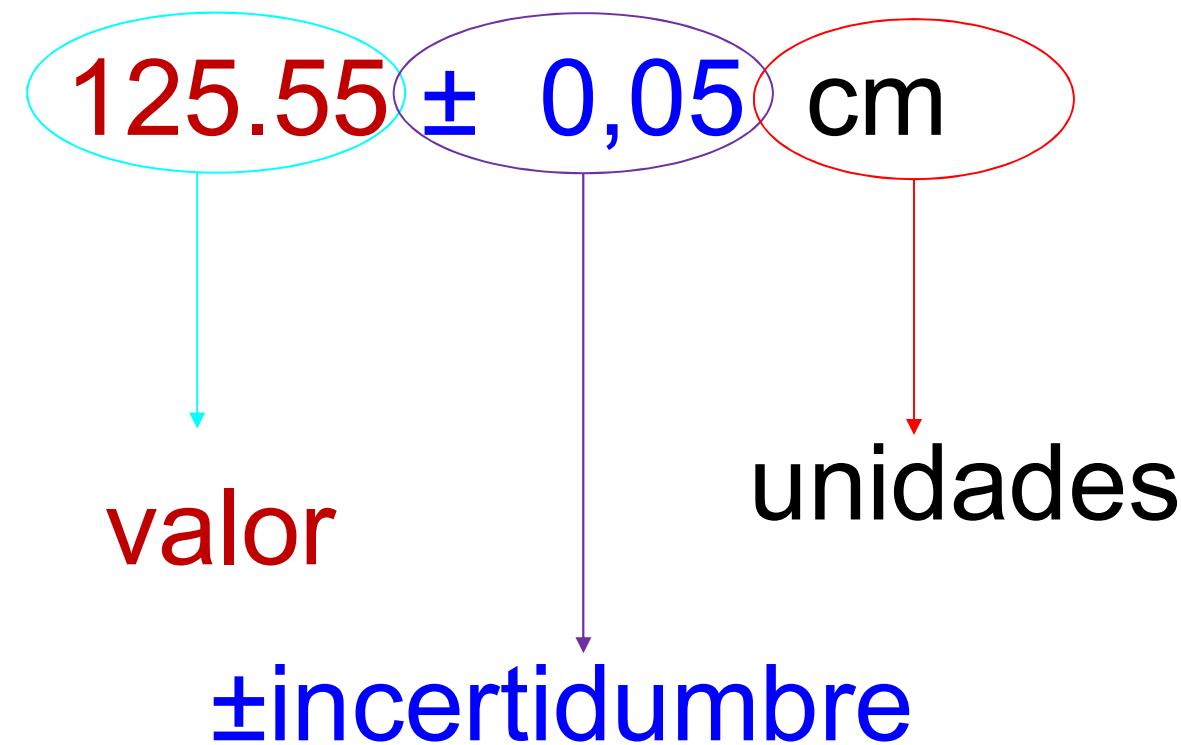
<https://www.youtube.com/watch?v=Q30oCHOem9Y>

## PRESENTACIÓN DE RESULTADOS NUMÉRICOS

Cualquier valor experimental  $x$  de una magnitud física debe expresarse con un determinado número de cifras, que viene limitado por el valor del error absoluto

El número de cifras que hay desde la primera cifra distinta de cero empezando por la izquierda hasta la primera cifra que venga afectada por el error absoluto, ambas inclusive, es el número de **cifras significativas** del resultado.

Al medir una longitud podemos obtener



El expresar un resultado en una u otra unidad no cambia su número de cifras significativas. Por eso, los ceros a la izquierda de un número no son cifras significativas y sólo se utilizan para situar el lugar decimal. Los ceros a la izquierda pueden evitarse usando notación científica.

Ejemplo:

Decir que una masa es de 2.342 g o decir que es de 0.002342 Kg, no cambia el número de cifras significativas que en ambos casos es 4. En notación científica se escribiría  $2.342 \cdot 10^{-3}$  Kg.

# Uso de cifras significativas (reglas)

- **R1:** Cualquier dígito distinto de cero es significativo.  
351mm tiene tres cifras significativas  
1124g tiene cuatro cifras significativas
- **R2:** Los ceros utilizados para posicionar la coma, no son cifras significativas. **0,00593, tres cifras** significativas (en notación científica  $5,93 \times 10^{-3}$  )
- **R3.** Los ceros situados entre dígitos distintos de cero son significativos  
301mm tiene tres cifras significativas  
1004g tiene cuatro cifras significativas

# Cifras significativas (reglas)

- R4.- Si un número es mayor que la unidad, todos los ceros escritos a la derecha de la coma decimal cuentan como cifras significativas

3,501m tiene cuatro cifras significativas

9,050g tiene cuatro cifras significativas

- R5.- Para números sin coma decimal, los ceros ubicados después del último dígito distinto de cero pueden ser o no cifras significativas.

Así 23000 cm puede tener 2 cifras significativas ( $2,3 \times 10^4$ ), 3 ( $2,30 \times 10^4$ ) o 4 cifras significativas ( $2,3000 \times 10^4$ ).

Sería más correcto indicar el error, por ejemplo  $23000 \pm 1$  (5 cifras significativas)

# cálculos con las cifras significativas

- R6.- En la multiplicación y división el número resultante no tiene más cifras significativas que el número menor de cifras significativas usadas en la operación.

Ejemplo:

¿Cuál es el área de un rectángulo de 1,23 cm de ancho por 12,34 cm de largo?. La calculadora nos da  $15,1783 \text{ cm}^2$  pero como el ancho sólo tiene tres cifras significativas escribiremos  $15,2 \text{ cm}^2$ .

## Adición y sustracción

- R7: En la adición y sustracción, el último dígito retenido en la suma o diferencia está determinado por la posición del último dígito dudoso.

Ejemplo:  $37,24 \text{ cm} + 20,2 \text{ cm} = 57,4 \text{ cm}$

## REDONDEO

- Finalmente, hay que especificar cómo se aplica el redondeo a la propia expresión del error absoluto. Debido al significado de incertidumbre en el resultado que se asocia al error absoluto, éste mismo no debe expresarse nunca con más de dos cifras. Por convenio, error absoluto se expresa con dos cifras si la primera de ellas es un 1 o, si siendo un 2, no llega a 5 la segunda. En los demás casos, el error absoluto deberá expresarse con una sola cifra obtenida mediante redondeo

## REDONDEO (reglas)

- **R1.-** si el número que se elimina es menor que 5, la cifra precedente no cambia.  
Por ej., 7,34 se redondea a 7,3.
- **R2.-** Cuando es mayor que 5, la cifra precedente se incrementa en 1, por ejemplo 7,37 se redondea a 7,4.
- **R3.-** Cuando el número que se elimina es 5, la cifra precedente se sustituye por la cifra par más próxima, por ejemplo, 7,45 se redondea a 7,4 y 7,35 a 7,4.)

## Ejemplos:

- R4.- Los números naturales obtenidos por definición o al contar varios objetos pueden considerarse formados por un número infinito de cifras significativas
- R5.- Así si un sobre pesa 0,525 gramos, 8 sobres pesarán  $0,525 \times 8 = 4,20$  gramos  
porque por definición el número 8 es 8,000000...
- R6.- De la misma manera si 4 tomos de una enciclopedia pesan 8350 g el peso promedio de un tomo será  $8350 : 4 = 2087$  g

**INCORRECTO**

5.619 ( $\pm 0.126$ )

8.4 ( $\pm 0.06$ )

345.233 ( $\pm 0.18$ )

2.023 ( $\pm 0.0261$ )

**CORRECTO**

5.62 ( $\pm 0.13$ )

8.40 ( $\pm 0.06$ )

345.23 ( $\pm 0.18$ )

2.02 ( $\pm 0.03$ )

Valores incorrectos	Valores correctos
$3,418 \pm 0,123$	$3,4 \pm 0,1$
$6,3 \pm 0,09$	$6,30 \pm 0,09$
$46288 \pm 1551$	$(4,6 \pm 2) \times 10^3$
$428,351 \pm 0,27$	$428,4 \pm 0,3$
$0,01683 \pm 0,0058$	$0,017 \pm 0,006$